INSO	جمهوری اسلامی‌ایران **Islamic Republic of Iran** سازمان ملی استاندارد ایران **Iranian National Standardization Organization**	استاندارد ملی ایران
20999-6		۲۰۹۹۹-۶
1st.Edition		چاپ اول
2016		۱۳۹۵

جنبه‌های پردازش گفتار، انتقال و کیفیت گفتار (STQ)؛
جنبه‌های QoS برای خدمات عمومی در شبکه‌های GSM و 3G؛
قسمت ۶: پسا پردازش و روش‌های آماری

Speech Processing, Transmission and Quality Aspects (STQ);
QoS aspects for popular services in GSM and 3G networks;
Part 6: Post processing and statistical methods

ICS:33.30

سازمان ملی استاندارد ایران

تهران، ضلع جنوب غربی میدان ونک، خیابان ولیعصر، پلاک ۲۵۹۲

صندوق‌پستی: ۶۱۳۹-۱۴۱۵۵ تهران- ایران

تلفن: ۵-۸۸۸۷۹۴۶۱

دورنگار: ۸۸۸۸۷۰۸۰ و ۸۸۸۸۷۱۰۳

کرج ، شهر صنعتی، میدان استاندارد

صندوق پستی: ۱۶۳-۳۱۵۸۵ کرج - ایران

تلفن: ۸- ۳۲۸۰۶۰۳۱ (۰۲۶)

دورنگار: ۳۲۸۰۸۱۱۴ (۰۲۶)

رایانامه: standard@isiri.org.ir

وبگاه: http://www.isiri.org

Iranian National Standardization Organization (INSO)

No.1294 Valiasr Ave., South western corner of Vanak Sq., Tehran, Iran

P. O. Box: 14155-6139, Tehran, Iran

Tel: + 98 (21) 88879461-5

Fax: + 98 (21) 88887080, 88887103

Standard Square, Karaj, Iran

P.O. Box: 31585-163, Karaj, Iran

Tel: + 98 (26) 32806031-8

Fax: + 98 (26) 32808114

Email: standard@isiri.org.ir

Website: http://www.isiri.org

به نام خدا

آشنایی با سازمان ملی استاندارد ایران

مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

نام موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب یکصد و پنجاه و دومین جلسه شورای عالی اداری مورخ ۹۰/۶/۲۹ به سازمان ملی استاندارد ایران تغییر و طی نامه شماره ۲۰۶/۳۵۸۳۸ مورخ ۹۰/۷/۲۴ جهت اجرا ابلاغ شده است.

تدوین استاندارد در حوزه‌های مختلف در کمیسیون‌های فنی مرکب از کارشناسان سازمان، صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می‌شود وکوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانه صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و وارد کنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان‌های دولتی و غیر دولتی حاصل می‌شود. پیش نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی نفع و اعضای کمیسیون‌های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیته ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می‌شود.

پیش نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان‌های علاقه مند و ذی صلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده خالیه می‌کنند درکمیته ملی طرح و بررسی و در صورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می‌شود. بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می‌شوند که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شماره ۵ تدوین و در کمیته ملی استاندارد مربوط که سازمان ملی استاندارد ایران تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

سازمان ملی استاندارد ایران از اعضای اصلی سازمان بین المللی استاندارد (ISO)[1] ،کمیسیون بین المللی الکتروتکنیک (IEC)[2] و سازمان بین المللی اندازه شناسی قانونی (OIML)[3] است و به عنوان تنها واسط[4] کمیسیون کدکس غذایی (CAC)[5]در کشور فعالیت می‌کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی‌های خاص کشور، از آخرین پیشرفت‌های علمی، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود.

سازمان ملی استاندارد ایران می‌تواند با رعایت موازین پیش بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست محیطی و اقتصادی ، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/ یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. سازمان می‌تواند به منظور حفظ بازارهای بین المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده کنندگان از خدمات سازمان‌ها و مؤسسات فعال در زمینه مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدور گواهی سامانه‌های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست‌محیطی، آزمایشگاه‌ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، سازمان ملی استاندارد ایران این گونه سازمان‌ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام صحت سنجی صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامه صحت سنجی صلاحیت به آن‌ها اعطا و بر کارکرد آن‌ها پایش می‌کند. ترویج دستگاه بین المللی یکاها، کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش ، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این سازمان است.

1 - International Organization for Standardization
2 - International Electrotechnical Commission
3- International Organization of Legal Metrology (Organisation Internationale de Metrologie Legale)
4 - Contact point
5 - Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد

« جنبه‌های پردازش گفتار، انتقال و کیفیت گفتار (STQ)؛ جنبه‌های QoS برای خدمات عمومی در شبکه‌های GSM و 3G؛ قسمت ۶: پسا پردازش و روش‌های آماری»

رئیس:	**سمت و/ یا محل اشتغال**
صادقیان، حسین (کارشناسی الکترونیک)	مدیر کل استاندارد و تأیید نمونه سازمان تنظیم مقررات و ارتباطات رادیویی
دبیر:	
یغمایی مقدم، محمدحسین (دکتری مخابرات)	عضو هیات علمی دانشگاه فردوسی مشهد
اعضاء : (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	
تشتریان، فرزاد (دکتری کامپیوتر)	عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی مشهد
خسروی رشخواری، حسین (کارشناسی ارشد کامپیوتر)	مدیر فنی آزمایشگاه تایید نمونه تجهیزات IP-PBX[1] دانشگاه فردوسی مشهد
عروجی، سید مهدی (کارشناسی ارشد مدیریت فناوری اطلاعات)	سرپرست گروه تدوین استاندارد سازمان تنظیم مقررات و ارتباطات رادیویی
قرائی شهری، نرگس (کارشناسی ارشد مدیریت فناوری اطلاعات)	کارشناس آزمایشگاه تایید نمونه تجهیزات IP-PBX دانشگاه فردوسی مشهد
لایقی، مجتبی (کارشناسی ارشد مهندسی فناوری اطلاعات)	مدیر منطقه ای شرکت شاتل در استان خراسان رضوی
نقیب‌زاده، محمود (دکتری کامپیوتر)	عضو هیأت علمی دانشگاه فردوسی مشهد

1-Internet Protocol Private Branch eXchange

فهرست مندرجات

ادامه فهرست مندرجات

عنوان **صفحه**

ادامه فهرست مندرجات

عنوان **صفحه**

ادامه فهرست مندرجات

عنوان **صفحه**

ادامه فهرست مندرجات

عنوان **صفحه**

ادامه فهرست مندرجات

عنوان **صفحه**

پیش گفتار

استاندارد « جنبه‌های پردازش گفتار، انتقال و کیفیت گفتار (STQ)؛ جنبه‌های QoS برای خدمات عمومی در شبکه‌های GSM و 3G؛ قسمت ۶: پسا پردازش و روش‌های آماری (نسخه ۱٫۲٫۱)» که پیش نویس آن در کمیسیون‌های مربوط توسط سازمان تنظیم مقررات رادیویی ایران و دانشگاه فردوسی مشهد تهیه و تدوین شده است و در دویست و بیست و یکمین اجلاس کمیته ملی استاندارد مخابرات مورخ ۱۳۹۵/۰۵/۲۴ مورد تصویب قرار گرفته است، اینک به استناد بند یک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران ، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود .

برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت‌های ملی و جهانی در زمینه صنایع ، علوم و خدمات ، استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدید نظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود ، هنگام تجدید نظر در کمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدید نظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و مأخذی که برای تهیه این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

ETSI TS 102 250-6 V1.2.1: 2004, Speech Processing, Transmission and Quality Aspects (STQ); QoS aspects for popular services in GSM and 3G networks; Part 6: Post processing and statistical methods;

مقدمه

با توجه به اینکه مقررات و ضوابط استفاده از باند فرکانسی و سرویس‌های رادیویی در هر کشور بر اساس جدول ملی فرکانسی تعیین می‌شود که توسط رگولاتوری همان کشور تهیه شده است در مورد مقررات طیف رادیویی و باندهای فرکانسی این مجموعه استانداردها، نیز باید به مقررات و ضوابط استفاده از طیف رادیویی، مصوب سازمان تنظیم مقررات و ارتباطات رادیویی به نشانی اینترنتی www.cra.ir به عنوان مرجع مرتبط مراجعه کرد که بر تمامی مقررات و ضوابط طیف رادیویی اشاره شده در این استاندارد اولویت دارد.

جنبه‌های پردازش گفتار، انتقال و کیفیت گفتار(STQ)؛ جنبه‌های QoS برای خدمات عمومی در شبکه‌های GSM و 3G؛
قسمت ۶: پسا پردازش و روش‌های آماری

۱ هدف و دامنه کاربرد

هدف از تدوین این استاندارد، تعیین تعاریف و رویه‌های[۱] مورد استفاده در محاسبات آماری مرتبط با اندازه‌گیری‌های کیفیت خدمت QoS[۲] می‌باشد که توسط سامانه‌های فراکاوی[۳] خدمتی در شبکه‌های ارتباطات[۴] سیار[۵] به خصوص شبکه‌های 3G و GSM انجام می‌شود. اندازه‌گیری‌های عملکرد شبکه و پسا پردازش‌های[۶] مربوط به آنها در این استاندارد به صورت مختصر پوشش داده می‌شود.

۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی ایران به آن‌ها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب آن مقررات جزئی از این استاندارد ملی ایران محسوب می‌شود.
در صورتی که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد، اصلاحیه‌ها و تجدید نظرهای بعدی آن مورد نظر این استاندارد ملی ایران نیست. در مورد مدارکی که بدون ذکر تاریخ انتشار به آن‌ها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدید نظر و اصلاحیه‌های بعدی آن‌ها مورد نظر است.
مدارکی که به آنها ارجاع شده اما برای دسترسی عمومی در مکان مورد انتظار یافت نمی‌شوند را ممکن است بتوان در http://docbox.etsi.org/Reference بدست آورد.

2-1 ETSI EG 201 769: "Speech Processing, Transmission and Quality Aspects (STQ); QoS parameter definitions and measurements; Parameters for voice telephony service required under the ONP Voice Telephony Directive 98/10/EC."

۳ اصطلاحات، تعاریف، نمادها و کوته‌نوشت‌ها

۳-۱ اصطلاحات و تعاریف

در این استاندارد، اصطلاحات و تعاریف زیر استفاده می‌شوند.

---

1 - Procedure

۲ - تمامی کوته‌نوشت‌ها در زیربند ۳-۳ تعریف شده‌اند.

3 - Probing
4 - Communication
5 - Mobile
6 - Process

۳-۱-۱

نرخ

نتیجه اندازه‌گیری که مرتبط با قسمتی از زمان است که در طی آن اجرا شده است.

یادآوری- واحد[۱] مخرج مرتبط با زمان است.

۳-۱-۲

نسبت

نتیجه اندازه‌گیری که بیان‌گر زیرگروهی از کلیه اندازه‌گیری‌های تکی است، که وابسته به مجموع تعداد اندازه‌گیری‌های تکی اجرا شده می‌باشد.

یادآوری- عموما صورت و مخرج دارای واحد مشترکی هستند. یعنی یک شمارنده[۲] برای اندازه‌گیری‌ها (تمامی موارد/ زیرگروه‌ها)

۳-۲ نمادها

در این استاندارد، نمادهای زیر استفاده می‌شوند:

$E(x) = \mu$	امید ریاضی[۳] متغیر تصادفی x
$var(x) = \sigma^2$	وردایی[۴] متغیر تصادفی x
σ	انحراف معیار متغیر تصادفی x
$f(x)$	تابع چگالی احتمال (PDF)[۵] متغیر تصادفی x
$F(x)$	تابع توزیع تجمعی (CDF)[۶] متغیر تصادفی x
$S، x \in S$	مجموعه‌ای از مقادیر گسسته یا بازه مقادیری که متغیر تصادفی x می‌تواند اختیار کند.
IR	مجموعه اعداد حقیقی
$S، S^2$	انحراف/ وردایی استاندارد تجربی[۷]، مشابه با σ و σ^2 (نظری)
q_α	چندک α
u_α	چندک α توزیع نرمال استاندارد[۸]

1 - Unit
2 - Counter
3 - Expected value
4 - Variance
5 - Probability Density Function
6 - Cumulative Distribution Function
7 - Empirical
8 - Standard normal distribution

$x_{(i)}$، $x_{(1)}$، $x_{(n)}$ i–امین مقدار مرتب، کمینه و بیشینه مقدار یک مجموعه داده x_i که $i = 1، \ldots، n$

۳-۳ کوته‌نوشت‌ها

در این استاندارد، کوته‌نوشت‌های زیر استفاده می‌شوند:

3G	Third Generation	نسل سوم
ARMA	Auto-Regressive Moving Average	میانگین متحرک خودوایاز
AVGn	Averaging Operator (regarding n days)	عملگر متوسط‌گیر (مخصوص n روز)
BH	Busy Hour	ساعت اوج مصرف
BSC	Base Station Controller	واپایش‌گر ایستگاه پایه
CDF	Cumulative Distribution Function or Cumulative Density Function (used synonymously)	تابع توزیع تجمعی یا تابع چگالی احتمال تجمعی (مترادف یکدیگر هستند)
CUSUM	CUmulated SUM	جمع انباشته شده
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average	میانگین متحرک با وزن نمایی
GSM	Global System for Mobile communications	سامانه سراسری برای ارتباطات سیار
KPI	Key Performance Indicator	نشان‌گر عملکرد کلیدی
LSL	Lower Specification Level	سطح پایین‌تر مشخصات
MAWD	Monthly Average Working Day	میانگین ماهانه روزکاری
MMQ-Plot	Median-Mean-Quantile Plot	نمودار میانه-میانگین-چندک
MMS	Multimedia Messaging Service	خدمت پیام رسانی چندرسانه ای
MOS	Mean Opinion Score	میانگین امتیاز نظری
MSC	Mobile Switching Centre	مرکز سودهی سیار
NE	Network Element	عنصر شبکه
PDF	Probability Density Function	تابع چگالی احتمال
QoS	Quality of Service	کیفیت خدمت
QQ-Plot	Quantile-Quantile Plot	نمودار چندک – چندک
SMS	Short Message Service	خدمت پیام کوتاه (پیامک)
USL	Upper Specification Level	سطح بالاتر مشخصات

۴ نوع داده‌های اندازه‌گیری مهم در ارتباطات سیار

روش‌های تحلیل داده مناسب بهتر است به نوع داده‌های موجود و هدف و دامنه کاربرد تحلیل وابسته باشند. بنابراین پیش از آن که روش‌های تحلیل توصیف شوند، انواع داده‌های مختلف معرفی شده و اختلاف میان آنها بررسی
می‌شود.

چهار رده کلی نتایج اندازه‌گیری هنگام اندازه‌گیری‌های QoS در ارتباطات سیار مورد انتظار می‌باشند.

۴-۱ داده با مقادیر دودویی[۱]

اندازه‌گیری‌های تکی مرتبط با موضوع:

- دسترسی پذیری[۲] خدمت، در دسترس بودن خدمت[۳]
- قابلیت نگهداری[۴] خدمت، تداوم خدمت
- نسبت‌های خطا، احتمالات خطا

در حالت کلی یک نتیجه دودویی دارند، یعنی تنها دو نتیجه امکان پذیر است. این به معنای آن است که یک آزمایش منجر به نتیجه‌ای می‌شود که با توجه به هدف مفروض، مثبت یا منفی است. ممکن است نتیجه به صورت صحیح یا غلط (True /False) یا بلی یا خیر (Yes/No) ذخیره سازی شود یا به صورت مقادیر عددی صفر = موفق و یک = ناموفق (به عنوان مثال زمانی که خطایی رخ دهد) ثبت شود و یا برعکس. انبوهش[۵] آزمایش‌های هر دو نوع این اجازه را می‌دهد تا نسبت‌های مربوطه قابل محاسبه باشد که به معنی آن است که تعداد نتایج مثبت/ منفی بر تعداد کل آزمایش‌ها تقسیم می‌شود. معمولاً واحدهای صورت و مخرج یکسان است، یعنی تعداد آزمایش‌ها.

مثال: **اگر تماس‌های صوتی برقرار شده برای بررسی قابلیت نگهداری یک سامانه تلفنی صوتی در نظر گرفته شوند، هر تماس خاتمه یافته موفق منجر به نتیجه مثبت «تماس کامل شد» خواهد شد، و هر تماس ناموفق که به عنوان تماس «قطع شده» شناخته می‌شود نشان دهنده نتیجه منفی خواهد بود. پس از ۱۰۰۰۰ تماس برقرار شده، نرخ تماس‌های قطع شده نسبت به کل تماس‌ها قابل محاسبه خواهد بود. نتیجه، احتمال قطع شدن تماس خواهد بود.**

۴-۲ داده خارج از اندازه‌گیری بازه زمانی

اندازه‌گیری مرتبط با حوزه[۶] زمان در حوزه‌های زیر اتفاق می‌افتد:

---

1 - Binary
2 - Accessibility
3 - availability
4 - Retainability
5 - Aggregation
6 - Domain

- مدت زمان یک نشست[1] یا تماس
- تاخیر دسترسی خدمت
- زمان رفت و برگشت و تاخیر انتها به انتهای یک خدمت
- زمان‌های مسدود کردن[2]، و زمان از کار افتادگی[3] سامانه

خروجی این اندازه‌گیری‌ها، بازه زمانی بین دو مهر ایجاد کننده زمان شروع تا زمان خاتمه دوره زمانیِ[4] مورد نظر است. نتایج، مرتبط با واحد «ثانیه» یا قسمت‌ها یا مضربی از آن هست. بسته به ابزارهای اندازه‌گیری و دقت مورد نیاز، استفاده از واحدهای اندازه‌گیری به اندازه دلخواه کوچک مجاز است.

مثال: می‌توان زمان تحویل انتها به انتها برای خدمت MMS را توسط اندازه‌گیریی تعریف کرد که زمانی آغاز می‌شود که کاربر در طرف الف، دکمه «انتقال» را فشار دهد و زمانی متوقف می‌شود که پیام MMS که کاملاً دریافت شده به کاربر در طرف ب نشانک‌دهی شود.

۴-۳ اندازه‌گیری گذردهی داده[5]

اندازه‌گیری‌های مرتبط با گذردهی داده منجر به مقادیری می‌شود که نسبت حجم داده انتقال یافته نسبت به زمان مورد نیاز را تشریح می‌کند. نتیجه یک اندازه‌گیری واحد، خارج قسمت هر دو اندازه‌گیری خواهد بود. واحدهای مورد استفاده «بیت» یا مضربی از آن برای مقدار داده و «ثانیه» یا مضارب یا کسری از آن برای قسمتی از زمان خواهد بود.

مثال: اگر مقدار داده 1 Mbit در ۶۰ ثانیه منتقل شود، نتیجه به نرخ داده متوسط تقریبی 16/666 کیلوبیت بر ثانیه خواهد داد.

۴-۴ داده مرتبط با سنجه‌های[6] کیفیت

مثال‌هایی برای کیفیت انتقال داده موجود است که اندازه‌گیری آن ممکن است به ترتیب براساس سرعت یا ارزیابی کیفیت گفتار اندازه‌گیری شده در یک مقیاس باشد.
اندازه‌گیری‌های مربوط به کیفیت دیداری-شنیداری به صورت عینی[7] توسط الگوریتم‌ها و به صورت ذهنی[8] توسط شنوندگان انسانی قابل انجام است. نتیجه حاصل از ارزیابی کیفیت دیداری-شنیداری با یک مقدار

---

1 - Session
2 - Blocking
3 - Downtimes
4 - Period
5 - Throughput
6 - Measure
7 - Objectively
8 - Subjectively

مقیاس‌بندی شده مرتبط می‌شود که MOS آزمون‌های ذهنی نام دارد. به این ترتیب، اندازه‌گیری کیفیت در این حیطه به دو صورت عینی و ذهنی مشخص خواهد شد. اگر سنجه‌های کمی تعیین شوند که تا حد زیادی به کیفیت علاقه فرد وابسته هستند، تحلیل را تسهیل خواهند کرد. اما اگر این امر امکان پذیر نباشد، نوعی از ارزیابی توسط متخصصین واجد شرایط بر روی یک مقیاس استاندارد شده مورد نیاز خواهد بود. بنابراین ممکن است نتایج به عنوان نتیجه اندازه‌گیری یا به عنوان یک نشانه بر روی یک مقیاس از پیش تعریف شده اعلان شوند.

مثال: در یک آزمون ذهنی، از افراد خواسته می‌شود تا به کیفیت کلی نمونه‌های تصویری امتیاز بدهند که به آنها ارائه می‌شود. مقیاس مجاز برای امتیازدهی کیفیت بین گستره ۱ (کیفیت بسیار ضعیف) تا ۵ (کیفیت عالی) خواهد بود.

جدول ۱، انواع مختلف اندازه‌گیرهای مربوط به QOS، خروجی‌های معمول و برخی مثال‌ها را ارائه می‌کند.

جدول ۱- اندازه‌گیری‌های مرتبط با QoS، نتایج معمول و مثال‌ها

طبقه[1]	انواع اندازه‌گیری مرتبط	مثال‌ها
مقادیر دودویی	دسترس پذیری خدمت، در دسترس بودن خدمت قابلیت نگهداری خدمت، پیوستگی خدمت، نسبت‌های خطا، احتمالات خطا	تلفن دسترس پذیری خدمت، SMS در دسترس نبودن خدمت، نرخ تکمیل تماس، نرخ قطع تماس، نرخ خطا در برپاسازی تماس
مقادیر دوره	مدت زمان یک نشست یا تماس تاخیر دسترسی به خدمت زمان رفت و برگشت، تاخیر انتها به انتها زمان‌های مسدود کردن، زمان از کار افتادگی سامانه	زمان میانگین تماس، WAP تاخیر دسترسی به خدمت، ICMP رفت زمان رفت و برگشت[2]، تلفن زمان مسدود کردن، زمان از کار افتادگی SGSN
مقادیر گذردهی	گذردهی	نرخ داده میانگین GPRS نرخ داده بیشینه سامانه ارتباطات راه‌دور سیار جهانی (UMTS)[3]
مقادیر کیفیت محتوی	کیفیت دیداری-شنیداری	امتیازهای MOS از آزمون‌های ذهنی

۵ توزیع‌ها و گشتاورها[4]

۱-۵ مقدمه

1 - Category
2 - Ping roundtrip
3 - Universal Mobile Telecommunication System
4 - Moment

هدف از تحلیل داده، استخراج نتایجی درباره وضعیت یک فرآیند براساس یک مجموعه داده خاص می‌باشد، که ممکن است نمونه ای از جامعه آماری مورد علاقه باشد یا نباشد. اگر توزیع‌هایی مفروض باشند، این موارد بیان‌گر انبوه داده[1] تا پارامترهای وابسته به هر خانواده از توزیع‌ها خواهند بود که خواصی مانند میانگین انبوه داده را مشخص می‌کنند. موقعیت یا جابجایی‌های[2] پراکندگی[3] فرآیند در حالت کلی منجر به تخمین‌های متفاوت از پارامترهایی خواهد شد که توزیع را مشخص می‌کنند. بنابراین اطلاعات در دسترس از این داده‌ها در یک یا چندین آماره[4] کافی فشرده خواهد شد که توزیع مذکور را مشخص می‌کند.

بسیاری از کاربردها و محاسبات آماری به فرض‌ها در مورد توزیع وابسته هستند، که همیشه به طور صریح بیان نمی‌شوند. نتایج سنجه‌های آماری عموما تنها در حالتی قابل فهم هستند که فرضیه‌های مذکور برآورده شوند و بنابراین تنها در صورتی قابل تفسیر خواهند بود که کاربران در مورد این فرضیه‌ها اطلاع داشته باشند.

این بند به صورت زیر سازمان‌دهی می‌شود. ابتدا توزیع‌ها، گشتاورها و چندک‌ها به صورت نظری در زیربندهای ۵-۲ و۵-۴ معرفی می‌شوند. این قسمت از استاندارد، براساس ایده متغیرهای تصادفی است که دارای توزیع‌های معین می‌باشند. متغیرهای تصادفی دارای مقادیر واحد نخواهند بود، ولی مدل احتمالی مذکور را برای یک فرآیند تصادفی شرح می‌دهند و معمولا به صورت زیر مشخص می‌شوند:

$$X \sim \text{توزیع (پارامترها)}$$

براساس فرضیه‌های توزیع، گشتاورها و چندکهای متغیرهای تصادفی از دیدگاه نظری استخراج می‌شوند.

به داده‌ها عموما به عنوان تحقق متغیرهای تصادفی نگاه می‌شود. بنابراین تحلیل داده عموما شامل برازش[5] یک توزیع مناسب برای داده و نتیجه‌گیری براساس این فرضیه خواهد بود. زیربند ۵-۵ به صورت خلاصه تخمین چندکها و گشتاورها را شرح می‌دهد.

در ادامه، تعدادی از توزیع‌های مهم در زیربند ۵-۶ معرفی می‌شوند، که هریک به صورت گرافیکی نمایش داده می‌شوند تا یک ایده معنادار در مورد کاربرد آنها بدهند. در این زیربند، توزیع‌های آزمون نیز معرفی خواهند شد، زیرا در بند ۵-۷ برای استخراج آزمون‌های آماری مورد نیاز هستند.

۵-۲ توزیع‌های پیوسته و گسسته

تفاوت عمده میان انواع داده‌هایی که در قسمت قبل به آنها اشاره شد در قالب توزیع‌های گسسته و پیوسته قابل توضیح می‌باشد. داده با مقادیر دودویی از یک توزیع گسسته تبعیت می‌کند، زیرا مقدار احتمال بر روی تعداد ثابتی از مقادیر ممکن توزیع می‌شوند. استدلال مشابهی برای اندازه‌گیری‌های کیفیت با نتایج ارزیابی در یک مقیاس با تعداد محدودی از مقادیر ممکن وجود دارد (یعنی نشانه‌های ۱ تا ۶ یا موارد مشابه).

1 - data mass
2 - Shift
3 - Dispersion
4 - Statistics
5 - Fit

بر عکس، ممکن است اندازه‌گیری بازه زمانی همچنین اندازه‌گیری‌های کیفیت براساس متغیرهای کمی مناسب دارای مجموعه نامحدودی از مقادیر ممکن باشد. از دیدگاه نظری، از آنجا که تعداد خروجی‌های ممکن بی شمار است، بنابراین احتمال اینکه دقیقاً یک مقدار تکی مشاهده شود صفر خواهد بود. احتمالات بزرگتر از صفر تنها برای بازه‌هایی با پهنای مثبت قابل تحقق است. در عمل، هر ابزار اندازه‌گیری، اندازه‌گیری با دقت محدود را ممکن می‌سازد که اندازه‌گیری‌های گسسته با تعداد زیادی خروجی ممکن را نتیجه خواهد داد. با این حال، با داده‌های بدست آمده از سامانه‌های اندازه‌گیری با دقت منطقی، به صورت پیوسته رفتار خواهد شد.
تعاریف رسمی توزیع‌های گسسته و پیوسته، براساس توابع چگالی احتمال است که در ادامه به آنها اشاره خواهد شد.

۵-۳ تعریف تابع چگالی و تابع توزیع

۵-۳-۱ تابع توزیع احتمال (PDF)

PDFها، توده احتمالی را برای خروجی‌های واحد (توزیع‌های گسسته) و یا بازه‌ها (توزیع‌های پیوسته) مشخص می‌کنند.

یک PDF به عنوان تابعی به صورت $f : IR \rightarrow [0, \infty)$ با خصوصیات زیر تعریف می‌شود:

۱. $f(x) \geq 0$ برای تمامی $x \in S$

۲. $\int_S f(x)dx = 1$ برای توزیع پیوسته یا $\sum_S f(x) = 1$ برای توزیع‌های گسسته.

به عبارت دیگر، اولا مقادیر PDF همواره غیرمنفی می‌باشد، یعنی احتمالات منفی به مقادیر یا بازه‌ها واگذار نمی‌شوند، و ثانیا جمع‌کردن یا انتگرال‌گیری برروی PDF همیشه مساوی ۱(=۱۰۰٪) خواهد شد، یعنی هر مقدار داده همیشه محقق خواهد شد.

مثال ۱: یک PDF برای داده دودویی می‌تواند به صورت زیر ارائه شود:

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \mathbf{0.1 : x = 1} \\ \mathbf{0.9 : x = 0} \end{cases}$$

که بیان‌گر این است که احتمال یک آزمایش ناقص (x=1) برابر ۱۰٪ است، درحالتی که آزمون‌ها با احتمال ۹۰٪ با موفقیت خاتمه یافته‌اند.

مثال۲: برای اندازه‌گیری‌های بازه زمانی، PDFها ممکن است هر نوع شکلی را دارا باشند، به عنوان مثال یک توزیع نرمال با میانگین ۱۰ (ثانیه) در اینجا مفروض است.PDF این توزیع به صورت زیر ارائه می‌شود:

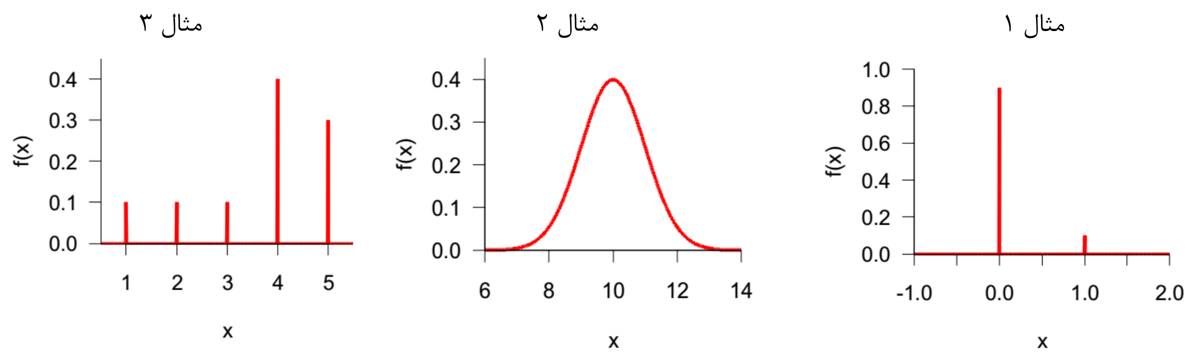
$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, exp\left\{-\frac{1}{2}\,(x-10)^2\right\}}$$

مثالهای بیشتری از توزیع‌های پیوسته در ادامه ارائه خواهند شد.

مثال۳: اگر به عنوان مثال رده‌های کیفیت صدا به صورت ۱ = بسیارضعیف تا ۵ = بسیار عالی تعریف شده باشند، یک PDF برای داده‌های نتیجه شده می‌تواند به صورت زیر باشد:

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \mathbf{0.1}: \boldsymbol{x} \in \{\mathbf{1,2,3}\} \\ \mathbf{0.4}: \quad \boldsymbol{x} = \mathbf{4} \\ \mathbf{0.3}: \quad \boldsymbol{x} = \mathbf{5} \end{cases}$$

شکل ۱، PDF فرض شده برای انواع داده‌های مختلف سه مثال را نشان می‌دهد.



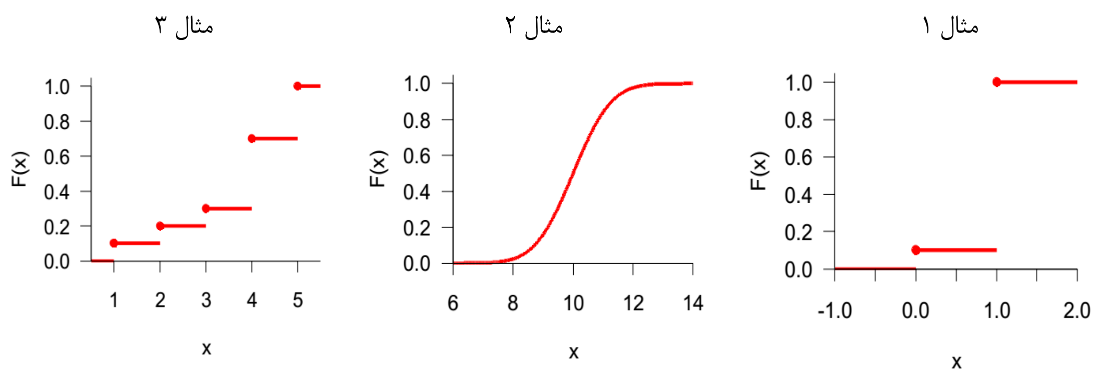
شکل ۱- PDFها برای مثال‌های ۱ تا ۳

۵-۳-۲ تابع توزیع تجمعی (CDF)

یک CDF از PDF مربوطه (که در قسمت قبل تشریح شد) با جمع (داده‌های گسسته) یا انتگرال‌گیری (داده‌های پیوسته) برروی توده چگالی تا مقدار جاری قابل محاسبه می‌باشد.

تابع $F{:}IR\rightarrow[0.1]$ با $F(x)=\sum_{\tilde{x}\leq x} f(\tilde{x})$ برای حالت گسسته و $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(\tilde{x})\,d\tilde{x}$ برای توزیع‌های پیوسته، CDF نامیده می‌شوند. این امر ایجاب می‌کند که برای $x\rightarrow\infty$، $f(x)\rightarrow 1$ و برای $x\rightarrow-\infty$، $f(x)\rightarrow 0$ خواهد بود.

به عبارت دیگر، مقدارCDF با قسمتی از توزیع در سمت چپ مقادیر مورد نظر رابطه دارد. برای سه مثال فوق، CDFهای مربوطه در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲- CDFها برای مثال‌های ۱ تا ۳

۵-۴ گشتاورها و چندک‌ها

گشتاورها، مشخصه‌های اصلی توزیع‌ها هستند. گشتاورهای بسیار مهم عبارتند از:

- امید ریاضی (اولین گشتاور)، موقعیت یک توزیع را مشخص می‌کند.
- ورداریی (دومین گشتاور مرکزی)، پراکندگی اطراف امید ریاضی توزیع را مشخص می‌کند.
- چولگی[1] (سومین گشتاور مرکزی)، مشخص می‌کند یک توزیع متقارن یا اریب است.

این گشتاورها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

الف) امید ریاضی (اولین گشتاور، میانگین) یک متغیر تصادفی x با CDF برابر با $f(x)$ برای توزیع‌های پیوسته به صورت $E(x) = \int xf(x)\,dx$ و $E(x) = \sum xf(x)$ برای توزیع‌های گسسته تعریف می‌شود.

ب) ورداریی (گشتاور مرکزی دوم) یک متغیر تصادفی مانند x با CDF برابر با $f(x)$ برای توزیع‌های پیوسته به صورت $Var(x) = \sum\left(x - E(x)\right)^2 f(x)dx$ و برای توزیع‌های گسسته به صورت $Var(x) = \int\left(x - E(x)\right)^2 f(x)$ تعریف می‌شود.

پ) چولگی(گشتاور مرکزی سوم) یک متغیر تصادفی مانند x با CDF برابر با $f(x)$ برای توزیع‌های پیوسته به صورت $\int\left(x - E(x)\right)^3 f(x)dx$ و برای توزیع‌های گسسته به صورت $\sum\left(x - E(x)\right)^3 f(x)$ تعریف می‌شود. مقدار صفر نشان دهنده توزیع متقارن می‌باشد.

مثال ۱: برای CDF اولین مثال، گشتاورها به صورت $E(x) = 0.1 \times 1 + 0.9 \times 0 = 0.1$، و همینطور $var(x) = 0.1 \times 0.9^2 + 0.9 \times 0.1^2 = 0.09$ محاسبه می‌شوند که به انحراف معیار استاندارد $\sigma(x) = 0.3$ منجر خواهدشد. چولگی به صورت $0.1 \times 0.9^3 + 0.9 \times (-0.1)^3 = 0.072$ قابل محاسبه است که نشان دهنده آن است که توزیع متقارن نیست.

مثال ۲: گشتاورهای توزیع نرمال فوق بوسیله انتگرال‌گیری جزئی و این واقعیت که PDF به سمت ۱ میل

1 - Skewness

می‌کند قابل محاسبه است، و یا با استفاده از خواص توزیع‌های نرمال محاسبه می‌شود که در آنها میانگین و انحراف معیار استاندارد، پارامترهای μ و σ در PDF می‌باشد که:

$$f\left(x\middle|\mu،\sigma\right)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\ (x-10)^2\right\}$$

و توزیع‌های نرمال همیشه متقارن هستند. این امر منجر به $E(x)=10$ و $Var(x)=\sigma^2=1$ خواهد شد که همچنین برابر انحراف معیار استاندارد است و چولگی برای مثال بالا برابر صفر خواهد شد.

مثال ۳: برای CDF مثال ۳، گشتاورها به صورت:

$$Var(x)=1.61\ E(x)=0.1\times1+0.1\times2+0.1\times3+0.4\times4+0.3\times5=3.7$$

محاسبه خواهند شد و چولگی منفی برابر با ۱/۸۲۴- خواهد شد.

گشتاورها برای PDF هر سه مثال قابل محاسبه هستند. با این حال ممکن است همیشه با معنی نباشند. به طور خاص در مثال ۳، خروجی‌های ممکن، «خیلی ضعیف» تا «بسیار عالی» هستند، که می‌توان آنها را مرتب کرد و آنها را همانگونه که انجام شد، با مقادیر ۱ تا ۵ نشان داد، اما امید ریاضی۳/۷ دارای معنی خاصی نخواهد بود. استدلال مشابهی برای گشتاورهای بالاتر نیز صدق می‌کند، زیرا مقادیر متغیر مورد نظر کمی نیستند، بلکه به صورت کیفی مرتب می‌شوند.

در حالتی که داده‌ها دارای توزیع اریب باشند، گشتاورها ممکن است برای توصیف توزیع مورد نظر مناسب نباشند. یک سنجه موقعیت جایگزین، توسط میانه[1] نشان داده می‌شود که مکانی است که توزیع را به دو قسمت تقسیم می‌کند، یعنی ۵۰٪ توده توزیع کمتر و ۵۰٪ دیگر بیشتر از میانه خواهند هستند.

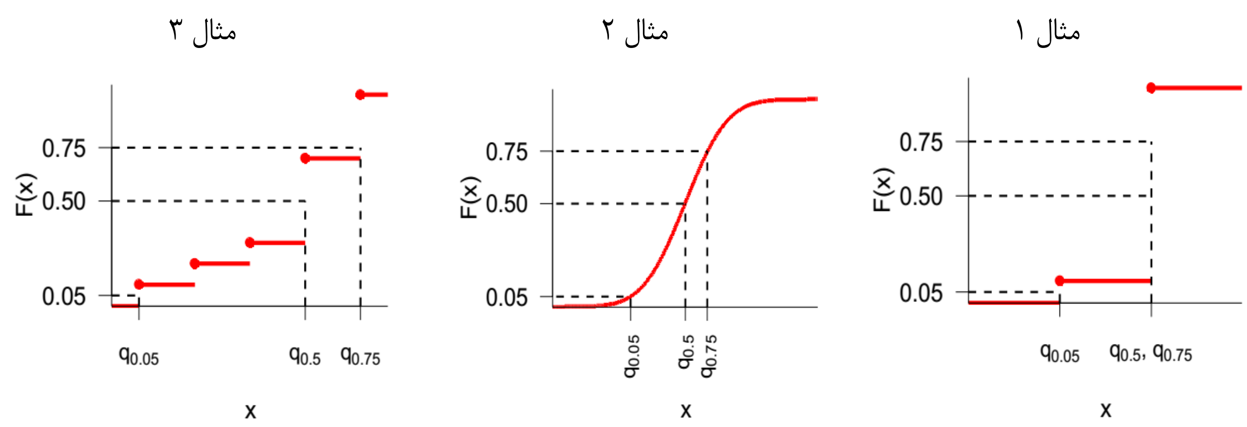
به صورت کلی‌تر، چندک‌ها برای هر درصد ممکن تعریف می‌شوند. چندک α توزیع را به گونه‌ای برش می‌دهد که $\alpha\times100\%$ توزیع کوچکتر از این مقدار و $(1-\alpha)100\%$ توزیع بزرگتر از این مقدار خواهند بود. میانه به عنوان یک حالت خاص، چندک ۵۰٪ نامیده می‌شود.

یک تعریف رسمی از گشتاورها به عنوان مثال توسط Mood، Gabriel و Boes (۱۹۷۴) ارائه شده است:

- چندک α یا q_α با $\alpha\in[0،1)$ به عنوان کوچکترین مقدار q_α تعریف می‌شود که $f(q_\alpha)\le\alpha$ را برآورده می‌کند (برای $\alpha=0$، به ترتیب مقدار کمینه با احتمال مثبت یا $-\infty$ تعریف می‌شود.)

چندک‌ها به سادگی با مثال‌های CDF بالا تشریح می‌شوند (شکل ۳ را مقایسه کنید). برای هر CDF، چندک‌های ۵٪، ۵۰ ٪، ۷۵٪ به نمودار مذکور اضافه شده‌اند.

1 - Median



شکل ۳- نمایش چندک‌های نظری برای مثال‌های ۱ تا ۳

۵-۵ تخمین چندک‌ها و گشتاورها

اگر تنها نمونه‌هایی از جامعه مورد نظر در دسترس باشد، ممکن است گشتاورهای نظری قابل محاسبه نباشند، اما باید به صورت تجربی تخمین زده شوند.

یک تخمین زننده مبتنی بر نمونه[1] برای امید ریاضی توزیع، توسط میانگین تجربی ارائه می‌شود، $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$، که در آن $i=1,\dots,n$ و x_i مقادیر نمونه هستند. وردایی توزیع عموما به صورت $s^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ تخمین زده می‌شود که منجر به انحراف معیار استاندارد تجربی $s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$ خواهد شد.

برای تخمین چندک‌ها، تعریف فوق در مورد چندک‌های نظری با یک تابع درون‌یابی خطی[2] جایگزین می‌شود. این تابع از یک سو تضمین می‌کند که کلیه چندک‌ها در گستره توزیع تجربی خواهند بود (چندک صفر درصد معادل کمینه داده و چندک ۱۰۰٪ معادل بیشینه داده‌ها خواهد شد.) از سوی دیگر، درون‌یابی منجر به «حدس بهتری» از چندک واقعی خواهد شد، اگر تنها تعداد داده محدودی وجود داشته باشد و توزیع مذکور پیوسته باشد. فرمول محاسبه‌ای که عموماً مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت زیر است:

$$q_\alpha=(1-f)x_{(i)}+f\times x_{(i+1)}$$

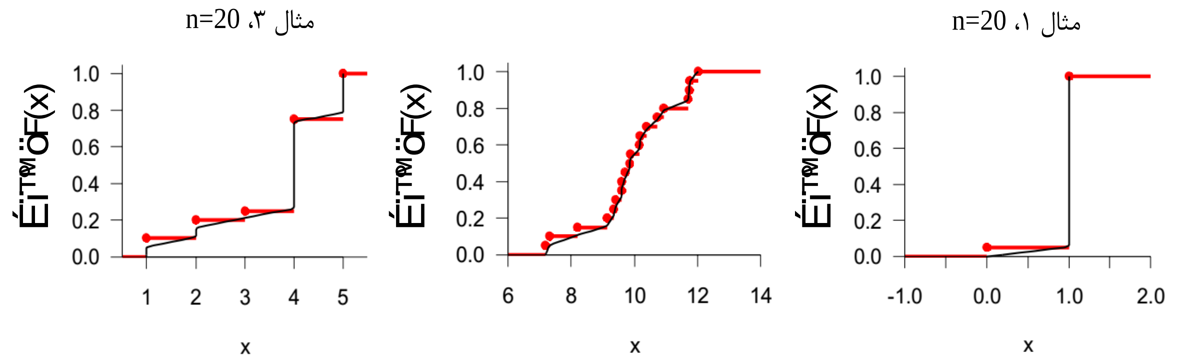
که در آن $i=\lfloor 1+(n-1)\alpha\rfloor$، $f=1+(n-1)\alpha-i$ و $x_{(n+1)}:=x_{(n)}$.

در اینجا $x(i)$ نشان دهنده i-امین مقدار داده مرتب شده و $\lfloor z\rfloor$ بیان‌گر بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی z می‌باشد (به عنوان مثال $\lfloor 3.2\rfloor=3$ و $\lfloor 4.9\rfloor=4$). بنابراین با محاسبه i، چندک براساس مقدار α بین $x(i)$ و

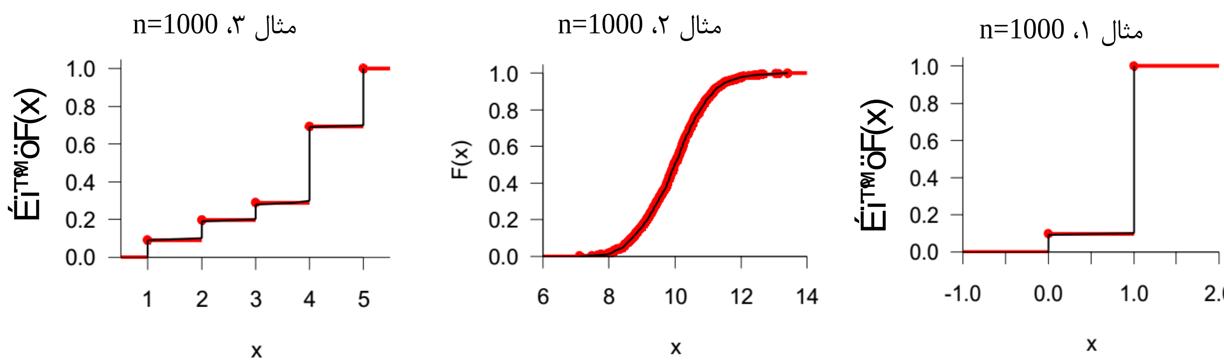
1 - Sample based estimator
2 - Linear interpolating function

$x(i+1)$ خواهد بود. درون‌یابی بین این دو مقدار براساس انحراف f بین i و $(1+(n-1)\alpha)$ انجام خواهد شد.

مثال‌های CDFهای تجربی و چندک‌های تجربی برای داده‌های شبیه‌سازی شده توزیع‌های مثال ۱ تا ۳ در شکل ۴ و ۵ نشان داده شده است. خط مشکی توپر در نمودار بیان‌گر چندک‌های تجربی بدست آمده از فرمول فوق می‌باشد (از ۰٪ تا ۱۰۰٪).



شکل ۴- نمایش CDFها و چندک‌های تجربی برای مثال‌های ۱ تا ۳



شکل ۵- نمایش CDFها و چندک‌های تجربی برای مثال‌های ۱ تا ۳

یادآوری می‌شود که بهتر است رویه تخمین فوق برای مجموعه‌های داده با تعداد کمی داده با دقت زیادی انجام شود (که توزیع مفروض در آنها احتمالاً گسسته است)، زیرا چندک‌های تخمین زده شده مقادیر متفاوتی با داده در مجموعه داده مفروض اختیار می‌کنند. این مطلب در شکل ۴ در نمودارها برای نمونه‌های با اندازه نمونه n=20 قابل مشاهده است.

۵-۶ توزیع‌های مهم

در این بند، توزیع‌های مهم مرتبط با کاربرد عملی در زمینه مخابرات توضیح داده می‌شوند. این توزیع‌ها یا مستقیما مربوط به نتایج اندازه‌گیری هستند و یا برای ارزیابی این نتایج در گام دوم ضروری هستند. توزیع‌های مرتبط بیشتر ممکن است بعدا افزوده شوند.

در حالت کلی، توزیع‌ها به واسطه پارامترهای معینی مشخص می‌شوند که خصوصیات اصلی آنها را تشریح می‌کنند. این خصوصیات به صورت مشترک بر مبنای گشتاورهای آنها یعنی به ترتیب مقدار میانگین، انحراف معیار و وردایی این توزیع‌ها بیان می‌شوند. هرگاه ممکن باشد، این خصوصیات مرتبط به همراه نمونه‌هایی از موارد استفاده آنها ارائه خواهند شد. به طور کلی، توزیع‌های گسسته و پیوسته در ادامه متمایز خواهند شد.

۵-۶-۱ توزیع‌های پیوسته

تعداد زیادی از توزیع‌های پیوسته متفاوت برای تشریح نتایج اندازه‌گیری‌ها به صورت آماری وجود دارند. یک بررسی اجمالی این توزیع‌ها به طور مثال توسط مراجع [LAW] و [HART] ارائه شده است (به کتاب‌شناسی رجوع شود). برای اهداف عملی در زمینه فراکاوی QoS، توزیع‌های تشریح شده در زیر احتمالا مرتبط‌ترین‌ها هستند.

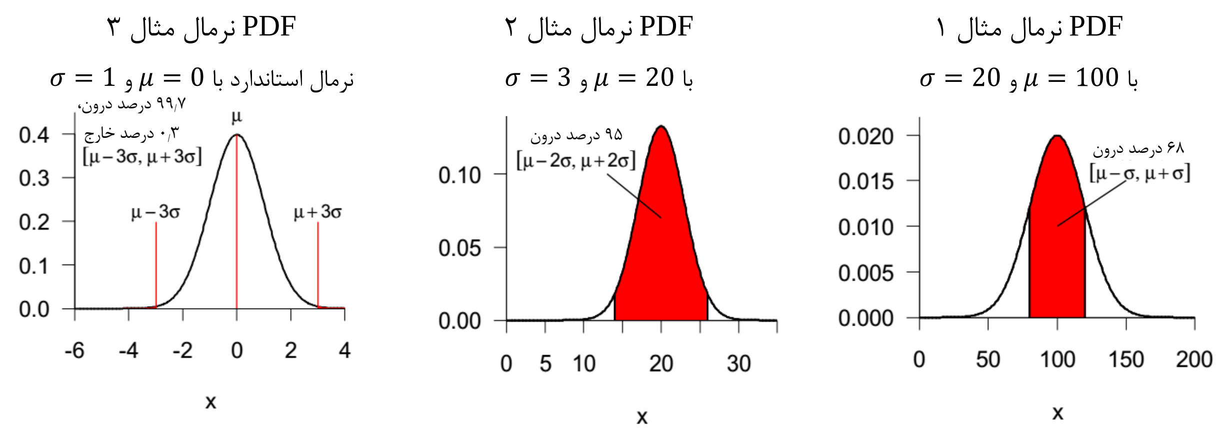
۵-۶-۱-۱ توزیع نرمال

توزیع نرمال که به آن توزیع گوسی (یا توزیع به شکل زنگ[1]) نیز گفته می‌شود، برای بسیاری از فرآیندهای طبیعی که نیازمند یک توزیع پیوسته متقارن باشند مناسب است. (یک مثال قبلا ارائه شده است و توابع چگالی توزیع‌های نرمال دیگر در شکل ۶ نشان داده شده است).

	توزیع نرمال
نماد	$X \sim N(\mu, \sigma^2)$
پارامترها	μ, σ
PDF	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\ (x-\mu)^2\right\}$
CDF	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\ (t-\mu)^2\right\} dt$
امید ریاضی	$E(X) = \mu$
وردایی	$Var(X) = \sigma^2$
نکات	توزیع نرمال استاندارد با $\mu = 0$ و $\sigma = 1$، به زیربند ۵-۶-۱-۱ رجوع شود

توزیع نرمال به صورت منحصر به فرد توسط میانگین و انحراف معیار آن مشخص می‌شود. برای داده‌هایی که به صورت نرمال توزیع شده‌اند، حدود ۶۸٪ داده در بازه $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$، ۹۵٪ داده‌ها در بازه $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ و ۹۹٫۷٪ از داده‌ها در بازه $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ قرار خواهند گرفت. آخرین بازه، بازه شش سیگما نیز نامیده می‌شود که نام معروف دروس شش سیگما از آن گرفته شده است.

[1]



شکل ۶- توابع چگالی برای ۳ توزیع نرمال مختلف

داده توزیع شده به صورت نرمال (یا تقریباً نرمال) در عمل و به طور خاص در طبیعت بسیار وجود دارد، به عنوان مثال ارتفاع بدن انسان یا حیوانات.

۵-۶-۱-۱-۱ توزیع نرمال استاندارد

کلیه توزیع‌های نرمال یا داده‌های توزیع شده نرمال را می‌توان توسط تفریق میانگین و سپس تقسیم بر انحراف معیار توزیع یا داده نتیجه شده به توزیع نرمال استاندارد با میانگین $\mu = 0$ و انحراف معیار $\sigma = 1$ استانداردسازی کرد. محاسبات معکوس، مجددا منجر به دستیابی به توزیع یا داده اولیه خواهد شد. بنابراین اگر پارامترهای μ و σ مشخص باشند یا تخمین زده شوند، کلیه توزیع‌های نرمال می‌توانند به نرمال استاندارد تبدیل شوند. به همین دلیل و به دلیل آنکه بسیاری از آزمون‌های آماری براساس توزیع نرمال استاندارد هستند، در کتاب‌های آمار عموما چندک‌های توزیع نرمال استاندارد ارائه شده است. به طور خاص، چندک α توزیع نرمال استاندارد با u_α نمایش داده می‌شود.

در مثال ۳ از شکل ۶، چگالی مربوط به توزیع نرمال استاندارد ارائه شده است.

	توزیع نرمال استاندارد
نماد	$X \sim N(0,1)$
پارامترها	خالی
PDF	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\, x^2\right\}$
CDF	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\, t^2\right\} dt$
امید ریاضی	$E(X) = 0$
ورداییی	$Var(X) = 1$
نکات	

۵-۶-۱-۱-۲ قضیه حد مرکزی

دلیل دیگر برای استفاده مکرر از توزیع‌های نرمال (خصوصا در آزمون‌ها)، قضیه حد مرکزی است که یکی از مهمترین قضیه‌های موجود در نظریه آمار می‌باشد. این قضیه بیان‌گر آن است که میانگین n متغیر تصادفی با توزیعی یکسان با میانگین μ و وردایی σ^2 هنگامی که n بزرگ می‌شود، به یک توزیع نرمال با میانگین μ و وردایی $\frac{\sigma^2}{n}$ متمایل می‌شود. این قضیه برای توزیع‌های دلخواه معتبر است و عموماً با $n \geq 4$ به شکل معمول توزیع نرمال دست پیدا می‌کند. برای جزئیات تفضیلی در خصوص قضیه حد مرکزی به مراجع [LAW] و [MOOD] رجوع شود (به کتاب‌شناسی رجوع شود).

تعدادی ابزارهای مختلف برای بررسی نرمال بودن داده‌ها (یا میانگین‌ها) توسعه یافته است، مثل رویه‌های آزمون مانند آزمون معروف مناسب بودن برازش کولموگروف-اسمیرنف[1] (به زیربند ۵-۶-۶-۱-۲ رجوع شود) در کنار بقیه آزمون‌ها، و ابزارهای گرافیکی مثل بافت نگاشت[2] یا نمودار QQ. این ابزارهای گرافیکی در بند ۶ معرفی خواهند شد.

۵-۶-۱-۱-۳ تبدیل به حالت نرمال

همانگونه که مشاهده شد، توزیع نرمال بسیار قدرتمند بوده و در بسیاری از شرایط قابل استفاده می‌باشد. با این حال، این توزیع همیشه مناسب نیست، خصوصا در کاربردهای فنی که در آن بسیاری از پارامترهای مورد نظر دارای توزیع‌های غیر متقارن می‌باشند. با این وجود، در این شرایط ممکن است بتوان داده‌ها را به حالت نرمال تبدیل نمود. این ایده به عنوان مثال، منجر به توزیع لگاریتم نرمال[3] می‌شود که عموما برای پارامترهای فنی در نظر گرفته می‌شود.

۵-۶-۱-۲ توزیع لگاریتم نرمال

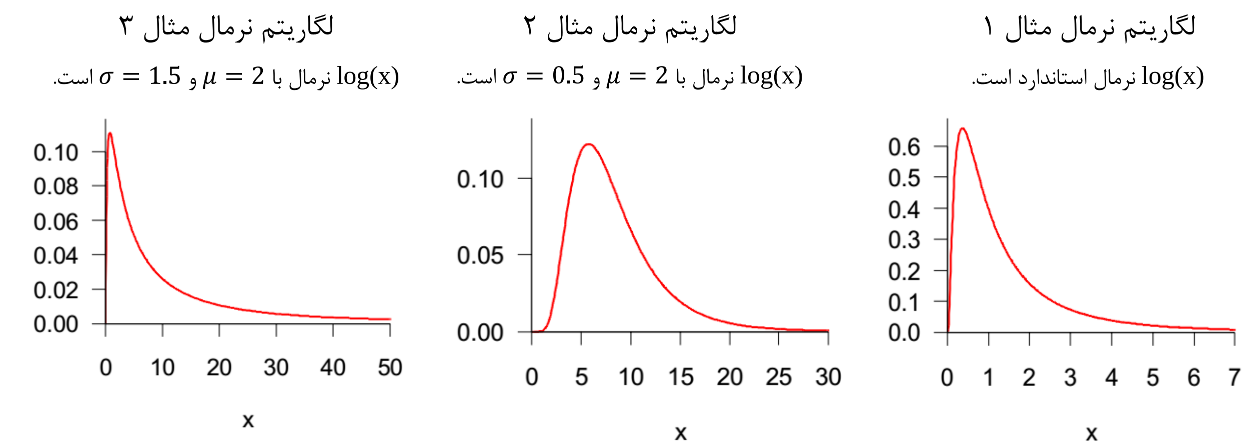
اگر لگاریتم متغیر تصادفی به صورت نرمال توزیع شده باشد، توزیع یک متغیر تصادفی لگاریتم نرمال نامیده می‌شود و به صورت $\log(x) \sim N(\mu،\sigma^2)$ نشان داده می‌شود.

	توزیع لگاریتم نرمال
نماد	$\log(x) \sim N(\mu،\sigma^2)$ یا $X \sim LN(\mu،\sigma^2)$
پارامترها	μ و σ^2
PDF	$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma x\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} & \text{اگر } x>0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$
CDF	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(t-\mu)^2\right\} dt$

1 - Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test
2 - Histogram
3 - Log-Normal

امید ریاضی	$E(X) = \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$
وردایی	$Var(X) = \exp(2\mu + \sigma^2)(\exp(\sigma^2) - 1)$
نکات	

توزیع‌های لگاریتم نرمال نسبت به توزیع‌های نرمال دارای چولگی بیشتر و دنباله بالای[۱] سنگین‌تری هستند که این امر باعث می‌شود تا در چندک‌های بالایی، تغییرپذیری بیشتری مشاهده شود. مثال‌های چگالی برای مقادیر متفاوت از μ و σ در شکل ۷ نشان داده شده است و نشان می‌دهد که توزیع لگاریتم نرمال می‌تواند شکل‌های متفاوتی داشته باشد.



شکل ۷- توابع چگالی توزیع‌های لگاریتم نرمال

۵-۶-۱-۲-۱ مورد استفاده: تبدیل‌ها

با استفاده از محاسبه لگاریتم مقادیر داده و با استفاده از یکی از ابزارهای گرافیکی که قبلا به آنها اشاره شد برای صحت سنجی[۲] اینکه آیا لگاریتم داده‌ها توزیع نرمال است، می‌توان بررسی کرد که یک مجموعه داده مفروض بر اساس توزیع لگاریتم نرمال توزیع شده است یا خیر. می‌توان به ترتیب میانگین و انحراف معیار تجربی داده‌های تبدیل شده را برای تخمین پارامترهای توزیع استفاده کرد.

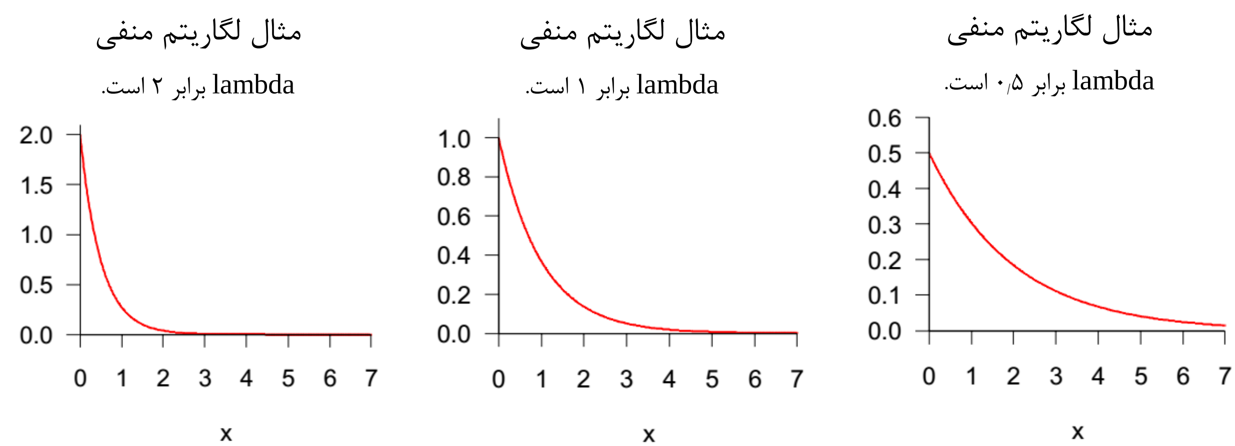
به صورت مشابه می‌توان سایر توزیع‌های مبتنی بر تبدیل را از توزیع نرمال استخراج کرد؛ بعنوان مثال برای تبدیل ریشه دوم $\sqrt{x} \sim IN(\mu،\sigma^2)$ یا تبدیل معکوس $\frac{1}{x} \sim IN(\mu،\sigma^2)$. مفهوم کلی مبتنی بر تبدیلات توان x توسط Box و Cox (۱۹۶۴) ارائه شده است.

۵-۶-۱-۳ توزیع نمائی

1 - Upper tail
2 - Verify

برای مدل‌سازی فرآیندهای ورود، اغلب از توزیع نمایی منفی استفاده می‌شود. پارامتر مربوط به این توزیع نماد λ است که بیان‌گر طول عمر فرآیند است. در خصوص فرآیندهای ورود، λ نرخ بین ورود[1] رخدادهای متعاقب نامیده می‌شود.

	توزیع نمایی
نماد	$X \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$
پارامترها	$\lambda > 0$
PDF	$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x)$
CDF	$F(x) = 1 - \exp(-\lambda x)$
امید ریاضی	$E(X) = 1/\lambda$
وردایی	$Var(X) = 1/\lambda^2$
نکات	توصیف چرخه حیات، تابع حیات[2]، احتمال حیات، $P(X > x) = \exp(-\lambda x)$



شکل ۸- توابع چگالی توزیع‌های نمایی منفی

۵-۶-۱-۴ توزیع ویبول[3]

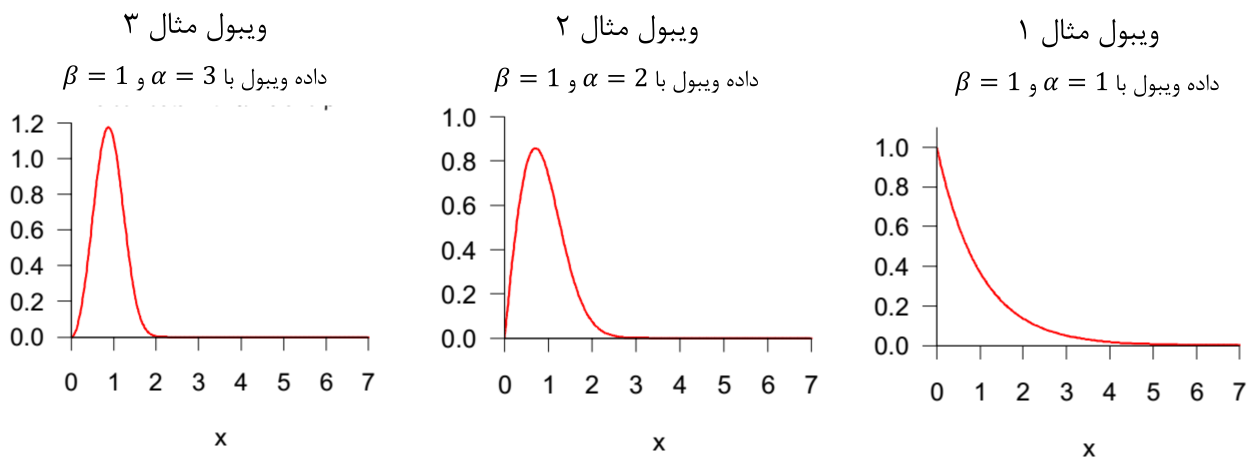
توزیع ویبول یک توزیع با دنباله سنگین است که به معنی آن است که توزیع دارای چولگی زیادی است و توده احتمال موجود در دنباله آن غیر قابل چشم پوشی می‌باشد. توزیع می‌تواند برای تشریح فرآیندهایی مورد استفاده قرار گیرد که دارای تکرار اندک بوده ولی به واسطه وزن آنها غیرقابل چشم پوشی می‌باشد.

1 - Inter-arrival rate
2 - Survival
3 - Weibull distribution

	توزیع ویبول
نماد	$X \sim \mathrm{Weibull}(\alpha, \beta)$
پارامترها	α با $\alpha > 0$ β با $\beta > 0$
PDF	$f_x(x) = \alpha\beta x^{\beta-1}\exp(-\alpha x^{\beta})$ اگر $x > 0$
CDF	$F(x) = 1 - \exp(-\alpha x^{\beta})$ اگر $x > 0$
امید ریاضی	$E(X) = \alpha^{-\frac{1}{\beta}}\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$ با تابع Γ
وردایی	$Var(X) = \alpha^{-\frac{2}{\beta}}\left[\Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \left(\Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)\right)^2\right]$ با تابع Γ
نکات	ماندگی مواد[1] $\mathrm{Weibull}(2, \beta)$، توزیع رایلی[2] با پارامتر β می‌باشد. رایلی برای توصیف اثر از رمق افتادگی[3] استفاده می‌شود

تابع گاما به صورت تابع انتگرال $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} exp(-t)\, t^{x-1}\, dt$ تعریف می‌شود. یک رابطه بسیار مهم برای تابع گاما به صورت $\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x)$ است. برای مقادیر صحیح n، این رابطه به $\Gamma(n) = (n - 1)!$ تبدیل می‌شود.

1 - Fatigue of material
2 - rayleigh
3 - Fading



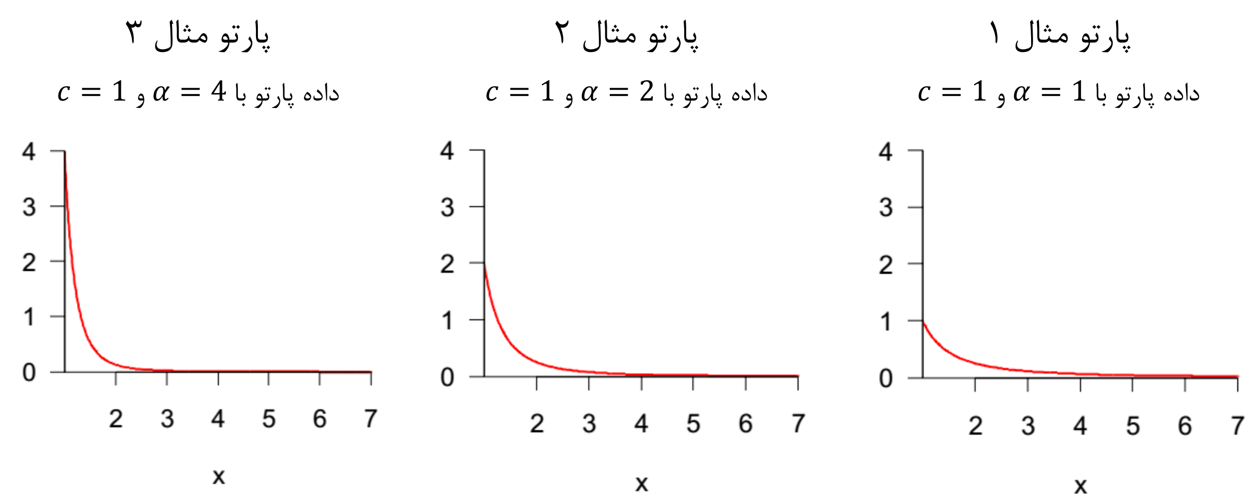
شکل ۹- توابع چگالی برای توزیع‌های ویبول

۵-۶-۱-۵ توزیع پارِتو[1]

تابع پاراتو همچنین یک توزیع با دنباله سنگین (فراوان) را مدل‌سازی می‌کند. یک مورد استفاده عمومی از این توزیع، مدل‌سازی ترافیک داده مبتنی بر بسته[2] می‌باشد. به عنوان مثال، اندازه درخواست‌ها و پاسخ‌های HTTP و همچنین بارگیری به پایین[3] FTP توسط تابع پارتو قابل توصیف می‌باشد.

	توزیع پارتو
نماد	$X \sim Pareto(c, \alpha)$
پارامترها	پارامتر موقعیت و مقیاس c پارامتر شکل α
PDF	$f(x) = \alpha x^{-(\alpha+1)} c^{\alpha}$ اگر $x > c$
CDF	$F(x) = 1 - (\frac{x}{c})$
امید ریاضی	$E(X) = \frac{c}{\alpha-1}$ برای $\alpha > 1$
وردایی	$Var(X) = \frac{c\alpha}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$ برای $\alpha > 2$
نکات	

1 - Pareto distribution
2 - Packet-oriented
3 - Download



شکل ۱۰- توابع چگالی توزیع‌های پارتو

۵-۶-۱-۶ توزیع حدی[1] (توزیع فیشر-تیپت[2])

برای مدل‌سازی رخدادهای بسیار نادر با تاثیر زیاد و غیرقابل چشم پوشی، توزیع حدی ممکن است مناسب باشد.

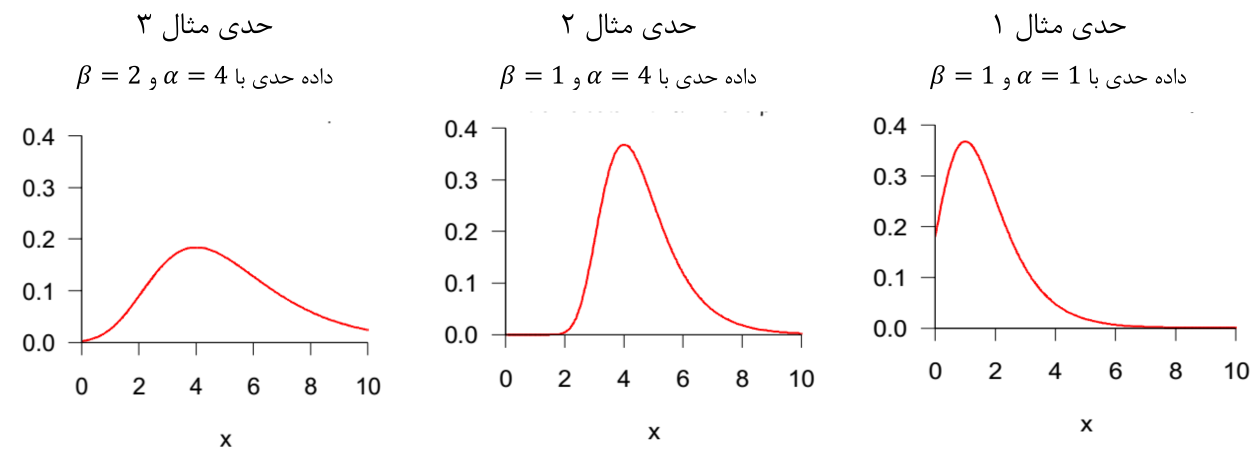
مثال ۱: در فراکاوی خدمت، این توزیع به عنوان مثال با مقدار داده‌ای مرتبط است که از طریق اتصالات داده FTP منتقل می‌شود. در حالی که بیشتر کاربران، ترافیکی در گستره چند ده تا چند صد مگابایت را تولید می‌کنند، در برخی مواقع ممکن است کاربرانی وجود داشته باشند که بخواهند ده گیگابایت را در یک نشست منتقل کنند. هنگامی که ترافیک داده کلی FTP مدل‌سازی می‌شود، این کاربران با توجه به حجم داده انتقالی زیادشان قابل چشم پوشی نیستند، اما احتمال رخداد چنین انتقالی نیز بسیار کم است.

مثال ۲: در مورد بیمه، حوادثی منفردی که منجر به خسارت مالی بالایی می‌شوند هنگامی اتفاق می‌افتند که به عنوان مثال یک انفجار کل ساختمان یک کارخانه را کاملا تخریب می‌کند. باز هم براساس خسارت مالی بالایی که اتفاق می‌افتد این موارد باید لحاظ شوند، اگر چه چنین رخدادهایی به ندرت اتفاق می‌افتند.

	توزیع حدی
نماد	$X \sim Extreme(\alpha, \beta)$
پارامترها	پارامتر شکل α پارامتر مقیاس β
PDF	$f(x) = \frac{1}{\beta}\exp\left(-\frac{x-\alpha}{\beta}\right)\exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\alpha}{\beta}\right)\right)$
CDF	$F(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\alpha}{\beta}\right)\right)$

1 - Extreme distribution
2 - Fisher-tippet

امید ریاضی	$E(X) = \alpha + \beta\gamma$ که $\gamma = 0.57721566$ ثابت اویلر- ماسکرونی[1] می‌باشد.
ورداپی	$Var(X) = \frac{\Pi^2\beta^2}{6}$ برای $\alpha > 2$
نکات	



شکل ۱۱- توابع چگالی مربوط به توزیع حدی

۵-۶-۲ توزیع‌های آزمون

آزمون‌های آماری، عموما برای رد کردن یک فرضیه به نفع یک فرضیه جایگزین بکار می‌روند. بنابراین بیشتر آزمون‌ها براساس انواعی از اندازه‌گیری انحراف معیار خواهند بود، که ممکن است انحراف داده از یک فرض برای مدل، یا از یک مقدار میانگین فرض شده، یک مقدار هدف و غیره باشد. به منظور تسهیل محاسبات، فرض می‌شود که انحرافات دارای توزیع نرمال هستند.

براساس این مفاهیم، سه توزیع آزمون مهم در ادامه معرفی می‌شوند که به آنها توزیع‌های کای-اسکوئر[2] ،توزیع اف-استیودنت[3] و تی-استیودنت[4] گفته می‌شود.

۵-۶-۲-۱ توزیع کای-اسکوئر با n درجه آزادی

اگر فرض شود نتایج فراکاوی خدمت، نتیجه تعدادی فرآیند نرمال مستقل است، این توزیع مبنایی را برای آزمودن این فرضیه ارائه می‌کند. به منظور ارزیابی مرتبط با توزیع χ^2، به زیربند ۵-۶-۴ رجوع شود.

یک توزیع χ^2، ترکیبی از n متغیر تصادفی مستقل z_1،....،z_n را ارائه می‌دهد که هر متغیر تصادفی، نرمال استاندارد است، به عبارت دیگر $z_i \sim N(0,1)$. ترکیب براساس رابطه زیر انجام می‌شود:

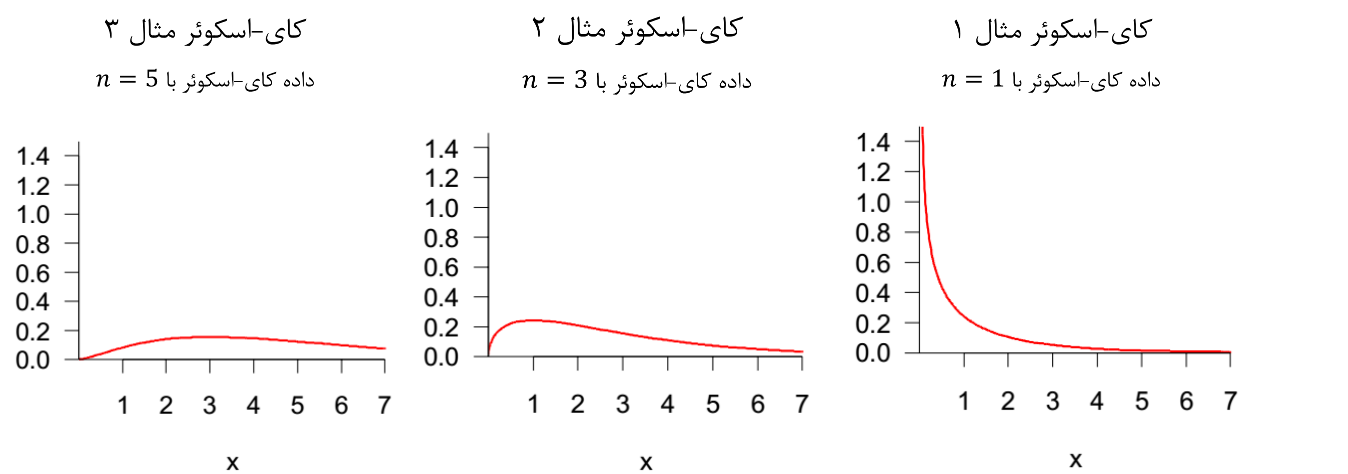
---

1 - Euler-Mascheroni
2 - Chi-square
3 - F-student
4 - t-student

$$\sum_{i=1}^{n} {z_i}^2 \sim {\chi_n}^2$$

نتیجه این ترکیب، «توزیع χ^2 (مرکزی) با nدرجه آزادی» نامیده می‌شود.

	توزیع کای-اسکوئر (مرکزی)
نماد	$X \sim {\chi_n}^2$ متغیر تصادفی $X = \sum_{i=1}^{n} z_i^2$
پارامترها	n: درجه آزادی z_1، .... ،z_n: متغیرهای تصادفی نرمال استاندارد مستقل: $z_i \sim N(0,1)$
PDF	$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} \exp(-\frac{x}{2})$ برای $x > 0$
CDF	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\zeta) d\zeta$ فاقد جواب بسته
امید ریاضی	$E(X) = n$
وردایی	$Var(X) = 2n$
نکات	ترکیب n متغیر تصادفی $N(0,1)$ مستقل آماری (نرمال استاندارد) تقریب: $F(x) = P(X \leq x) \cong \Phi(\frac{x-n}{\sqrt{2n}})$



شکل ۱۲- توابع چگالی توزیع‌های کای-اسکوئر

۵-۶-۲-۱-۱ روابط اضافی

تابع گامای که به آن ارجاع شده، به صورت تابع انتگرال زیر تعریف می‌شود:

$$\Gamma(\mathrm{x}) = \int_{0}^{\infty} \exp(-t)\, t^{x-1}\, dt$$

روابط اضافی مفید دیگر براساس این تابع به صورت زیر است:

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$$

اگر $x = n$ یک مقدار صحیح باشد، آنگاه $\Gamma(n) = (n-1)!$

۵-۶-۲-۱-۲ ارتباط با وردایی تجربی

- اگر مقدار میانگین μ معین باشد، آنگاه وردایی تجربی n متغیر تصادفی توزیع شده به صورت نرمال به صورت زیر است:

$$S_\mu^2 = \frac{1}{n}\sum\nolimits_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$$

با این اطلاعات، یک توزیع کای-اسکوئر برای عبارت زیر ارائه می‌شود:

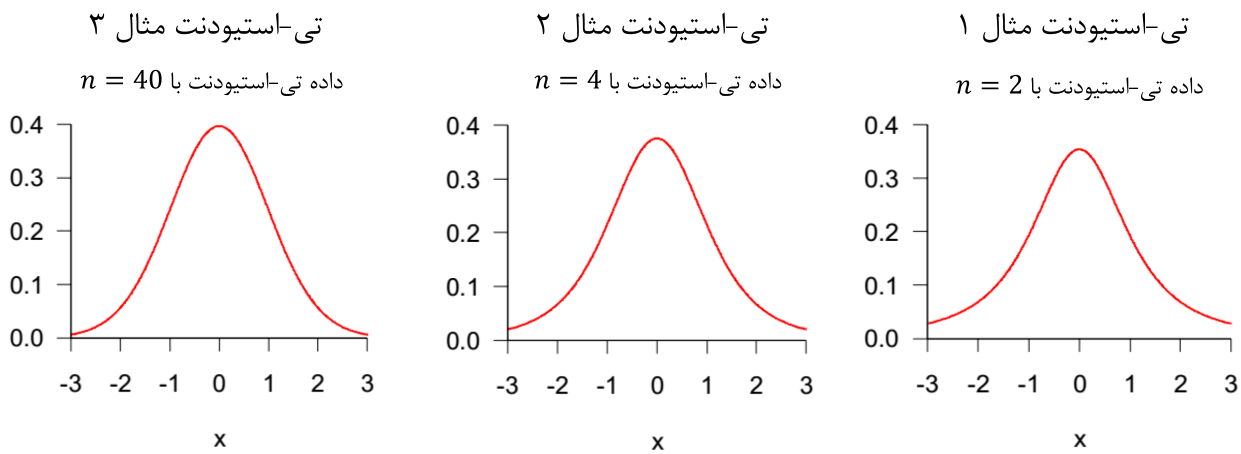
$$n\frac{S_\mu^2}{\sigma^2} \sim X_N^2$$

- بدون در اختیار داشتن μ، وردایی تجربی $S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2$، وردایی فرآیند را تخمین خواهد زد. رابطه مناسب در این حالت عبارت است از $(n-1)\frac{s^2}{\sigma^2} \sim \chi_n^2$

۵-۶-۲-۲ توزیع تی-استیودنت

اگر یک توزیع نرمال استاندارد و یک توزیع کای-اسکوئر مستقل آماری با n درجه آزادی براساس $X = \frac{U}{\sqrt{Z/n}}$ ترکیب شوند به طوری که $z\sim\chi^2$ (دارای توزیع کای-اسکوئر) و $U\sim N(0,1)$، آنگاه متغیر تصادفی X ایجاد شده دارای توزیع تی با n درجه آزادی است. نام «توزیع تی-استیودنت» نیز قابل استفاده است.

	توزیع تی-استیودنت
نماد	$X\sim t_n$ متغیر تصادفی $X = X/\sqrt{Z/n}$ با $U\sim N(0,1)$، $z\sim\chi^2$، مستقل
پارامترها	n: درجه آزادی
PDF	$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{\Pi n}}\left(1+\frac{x^2}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}$
CDF	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\zeta)d\zeta$ فاقد جواب بسته
امید ریاضی	$E(X) = 0$ برای $n \geq 2$
وردایی	$Var(X) = \frac{n}{n-2}$ برای $n \geq 3$
نکات	PDF یک تابع متقارن با محور تقارن $x = 0$ است. روابط اضافی برای چندک‌های α به فرم $t_{n;\alpha}$ $t_{n;\alpha} = -t_{n;1-\alpha}$



شکل ۱۳- توابع چگالی توزیع‌های تی-استیودنت

۵-۶-۲-۲-۱ ارتباط با توزیع نرمال

ممکن است این مطلب واضح نباشد، اما می‌توان توزیع‌های تی با درجه آزادی زیاد را توسط یک توزیع نرمال استاندارد تقریب زد.

- استانداردسازی متغیرهای نرمال قبلا پوشش داده شد: اگر $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ آنگاه $(X - \mu)/\sigma \sim N(0,1)$
- حالتی را در نظر بگیرید که انواع داده مورد نظر، نرمال با وردایی نامعین باشد. همانگونه که قبلاً اشاره شد، وردایی تجربی یک توزیع کای-اسکوئر خواهد داشت. میانگین تجربی و وردایی n متغیر تصادفی توزیع شده به صورت نرمال ($N(\mu, \sigma^2)$) به صورت $X_1,\ X_2,\ \dots, X_n$ به صورت زیر است:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

با این روابط، ارتباط میان توزیع t با n متغیر تصادفی توزیع شده به صورت نرمال به صورت زیر است:

$$\sqrt{n}\,\frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{S^2}} \sim t_{n-1}$$

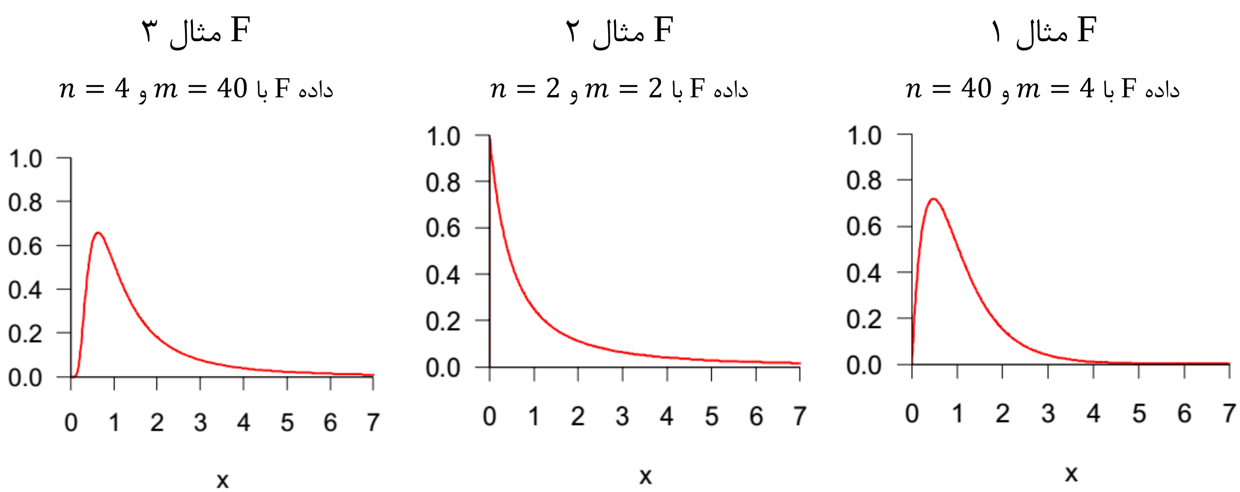
۵-۶-۲-۳ توزیع F

توزیع F، ترکیب m متغیر تصادفی توزیع شده به صورت نرمال استاندارد (Y_i) و n متغیر تصادفی توزیع شده به صورت نرمال استاندارد (V_i) است که به صورت زیر ترکیب شده‌اند. مجدداً، n و m «درجه‌های آزادی» این توزیع نامیده می‌شوند.

این توزیع عموماً برای محاسبات و اهداف ارزیابی استفاده می‌شود، به عنوان مثال در ارتباط با بازه‌های اطمینان[۱] در توزیع دودویی[۲] (فرمول پیرسن-کلاپر[۳]) استفاده می‌شود. در حالت کلی، این توزیع دو نوع انحراف معیار را مقایسه می‌کند، به عنوان مثال در حالتی که ۲ مدل مختلف برازش شوند.

	توزیع اف- استیودنت
نماد	$X \sim F_{m,n}$ $X = \frac{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Y_i^2}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} V_i^2}$ متغیر تصادفی
پارامترها	n و m: درجه آزادی $Y_1, \ldots, Y_n$: متغیرهای تصادفی مستقل بر اساس $N(0,1)$ $V_1, \ldots, V_n$: متغیرهای تصادفی مستقل بر اساس $N(0,1)$
PDF	$f(x) = \frac{\left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{m}{2}} x^{\frac{m}{2}-1}}{\mathrm{B}(\frac{m}{2},\frac{n}{2})} \left(1 + \frac{m}{n}x\right)^{-\frac{n+m}{2}}$ برای $x > 0$ با $B(p,q) = \frac{\Gamma(p)\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$ تابع بتای اویلری[۴]
CDF	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(\zeta) d\zeta$ فاقد جواب بسته
امید ریاضی	$E(X) = \frac{n}{n-2}$ برای $n > 2$
وردایی	$Var(X) = \frac{2n^2(m+m-2)}{m(n-2)^2(n-4)}$ برای $n > 4$
نکات	یک توزیع مرتبط $F_{m,n}$ را می‌توان به صورت خارج قسمت یک توزیع χ_m^2 و یک توزیع χ_n^2 تفسیر کرد که ضرب در n/m شده است

1 - Confidence interval
2 - Binomial distribution
3 - Pearson-Clopper
4 - Eularian beta function



شکل ۱۴- توابع چگالی توزیع F

۵-۶-۲-۳-۱ چندک‌ها

به منظور محاسبه چندک‌ها، روابط زیر ممکن است مفید باشند:

$$F_{n_1,n_2;1-\gamma} = \frac{1}{F_{n_2,n_1;\gamma}}$$

درحالت کلی، مقادیر چندک‌های این توزیع جدول‌بندی می‌شوند.

۵-۶-۲-۳-۲ تخمین چندک‌ها

اگر مقدار چندک مورد نظر در جدول یافته نشود، تخمین‌های زیر ممکن است مفید باشند:

اگر چندک γ با γ درحد فاصل $0.5 < \gamma < 1$ مطلوب باشد، رابطه:

$$F_{n_1,n_2;\gamma} \cong \exp(ua - b)$$

مورد استفاده قرار می‌گیرد، که $u = u_\gamma$ چندک γ از توزیع نرمال استاندارد $N(0,1)$ است.

نمادهای a و b از معادلات زیر بدست می‌آیند:

$$a = \sqrt{2d + cd^2}$$

$$b = 2\left(\frac{1}{n_1 - 1} - \frac{1}{n_2 - 1}\right)\left(c + \frac{5}{6} - \frac{d}{3}\right)$$

$$c = \frac{\left(u_\gamma\right)^2 - 3}{6}$$

$$d = \frac{1}{n_1 - 1} + \frac{1}{n_2 - 1}$$

۵-۶-۲-۳-۳ ارتباطات با سایر توزیع‌ها

هنگامی که توزیع F مورد استفاده قرار می‌گیرد، معادلات زیر ممکن است استفاده از این توزیع را تسهیل کنند:

- ارتباط با توزیع t برای $n_1 = 1$: $F_{1,n_2;\gamma} = \left(t_{n_2;\frac{1+\gamma}{2}}\right)^2$

- ارتباط با χ^2 برای $n_2 \to \infty$: $F_{n_1,\infty;\gamma} = \frac{1}{n_1}\chi_{n_1;\gamma^2}$.
- اگر $n_1 \to \infty$ و $n_2 \to \infty$، توزیع به صورت روبرو ساده می‌شود: $F_{\infty,\infty;\gamma} = 1$

۵-۶-۳ توزیع‌های گسسته

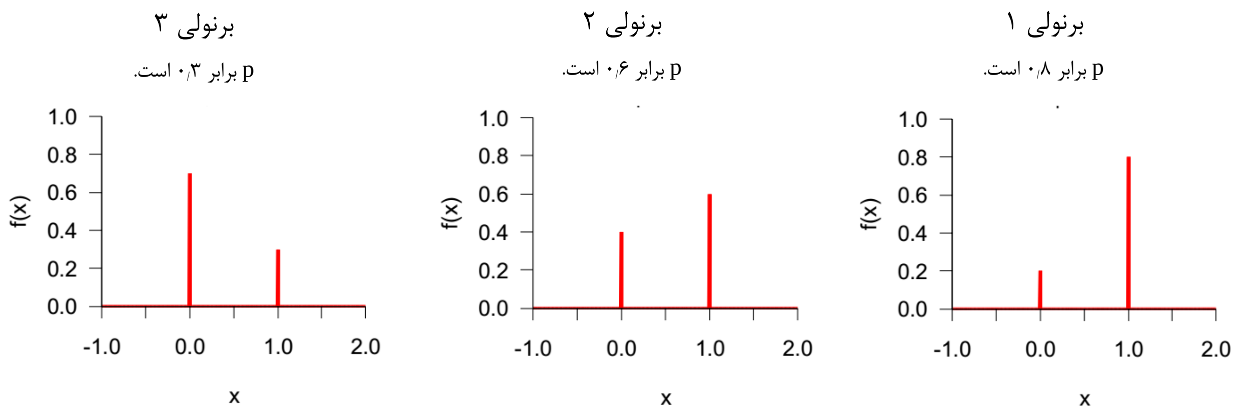
توزیع‌های گسسته شرایطی را تشریح می‌کنند که نتیجه اندازه‌گیری‌ها محدود به مقادیر صحیح می‌شود. به عنوان مثال، نتایج آزمون‌های دسترسی خدمت نشان می‌دهد که آیا دسترسی به خدمت امکان پذیر است (که عموماً با مقدار منطقی «۱» نشان داده می‌شود) یا امکان‌پذیر نیست (که عموماً با مقدار منطقی «صفر» نشان داده می‌شود). بسته به شرایطی که در آن آزمون‌هایی مشابه «بیرون آوردن گوی از یک جعبه» انجام شود، توزیع‌های آماری مختلفی همانند آنچه در زیربندهای ۵-۶-۳-۱تا ۵-۶-۳-۴ آورده شده است ممکن است مورد استفاده قرار گیرد.

۵-۶-۳-۱ توزیع برنولی[1]

نقطه شروع توزیع‌های گسسته مختلف، توزیع برنولی است. این توزیع احتمال p یک نتیجه مثبت یک آزمون واحد را در حالتی نشان می‌دهد که تنها ۲ وضعیت ممکن باشد، عموماً یک مقدار مثبت و یک مقدار منفی. به محض آن که بیشتر از یک آزمون انجام شود، همانگونه که در بندهای بعدی اشاره شده است توزیع‌های گسسته دیگری می‌توانند مورد استفاده قرار بگیرد.

	توزیع برنولی
نماد	$X \sim Bernoulli(p)$
پارامترها	$p \in (0,1)$
PDF	$p(x) = \begin{cases} 1-p & \text{اگر } x=0 \\ p & \text{اگر } x=1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$
CDF	$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{اگر } x<0 \\ 1-p & \text{اگر } 0 \le x \le 1 \\ 1 & \text{اگر } x \ge 1 \end{cases}$
امید ریاضی	$E(X) = p$
وردایی	$Var(X) = p(1-p)$
نکات	

1 - Bernoulli distribution



شکل ۱۵- توابع چگالی توزیع‌های برنولی

۵-۶-۳-۲ توزیع دوجمله‌ای

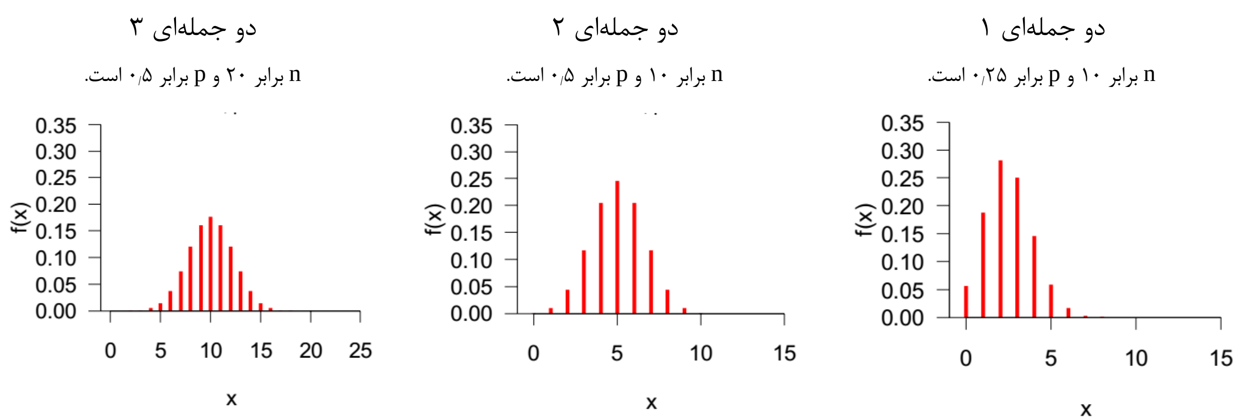
هرگاه نتیجه آزمون درست یا غلط باشد، توزیع دو جمله‌ای می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد. در هر حالتی که یک تفسیر «سیاه یا سفید» از نتایج مناسب باشد، این توزیع قادر است تا فرآیند اندازه‌گیری را توصیف کند. به دلیل این مشخصه «بله یا خیر»، می‌توان توزیع دو جمله‌ای را به عنوان نتیجه آزمایش‌های برنولی متفاوت تفسیر کرد. مثال‌های مرتبط با فراکاوی خدمت، مسائل دسترسی به خدمت می‌باشند (مانند نرخ موفقیت تماس، نرخ خطا در انتقال SMS و …). در مواردی که نتایج اندازه‌گیری زیادی وجود دارند، همانگونه که در زیربند ۵-۶-۳-۳ آورده شده است، این توزیع می‌تواند با توزیع نرمال به عنوان یک اولین تقریب جایگزین شود.

پیش شرط: برای تعیین CDF یک توزیع دو جمله‌ای مربوط به آزمون‌های مختلف، رخدادهای تکی باید مستقل از یکدیگر باشند. این بدان معنی است که احتمال یک نتیجه موفقیت آمیز آزمون‌های متوالی مختلف نباید تغییر کند. در نتیجه، این امر منجر به یک فرآیند بدون حافظه[1] خواهد شد که در آن نتیجه آزمون بعدی به نتیجه آزمون‌های انجام شده در قبل از آن بستگی ندارد.

	توزیع دو جمله‌ای
نماد	$X \sim Bin(n,p)$
پارامترها	n تعداد آزمون‌ها m تعداد نتایج موفقیت آمیز آزمون $p = \frac{m}{n}$ احتمال مشاهده شده برای نتایج موفق $q = 1 - p$ احتمال مشاهده شده برای نتایج ناموفق
PDF	$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = b(n,p,k)$ با $k = 0, 1, \ldots, n$ و $k_0 \geq k$

1 - Memory-less

	توزیع دو جمله‌ای
CDF	$P(X \leq k_0) = \sum_{k=0}^{k_0} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ با $k = 0, 1, \ldots, n$ و $k_0 \geq k$
امید ریاضی	$E(X) = np$
واردایی	$Var(X) = npq = np(1-p)$
نکات	به توزیع F مرتبط است



شکل ۱۶- توابع چگالی مربوط به توزیع دو جمله‌ای

برای اهداف محاسباتی، ممکن است ارتباط زیر میان توزیع دوجمله‌ای و توزیع F مفید باشد:

$$P(X < x) = 1 - P\left(F \leq \frac{n-x}{x+1} \frac{p}{p-1} \right)$$

در این فرمول، F بیان‌گر یک متغیر تصادفی با توزیع F، با درجه آزادی $2(x+1)$ و $2(n-x)$ می‌باشد.

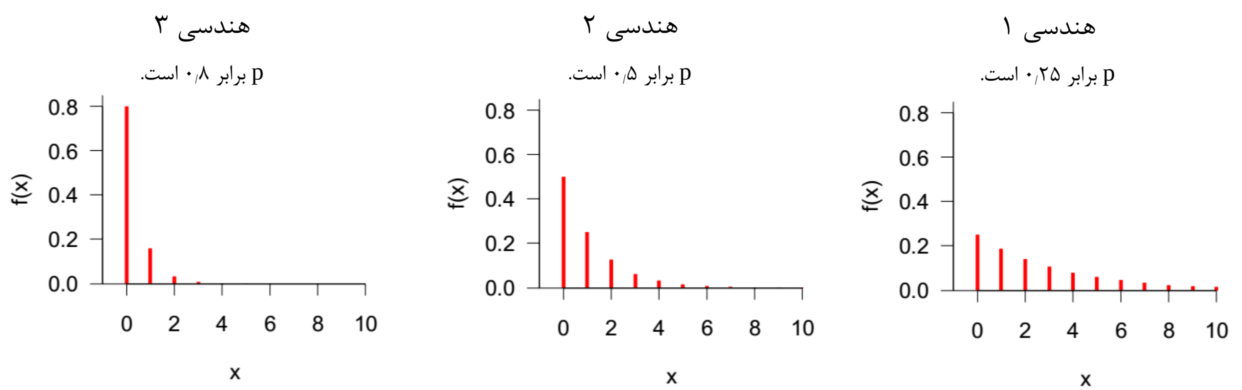
۵-۶-۳-۳ توزیع هندسی[1]

توزیع هندسی عموماً شرایط زیر را تشریح می‌کند: تعدادی آزمایش برنولی به صورت متوالی انجام شده است. هر یک از این آزمون‌ها دارای احتمال موفقیت p می‌باشند. با استفاده از توزیع هندسی، می‌توان احتمال نتیجه موفقیت‌آمیز یک آزمایش برنولی را پس از x نتیجه ناموفق معین نمود.

فرانامه‌هایی[2] که این محاسبات در آنها دارای کاربرد می‌باشند عبارتند از رخداد اولین موفقیت پس از x شکست، فراکاوی خدمت برای مشخص کردن تعداد عدم موفقیت در دسترسی به خدمت پیش از اولین تلاش موفقیت آمیز.

1 - Geometric distribution
2 - Scenario

	توزیع هندسی
نماد	$X \sim G(p)$
پارامترها	$p \in (0,1)$
PDF	$p(x) = \begin{cases} p(1-p)^{x} & \text{اگر } x \in \{0,1,\dots\} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$
CDF	$F(x) = \begin{cases} 1-(1-p)^{\lfloor x \rfloor+1} & \text{اگر } x \geq 0 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$
امید ریاضی	$E(X) = \dfrac{1-p}{p}$
وردایی	$Var(X) = \dfrac{1-p}{p^{2}}$
نکات	



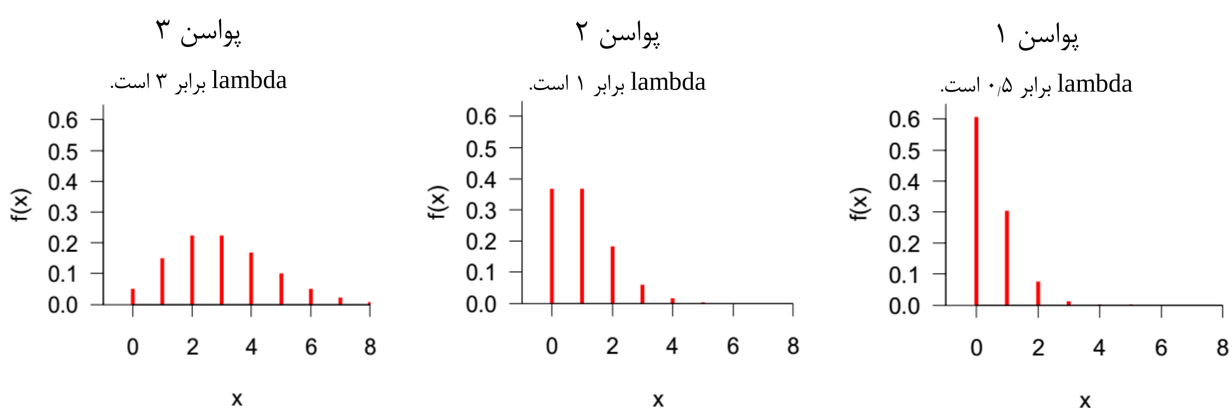
شکل ۱۷- توابع چگالی توزیع‌های هندسی

۵-۶-۳-۴ توزیع پواسن[1]

توزیع پواسن، «توزیع رخدادهای نادر» نیز نامیده می‌شود. درحالت کلی، این توزیع مربوط به تعدادی رخداد است که در یک دوره زمانی مشخص با این پیش شرط رخ می‌دهند که رخدادها با نرخ ثابت λ اتفاق بیفتند. توزیع پواسن اغلب برای تشریح تماس‌های ورودی در یک سامانه انتقال، مخصوصاً تعداد تلاش برای دریافت خدمات پردازش شده جاری در سامانه بکار می‌رود.

1 - Poisson distribution

	توزیع پواسن
نماد	$X \sim Po(\lambda)$
پارامترها	λ
PDF	$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!}\exp(-\lambda)$ با $k = 0, 1, \dots, n$
CDF	$P(X \le k) = \sum_{i=0}^{k}\frac{\lambda^k}{i!}\exp(-\lambda)$ با $k = 0, 1, \dots, n$
امید ریاضی	$E(X) = \lambda$
وردایی	$Var(X) = \lambda$
نکات	به توزیع χ^2 مرتبط است



شکل ۱۸- توابع چگالی توزیع‌های پواسن

برای محاسبات، رابطه زیر بین توزیع پواسن و توزیع χ^2 ممکن است مفید باشد:

$$P(X \le x) = 1 - P(\chi^2 \le 2\lambda)$$

در این فرمول، χ^2 بیان‌گر یک متغیر تصادفی توزیع شده χ^2_{2x} می‌باشد.

۵-۶-۴ گذارها[1] بین توزیع‌ها و تقریب‌های مناسب

بسته به تعداد نتایج اندازه‌گیری در دسترس، می‌توان توزیع‌های مختلفی را برای مدیریت نتایج استفاده کرد. در این زیربند، برخی از گذارهای مفید بین توزیع‌های رایج و شرایط مورد نیاز آن‌ها ارائه می‌شوند.

۵-۶-۴-۱ از توزیع دو جمله‌ای به توزیع پواسن

توزیع دو جمله‌ای توسط توزیع پواسن قابل تقریب است، اگر:

- احتمال p کوچک باشد (قاعده کلی: $p < 0.1$)؛ و

1 - Transition

- تعداد مورد آزمون‌های انجام شده (n) به حد کافی زیاد باشد (قاعده کلی: $n > 30$)

تقریب یک کمیت با توزیع دو جمله‌ای توسط توزیع پواسن به صورت زیر است:

$$P(X = K) \cong \frac{\lambda^K}{k!} \exp(-\lambda)$$

که پارامتر توزیع پواسن (λ) عبارت است از $\lambda = pn$

۵-۶-۴-۲ از توزیع دو جمله‌ای به توزیع نرمال

اگر یک توزیع دو جمله‌ای، قاعده کلی زیر را برآورده کند:

$$npq \geq 9$$

آنگاه می‌توان آن را توسط توزیع نرمال تقریب زد:

$$\mathrm{B}(n، p) \cong N(np, np, q)$$

تقریب با جزئیات به صورت زیر است:

$$P(X \leq x) \cong \Phi\,(\frac{X - np}{\sqrt{npq}})$$

به ویژه برای مقادیر n کوچکتر، تقریب زیر ممکن است مطلوب‌تر باشد:

$$P(x_1 \leq X \leq x_2) \cong \Phi\left(\frac{x_2 - np + 0.5}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - np - 0.5}{\sqrt{npq}}\right)$$

۵-۶-۴-۳ از توزیع پواسن به توزیع نرمال

براساس نظریه حد پواسن، اگر پارامتر توزیع λ دارای شرط زیر باشد، می‌توان توزیع پواسن را با توزیع نرمال تقریب زد:

$$\lambda = pn \geq 9$$

که کاملاً شبیه گذار از توزیع دو جمله‌ای به توزیع نرمال است.

آنگاه تقریب به صورت زیر خواهد بود:

$$P(X \leq k) \cong \Phi\left(\frac{k - \lambda}{\sqrt{\lambda}}\right)$$

۵-۶-۵ توزیع‌های بریده شده[1]

با توجه به محدودیت منابع تجهیزات اندازه‌گیری، باید برای برخی از اندازه‌گیری‌ها محدودیت زمانی در نظر گرفته شود. با استفاده وقفه‌ها[2]، بیشینه دوره زمانی که در آن نتایج اندازه‌گیری مرتبط با اندازه‌گیری در نظر گرفته می‌شوند محدود خواهد شد. آنگاه تابع چگالی نتیجه شده از سمت راست بریده خواهد شد. بریدن در هر دو انتهای این تابع چگالی مجاز است.

---

1 - Truncated
2 - Timeout

به عنوان مثال اگر زمان تحویل انتها به انتهای برخی از خدمات پیام اندازه‌گیری شود، معرفی مقادیر وقفه[1] ممکن است تعداد نمونه‌های اندازه‌گیری را کاهش دهد. این امر به دلیل آن است که کلیه زمان‌های تحویلی حذف خواهند شد که از مقدار وقفه تعریف شده بیشتر هستند. با حذف تعدادی از نمونه‌ها، مقدار کل داده کاهش می‌یابد که به معنی آن است که احتمالاتی که اندازه‌گیری را تشریح می‌کنند ممکن است تحت تاثیر این امر واقع شوند.

درحالت کلی، بریدن را می‌توان بر اساس احتمالات شرطی توصیف کرد. شرایط براساس مقدار وقفه مشخص می‌شوند. علاوه بر آن، احتمالات تحت محدودیت وقفه محاسبه می‌شوند. توزیع‌های نرمال و پواسن ناقص با جزئیات تفضیلی در مرجع [MOOD] ارائه شده‌اند (به کتاب‌شناسی رجوع شود).

۵-۶-۶ انتخاب توزیع و تخمین پارامتر

اگر یک توزیع برای توصیف یک مجموعه داده جستجو شود، دو گام باید انجام شود. ابتدا یک خانواده توزیع مناسب (نوع توزیع) باید انتخاب شده، و ثانیاً پارامترهای متناظری که این توزیع را مشخص می‌کنند نیز باید تخمین زده شوند. اعمال رویه‌های آزمون یا روش‌های گرافیکی در گام نخست مجاز است، و رویه‌های تخمین پارامتر در گام دوم مورد نیاز هستند.

۵-۶-۶-۱ رویه‌های آزمون

فرمول‌بندی آزمون‌ها با جزئیات در زیربند ۵-۷-۱ آورده شده است. در این بند، سه آزمون بسیار معروف که ممکن است برای بررسی فرضیات توزیع مورد استفاده قرار بگیرند، به صورت خلاصه ارائه می‌شوند که بر ایده‌های اساسی این آزمون‌ها متمرکز هستند.

کلیه رویه‌های آزمون براساس مقایسه بین توزیع‌های تجربی و فرضی می‌باشد، یعنی بر اساس داده در دسترس، توزیع مذکور حدس زده شده و سپس توسط رویه‌های آزمون زیربندهای ۵-۶-۶-۱-۱ تا ۵-۶-۶-۱-۳ صحت‌سنجی می‌شود.

۵-۶-۶-۱-۱ آزمون کای-اسکوئر

ایده اصلی آزمون کای-اسکوئر آن است که با ایجاد رده‌ها و بررسی اینکه تعداد مشاهدات مورد انتظار و تعداد داده‌های هر طبقه مشابه است یا خیر، مشخص شود که آیا یک مجموعه داده دارای توزیع نرمال است. اگر انحرافات میان این دو مقدار (بر مبنای مربع تفاوت‌ها) از یک مقدار χ^2 متناظر بیشتر شود، توزیع مفروض باید رد شود.

1 - Timeout

۵-۶-۶-۱-۲ آزمون کولموگروف- اسمیرنف

این آزمون براساس توابع توزیع تجمعی نظری (فرض شده) و توزیع تجربی داده‌ها می‌باشد. ایده اصلی آن است که اگر فاصله عمودی بیشینه بین CDFها از یک مقدار بحرانی[1] بیشتر شود، فرضیه توزیع رد خواهد شد.

۵-۶-۶-۱-۳ آزمون شپیرو-ویلک[2]

شپیرو و ویلک یک رویه آزمون را پیشنهاد دادند که بر اساس چندک‌ها و نمودارهای QQ معرفی شده در بند ۶ است. ایده اصلی این آزمون، مقایسه مجموع مربع انحراف‌های بین نقاط نمودار QQ و مناسب‌ترین خط مستقیم با یک مقدار χ^2 مفروض می‌باشد.

۵-۶-۶-۲ روش‌های تخمین پارامتر

روش‌های بسیار متداول برای تخمین پارامتر، روشهای بیشینه درست‌نمایی[3] و روشهای تخمین گشتاور می‌باشد. برای میانگین یک توزیع نرمال، هر دو روش نتایج مشابهی خواهند داشت. برای جزئیات تفضیلی با مرجع [MOOD] مقایسه شود (به کتاب‌شناسی رجوع شود).

۵-۷ ارزیابی داده‌های اندازه‌گیری

در صورتی که بتوان داده‌های جمع آوری شده را به روش بسیار فشرده‌ای توصیف کرد، مدیریت برخی مسائل مشخص مرتبط با فراکاوی خدمت فعال آسان‌تر خواهد شد. یک راه ممکن برای این هدف، انجام آزمون‌های مختلف و در نتیجه آن، بررسی برخی از مفروضات می‌باشد. این مفروضات پیش از انجام هر آزمونی تعیین می‌شوند و به آنها «فرضیه»[4] گفته می‌شود.

از دیدگاه اندکی نظری‌تر، این بحث به صورت زیر قابل ارائه است:

با هر اندازه‌گیری، اطلاعاتی درمورد فرآیند مورد بررسی بازیابی می‌شود. از آنجا که عموماً مشخصه‌های فرآیند نامعین هستند، با هر اطلاعات اضافی (یعنی هر نمونه)، درجه دانش افزایش می‌یابد. به این دانش به وسیله کاربردهای آزمون‌های آماری یا تعیین بازه‌های اطمینان برای پارامترهای توزیع مدنظر رسمیت داده می‌شود.

ایده آزمون‌های آماری و برخی مثال‌های ساده در زیربند ۵-۷-۱ ارائه شده است. در ادامه، ساختار بازه‌های اطمینان و رابطه بین آزمون و بازه‌های اطمینان در زیربند ۵-۷-۲ پوشش داده خواهد شد.

۵-۷-۱ آزمون‌های آماری

آزمون‌های آماری ابتدا با مشخص نمودن مولفه‌های آزمون و سپس متمایز نمودن طبقه‌های مختلف آزمون و ارائه نمونه‌های مناسب معرفی خواهند شد.

1 - Critical value
2 - Shapiro-Wilk
3 - Maximum-Likelihood
4 - Hypothesis

۵-۷-۱-۱ فرمول‌بندی آزمون‌های آماری

آزمون‌های آماری با مشخص نمودن اجزای زیر فرمول‌بندی می‌شوند:

- فرضیه (صفر[۱]): این فرضیه عموماً به صورت H یا H_0 نشان داده می‌شود.

مثال ۱: $H: \mu = 60$

- فرضیه جایگزین[۲]: این فرضیه عموماً به صورت A یا H_1 نشان داده می‌شود.

مثال ۲: $A: \mu > 60$ یا $A: \mu \neq 60$

- آماره آزمون: یک آماره آزمون بگونه‌ای استخراج می‌شود که برای انحراف از فرضیه به نفع جایگزین، حساس باشد. یعنی معنای آماره آزمون توجه به این است که آیا A واقعا به جایH صحیح است یا خیر. آماره آزمون عموماً با T نشان داده می‌شوند.
- قاعده آزمون و مقدار بحرانی: قاعده آزمون بیان‌گر شرایطی است که در آن H به نفع جایگزین A رد می‌شود، بنابراین چیزی شبیه شرایط سودهی را نشان می‌دهد.

مثال ۳: «H را رد کن اگر $\bar{x} > c$» یا «H را رد کن اگر $|\bar{x}| > c$»

مقدار c، «مقدار بحرانی» نامیده می‌شود.

- نوع I: سطح خطای α: احتمال رد H، علی‌رغم اینکه صحیح است، توسط مقدار α واپایش می‌شود. مشخصه α اثر مستقیمی روی مقدار c و در نتیجه روی قاعده آزمون دارد. عموماً خطای نوع I محدود به ۵٪ یا ۱٪ است، یعنی α=0.05 یا α=0.01 است.

یک آزمون آماری با مشخص نمودن کلیه مولفه‌های فوق، محاسبه آماره آزمون و مقایسه آنها با مقدار بحرانی انجام می‌شود. نتایج آزمون عموماً با گزارش مقدار آماره آزمون و نتیجه آزمون متناظر مستندسازی می‌شوند. به عنوان جایگزین، گزارش پارامتر معروف مقدار p[۳] نیز مجاز است. این مقدار، «اهمیت» یا یک نتیجه آزمون را بگونه‌ای اندازه‌گیری می‌کند که اگر مقدار p کوچکتر از سطح خطای α باشد، فرضیه رد می‌شود و در غیر این صورت، مجاز است رد نشود. یک مقدار p با کوچکترین سطح α متناظر است که آزمون برای آن رد می‌شود.

۵-۷-۱-۲ طبقه‌های آزمون‌های آماری

عموماً آزمون‌های آماری به گونه‌ای فرمول‌بندی می‌شوند که جایگزین بیان‌گری فرضیه‌ای باشد که مطلوب است به لحاظ آماری اثبات شود. این به معنای آن است که آزمون‌ها عموماً به دنبال رد یک فرضیه هستند و بر همان

---

1 - Null hypothesis
2 - Alternative hypothesis
3 - p-value

اساس نیز فرمول‌بندی می‌شوند. این امر براساس این حقیقت انجام می‌گیرد که اگر خطای نوع I مشخص شود، رد شدن فرضیه به این امر دلالت دارد که فرضیه با قطعیت تعریف شده توسط کاربر، ناصحیح است.
با این وجود، رویه‌های آزمون دیگری وجود دارند که با فلسفه آزمون اشاره شده در بالا متفاوت هستند. برخی از این مثال‌ها، آزمون‌هایی هستند که برای انتخاب توزیع‌ها استفاده می‌شوند (زیربند ۵-۶-۶). هدف از آنها، پشتیبانی از فرضیه است. با این حال، امکان اثبات هیچ فرضیه برابری وجود دارد، بنابراین نتایج آزمون می‌توانند بیان‌گر این امر باشند که هیچ نشانه‌ای وجود ندارد که از فرضیه تجاوز شده است یا اینکه شواهدی وجود دارد که توزیع مفروض مناسب نیست. در ادامه فرض می‌شود که مطلوب است فرضیه به نفع جایگزین رد شود.
دو رده مهم آزمون بنام‌های آزمون‌های تک نمونه‌ای و دو نمونه‌ای متمایز هستند:

- اگر یک آزمون براساس تنها یک مجموعه داده است که برای آن یک جایگزین مرجع بهتر است بررسی شود، یک آزمون تک نمونه خواهیم داشت.
- در حالت دیگر ممکن است دو مجموعه داده به عنوان مثال بوسیله آزمودن فرضیه H مرتبط با MMS مقایسه شوند.

  H: زمان تحویل MMS-E2E (این هفته) > زمان تحویل MMS-E2E (هفته پیش)

  در برابر جایگزین که زمان تحویل MMS-E2E از هفته پیش تا این هفته کاهش یافته است.

به علاوه، آزمون‌هایی که براساس فرضیات توزیع هستند با آزمون‌های بدون توزیع[1] مقایسه خواهند شد. بیشتر آزمون‌های مبتنی بر توزیع، برای آزمون موقعیت و پراکندگی/ انحراف یک توزیع مفروض به کار می‌روند. در آزمون‌های دو نمونه‌ای، فرض می‌شود که هر دو نمونه از یک نوع توزیع واحد برگرفته شده باشند، اما ممکن است از پارامترهای مختلفی مانند موقعیت‌های مختلف باشند. بر خلاف حالت قبل، توصیه می‌شود آزمون‌های بدون توزیع در حالتی استفاده شوند که اطلاعات کافی درمورد توزیع داده موجود نباشد. با این وجود، آزمون‌های بدون توزیع در حالت کلی قدرت کمتری دارند، بنابراین آزمون‌های مبتنی بر توزیع نسبت به آنها ارجحیت دارند.

۵-۷-۱-۳ آزمون داده نرمال و دو جمله‌ای

در بندهای بعدی، دو مورد استفاده مهم از داده‌های آماری ارائه می‌شوند. این زیربندها برای آزمون‌های با داده‌های توزیع شده به صورت دو جمله‌ای و نرمال به‌کار می‌روند.

۵-۷-۱-۳-۱ آزمون‌های تک نمونه‌ای برای داده نرمال

اگر داده‌ها برگرفته از توزیع نرمال با وردایی معین σ_0^2 باشند، یعنی $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma_0^2)$، ممکن است سه نوع آزمون موقعیت مختلف انجام شود. کلیه این آزمون‌ها، موقعیت نمونه مفروض را با یک مقدار μ_0 مقایسه می‌کنند که مجازند به صورت دلخواه انتخاب شوند.

1 - Distribution-free tests

- آزمون برای H: $\mu=\mu_0$ در مقابل A: $\mu\neq\mu_0$: آماره آزمون متناظر به صورت $\mathrm{T} = \left|\sqrt{\mathrm{n}}\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_0}\right|$ است و H رد می‌شود اگر $T > u_{1-\propto/2}$
- آزمون برای H: $\mu \leq \mu_0$ در مقابل A: $\mu>\mu_0$: آماره آزمون متناظر به صورت $\mathrm{T} = \left|\sqrt{\mathrm{n}}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_0}\right|$ است، H درصورتی رد می‌شود که $T > u_{1-\propto}$ (برای $\alpha < 0.5$)
- آزمون برای H : $\mu \geq \mu_0$ در مقابل A : $\mu < \mu_0$: آماره آزمون متناظر به صورت $\mathrm{T} = \left|\sqrt{\mathrm{n}}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_0}\right|$ است، H درصورتی رد می‌شود که $T < u_\alpha = -u_{1-\propto}$ برای (برای $\alpha < 0.5$)

اگر داده‌ها از یک توزیع نرمال باشند اما وردایی معلوم نباشد، یعنی $\mathrm{X}_1, X_2, \dots, \mathrm{X}_n \sim N(\mu, \sigma_0^2)$، وردایی بهتر است از داده‌ها تخمین زده شود و «آزمون‌های نرمال» بالا با آزمون‌های تی-استیودنت جایگزین می‌شوند. در این حالت، از تخمین‌گر زیر استفاده می‌شود:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{\mathrm{x}})^2$$

آماره آزمون به ترتیب به صورت $\mathrm{T} = \left|\sqrt{\mathrm{n}}\frac{\bar{x}-\mu}{s}\right|$ یا $\mathrm{T} = \left|\sqrt{\mathrm{n}}\frac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma_0}\right|$ جایگزین می‌شوند. مقادیر بحرانی به وسیله چندک‌های توزیع تی مشخص می‌شوند: به ترتیب $t_{n-1,1-\propto/2}$، $t_{n-1,1-\propto}$ یا $t_{n-1,\propto}$.

اگر وردایی نامعین و موضوع آزمون باشد، یعنی $\mathrm{X}_1, X_2, \dots, \mathrm{X}_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ با μ و σ^2 نامعین، انجام آزمون‌های زیر برای مقایسه وردایی نمونه مفروض با مقدار σ_0 مجاز است:

- آزمون برای H : $\sigma = \sigma_\circ$ در مقابل A : $\sigma \neq \sigma_\circ$: آماره آزمون متناظر به صورت $T = (n-1)/\sigma_\circ^2 s^2$ با $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$ است. H رد می‌شود اگر $T > \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ یا $T < \chi^2_{\alpha/2,n-1}$.
- آزمون برای H : $\sigma \leq \sigma_\circ$ در مقابل A : $\sigma > \sigma_\circ$: آماره آزمون متناظر به صورت $T = (n-1)/\sigma_\circ^2 s^2$ با s^2 به صورتی است که در بالا داده شد. H رد می‌شود اگر $T > \chi^2_{1-\alpha,n-1}$.
- آزمون برای H: $\sigma \geq \sigma_\circ$ در مقابل A : $\sigma < \sigma_\circ$: آماره آزمون و وردایی تجربی همانند قبل است و H رد می‌شود اگر $T < X^2_{\alpha,n-1}$.

۵-۷-۱-۳-۲ آزمون‌های دو نمونه‌ای برای داده نرمال

درحالتی که دو نمونه موجود باشند که با هم مقایسه می‌شوند، دو حالت کاملاً مختلف متمایز می‌شوند. دو نمونه می‌توانند از واحدهای مشاهده‌ای مشابه جمع‌آوری شده و یا به صورت مستقل مشاهده شوند. اگر هر دو نمونه مربوط به یک واحد باشند، به عنوان مثال اندازه‌گیری نرخ قطع تماس در عناصر مختلف شبکه قبل و پس از نصب یک نرم افزار خاص جدید، دو نمونه جفت شده[1] نامیده می‌شوند و دو مشاهده از واحدهای مشابه عموماً همبسته خواهند بود. در این حالت، تفاوت میان هر دو اندازه‌گیری برای هر واحد محاسبه شده و مشاهدات جدید

1 - Paired

$D_i = X_i - Y_i$ نرمال فرض می‌شوند، به استثنای $\mu_D = \mu_X - \mu_Y$. سپس اعمال آزمون‌های بالا برای داده‌های نرمال مجاز است، به عنوان مثال $\mu_D = 0$، یعنی $\mu_X = \mu_Y$ برای اثبات آن که تفاوت فاحشی میان دو نمونه وجود دارد.

برای داده‌های مستقل از دو نمونه، فرض می‌شود که هر دو دارای توزیع نرمال با وردایی معلوم هستند، اما ممکن است دارای امید ریاضی متفاوتی باشند، یعنی $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n \sim N(\mu_Y, \sigma^2)$ و $X_1, X_2, \ldots, X_n \sim N(\mu_x, \sigma^2)$، آزمون‌های مقایسه هر دو میانگین در ادامه ارائه شده است:

آزمون آماره T زیر برای آزمون فرضیه‌ها تعریف شده است:

$$T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n} - \frac{1}{m}}}$$

- آزمون برای $A: \mu_X \neq \mu_Y$ در برابر $H: \mu_X = \mu_Y$، H رد می‌شود اگر $|T| > u_{1-\alpha/2}$
- آزمون برای $A: \mu_X > \mu_Y$ در برابر $H: \mu_X \leq \mu_Y$، H رد می‌شود اگر $T > u_{1-\alpha}$
- آزمون برای $A: \mu_X < \mu_Y$ در برابر $H: \mu_X \geq \mu_Y$، H رد می‌شود اگر $T < u_{\alpha}$.

اگر وردایی نامعین باشد اما برای هر دو نمونه یکسان فرض شود، مجدداً توزیع نرمال توسط یک توزیع تی-استیودنت جایگزین شده که منجر به رویه‌های آزمون زیر خواهد شد.

$$T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}} \text{ با } s = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 + \sum_{i=1}^{m} y_i^2 - \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m} y_i\right)^2}{n+m-2}$$

- برای آزمون $A: \mu_X \neq \mu_Y$ در برابر $H: \mu_X = \mu_Y$، H در صورتی رد می‌شود که $|T| > t_{1-\frac{\alpha}{2}, n+m-2}$
- برای آزمون $A: \mu_X > \mu_Y$ در برابر $H: \mu_X \leq \mu_Y$، H درصورتی رد می‌شود که $T > t_{1-\alpha, n+m-2}$
- برای آزمون $A: \mu_X < \mu_Y$ در برابر $H: \mu_X \geq \mu_Y$، H درصورتی رد می‌شود که $|T| < t_{\alpha, n+m-2}$

در حالت کلی قبل از انجام یکی از آزمون‌های فوق، فرضیه وردایی‌های مساوی بهتر است که صحت‌سنجی شود. این ارزیابی می‌تواند به وسیله آزمون زیر انجام شود:

- آزمون برای $A: \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$ در برابر $H: \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$: آماره آزمون متناظر به صورت: $T = \frac{S_X^2}{S_Y^2}$ است، که در آن $S_y^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(y_i - \bar{y})^2$ و $S_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

۳-۳-۱-۷-۵ آزمون برای داده‌های دو جمله‌ای

برای داده‌های دو جمله‌ای، ممکن است آزمون‌هایی برای آزمودن احتمال موفقیت (p) انجام شوند که احتمال نمونه را با مقدار مشخص p_0 مقایسه می‌کنند. می‌توان سه آزمون تک نمونه‌ای با محاسبه مقادیر بحرانی تحت سه فرضیه استخراج کرد.

اگر m تعداد آزمایش‌های موفقیت آمیز باشد، اولین فرضیه رد می‌شود اگر:

$$m > c_{1-\alpha/2} \text{ یا } m < d_{\alpha/2}$$

که در آن:

$$c_{1-\alpha/2} = \min_{k\in\{1,\dots,n\}} \sum_{i=k+1}^{n} \binom{n}{i} p_0^i (1-p_0)^{n-i} \le \alpha$$

و

$$d_{\alpha/2} = \max_{k\in\{1,\dots,n\}} \sum_{i=0}^{k-1} \binom{n}{i} p_0^i (1-p_0)^{n-i} \le \alpha$$

دومین فرضیه در صورتی رد می‌شود که $m > c_{1-\alpha}$ و سومین فرضیه درصورتی رد می‌شود که $m < d_{\alpha}$.

یک روش جایگزین درحالتی که تعداد نمونه‌های زیادی موجود باشند (زیاد به معنای $np(1-p) \ge 9$) ممکن است مناسب باشد. در این حالت آماره آزمون به صورت زیر اعمال می‌شود:

$$z = \frac{m - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$$

در این حالت:

- اولین فرضیه رد می‌شود اگر $|Z| > u_{1-\alpha/2}$
- دومین فرضیه رد می‌شود اگر $|Z| > u_{1-\alpha}$
- سومین فرضیه رد می‌شود اگر $|Z| < u_{1-\alpha}$

۵-۷-۱-۴ آزمون‌های بدون توزیع برای موقعیت

اگر موقعیت دو مجموعه از متغیرهای تصادفی بهتر است مقایسه شوند، اما اطلاعات کافی برای یک فرضیه توزیع وجود نداشته باشد، استفاده از آزمون‌های بدون توزیع مجاز است.

۵-۷-۱-۴-۱ آزمون‌های علامت

برای نمونه‌های جفت شده، تفاوت میان هر دو اندازه‌گیری برای هر واحد مجدداً به صورت $D_i = X_i - Y_i$ محاسبه می‌شود. اگر هر دو توزیع دارای موقعیت یکسان باشند، احتمال $X_i<Y_i$، بهتر است برابر احتمال $Y_i<X_i$ و هر دو باید مساوی ۰/۵ باشند. بر این اساس، می‌توان آزمون زیر را انجام داد:

- آزمون برای H: $P(X_i > Y_i) = P(X_i < Y_i) = 0.5$ در مقابل A: $P(X_i > Y_i) \ne 0.5$
- آزمون برای H: $P(X_i > Y_i) \le 0.5$ در مقابل A: $P(X_i > Y_i) > 0.5$
- آزمون برای H: $P(X_i > Y_i) \ge 0.5$ در مقابل H: $P(X_i > Y_i) < 0.5$

درکلیه حالات، آماره آزمون T به عنوان تعداد تفاوت‌های مثبت D_i داده می‌شود. آماره آزمون، یک متغیر تصادفی دو جمله‌ای است که $p = P(X_i > Y_i)$. بنابراین کلیه فرضیات بالا با استفاده از یک آزمون دو جمله‌ای همانطور آزموده می‌شود که در قسمت ۵-۷-۱-۳-۳ به صورت تفضیلی آورده شده است.

۵-۷-۱-۴-۲ آزمون مرتبه علامت[1]

در شرایط مشابه، اگر توزیع تفاوت‌ها حول مقدار δ متقارن باشد، یعنی برای تمام اعداد حقیقی $P(D_i \leq \delta - a) = P(D_i \geq \delta + a)$، ممکن است یک آزمون دیگر به نام مرتبه نشانه ترجیح داده شود. در مقایسه با زیربند قبل، آزمون مرتبه علامت نه تنها از علامت‌های تفاوت‌های بین هر دو اندازه‌گیری استفاده می‌کند، بلکه از مقادیر مطلق بر مبنای مرتبه آنها نیز استفاده می‌کند.

برای هر یک از فرضیات زیر، آماره آزمون $T = \sum_{i=1}^{n} V_i R(|D_i|)$ با $V_i=1$، اگر $D_i>0$، و $V_i=0$ در غیر این صورت و $R(.)$ به عنوان عملگر مرتبه‌ای که مدخل‌ها را مرتب نموده و به کوچکترین مدخل مرتبه ۱ و به بزرگترین آنها مرتبه n می‌دهد، به عنوان مبنای تصمیم‌گیری آزمون مورد استفاده قرار می‌گیرد.

- آزمون برای H: $\delta = 0$ در برابر A: $\delta \neq 0$
- آزمون برای H: $\delta \leq 0$ در برابر A: $\delta > 0$
- آزمون برای H: $\delta \geq 0$ در برابر A: $\delta < 0$

برای آماره آزمون، توزیعی با امید ریاضی $E(T) = \frac{1}{4}n(n+1)$ و وردایی $var(T) = \frac{1}{24}n(n+1)(2n+1)$ خواهیم داشت. چندک‌های توزیع نتیجه شده در کتاب‌های آمار در روش‌های غیر پارامتری ذکر شده‌اند. اگر چه درحالتی که $n \geq 20$ باشد، توزیع $\frac{T-E(T)}{\sqrt{var(T)}}$ ممکن است توسط یک توزیع نرمال استاندارد تقریب زده شود.

۵-۷-۱-۴-۳ آزمون جمع مرتبه ویلکاکسن[2]

در مغایرت با دو آزمونی که در بالا به آنها اشاره شد، آزمون جمع مرتبه که توسط ویلکاکسن پیشنهاد شده است برای نمونه‌های مستقل استفاده می‌شود. در این آزمون فرض می‌شود که هر دو نمونه از یک نوع توزیع مشابه بوده اما موقعیت آنها جابجا شده است، بطوری که $X_1, \ldots, X_n$ و $Y_1, \ldots, Y_m$ $(n \leq m)$ مستقل بوده و دارای توابع توزیع پیوسته F_x و F_y می‌باشند، و توسط δ جابجا می‌شوند، یعنی $F_x(x) = F_y(x+\delta)$. فرضیات با معنی به صورت زیر است:

- آزمون برای H: $\delta = 0$ در برابر A: $\delta \neq 0$
- آزمون برای H: $\delta \leq 0$ در برابر A: $\delta > 0$
- آزمون برای H: $\delta \geq 0$ در برابر A: $\delta < 0$

در این حالت، به عنوان مثال رد شدن سومین فرضیه (یعنی $\delta < 0$) بیان‌گر آن است که موقعیت تابع توزیع دوم کوچکتر است، یعنی مقادیر y به صورت کلی کوچکتر از مقادیر x هستند.

---

1 - Sign rank test
2 - Wilcoxon

در هر دو آزمون بالا، یک آماره آزمون منطقی توسط ترکیب دو مجموعه داده به یک نمونه و محاسبه مرتبه‌ها با مرتب‌سازی مقادیر براساس اندازه آنها استخراج می‌شود. آماره آزمون T توسط جمع کلیه مرتبه‌های مقادیر نمونه اول (یعنی مقادیر x) بدست می‌آید. برای این آماره آزمون، امید ریاضی و وردایی به صورت زیر است:

$$E(T) = \frac{1}{2}n(n + m + 1)$$

و

$$var(T) = \frac{1}{12}nm(n + m + 1)$$

مجدداً مقادیر بحرانی دقیق برای این آزمون‌ها به سادگی بدست نمی‌آید. اگر $n, m \geq 4$ و $n + m \geq 30$، توزیع $\frac{T-E(T)}{\sqrt{var(T)}}$ می‌تواند توسط یک توزیع نرمال استاندارد تقریب زده شود.

۵-۷-۲ بازه اطمینان

در مقابل تخمین‌گرهای نقطه که در آنها یک عدد واحد برای خلاصه‌سازی داده‌های اندازه‌گیری بکار می‌رود (روش‌های تخمین گشتاورها یا چندک‌ها در زیربند ۵-۵ را مقایسه کنید)، بازه‌های اطمینان، بازه‌ای را تعریف می‌کنند که مقدار واقعی پارامتر را با یک احتمال مشخص پوشش می‌دهند. سنجه‌های احتمال متداول در گستره ۹۰٪ هستند. به عنوان مثال، بازه اطمینان بیان‌گر بازه‌ای است که میانگین یک توزیع بین احتمال ۹۵ درصد تا ۹۹ درصد قرار می‌گیرد.

بازه‌های اطمینان مرتبط با آزمون‌های آماری هستند، به این معنا که یک بازه اطمینان با یک سطح اطمینان داده شده (به عنوان مثال ۹۵٪) شامل کلیه سطوح اطمینان است که به صورت $1 - \alpha$ مشخص می‌شود، که α متناظر با سطح خطای انواع I آزمون‌ها می‌باشد.

به عنوان یک قاعده کلی، تعداد نمونه‌های موجود در یک اندازه‌گیری، با قابلیت اطمینان نتایج همبسته است. به عبارت دیگر، هرچه تعداد نمونه‌های جمع آوری شده بیشتر باشد، نتایج دقیق‌تر و قابل اعتمادتر خواهند بود.

محاسبات بازه‌های اطمینان به شدت به نوع توزیع مفروض وابستگی دارد. در ادامه، نحوه محاسبه بازه‌های اطمینان برای توزیع‌های دو جمله‌ای و نرمال (گوسی) ارائه خواهد شد.

۵-۷-۲-۱ توزیع دو جمله‌ای

در این زیربند نحوه محاسبه بازه اطمینان تا سطح $1 - \alpha$ برای p برای یک توزیع دو جمله‌ای توضیح داده می‌شود.

در ابتدا، محاسبه بازه اطمینان $[p_1, p_2]$ مطابق با توزیع دو جمله‌ای، وابسته به تعداد آزمون‌ها (n) است که برای تعیین p اجرا می‌شوند.

- اگر شرط $npq \geq 9$ برقرار باشد، می‌توان توزیع دو جمله‌ای را توسط توزیع نرمال تقریب زد و محاسبه بازه اطمینان مربوطه را تسهیل می‌کند.

مقادیر p_1، p_2 به صورت زیر است:

$$p_1 = \frac{2m + u^2_{1-\frac{\alpha}{2}} - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{u^2_{1-\frac{\alpha}{2}} + 4m\left(1-\frac{m}{n}\right)}}{2(n + u^2_{1-\frac{\alpha}{2}})}$$

$$p_2 = \frac{2m + u^2_{1-\frac{\alpha}{2}} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{u^2_{1-\frac{\alpha}{2}} + 4m\left(1-\frac{m}{n}\right)}}{2(n + u^2_{1-\frac{\alpha}{2}})}$$

پارامترهای n و m معلوم و مربوط به بند ۵-۶-۳-۴ می‌باشند (توزیع دو جمله‌ای). عبارت $u_{1-\alpha/2}$ بیان‌گر چندک $1-\alpha/2$ توزیع نرمال استاندارد N(0,1) است. برخی مثال‌های سطوح اطمینان α و چندک $u_{1-\alpha/2}$ مربوط به آنها در جدول زیر آورده شده است.

سطح اطمینان $1-\alpha$	α	عبارت $1-\frac{\alpha}{2}$	چندک $u_{1-\alpha/2}$
0.9 (≙ 90 %)	0.1	0.95	1.6449
0.95 (≙ 95 %)	0.05	0.975	1.96
0.96 (≙ 96 %)	0.04	0.98	2.0537
0.97 (≙ 97 %)	0.03	0.985	2.1701
0.98 (≙ 98 %)	0.02	0.99	2.3263
0.99 (≙ 99 %)	0.01	0.995	2.5758
0.999 (≙ 99.9 %)	0.001	0.9995	3.2905

می‌توان مقادیر چندک‌ها را از مقادیر چندک‌های جدول‌بندی شده مربوط به توزیع نرمال استاندارد، و همینطور تابع توزیع تجمعی این توزیع استخراج کرد.

اگر شرط قبل تحقق نیابد، بازه اطمینان بهتر است براساس خود توزیع دو جمله‌ای محاسبه شود. در این حالت، پارامترهای p_1 و p_2، «مقادیر کلاپر-پیرسن» نامیده می‌شوند. به صورت دقیق‌تر، مقادیر p_1 و p_2 بیان‌گر مرزهای بازه‌ای هستند که روابط زیر را برآورده می سازند:

$$P(X \geq m) = \sum_{k=m}^{n} \binom{n}{k} p_1^k (1-p_1)^{n-k} = \frac{\alpha}{2}$$

$$P(X \leq \mathrm{m}) = \sum_{\mathrm{k}=0}^{\mathrm{m}} \binom{\mathrm{n}}{\mathrm{k}} p_2^{\mathrm{k}} (1-p_2)^{\mathrm{n}-\mathrm{k}} = \frac{\alpha}{2}$$

با استفاده از رابطه میان توزیع دو جمله‌ای و توزیع F با $2(n-x)$ و $2(x+1)$ درجه آزادی (به زیربند ۵-۶-۲-۳ رجوع شود):

$$P(X < x) = 1 - P\left(F \leq \frac{n-x}{x+1}\frac{p}{1-p}\right)$$

می‌توان مقادیر کلاپر-پیرسن را به صورت زیر به دست آورد:

$$p_1 = \frac{mF_{2m,2(n-m+1);\frac{\alpha}{2}}}{n-m+1+mF_{2m,2(n-m+1);\frac{\alpha}{2}}}$$

$$p_2 = \frac{(m+1)F_{2(m+1),2(n-m);1-\frac{\alpha}{2}}}{n-m+(1+m)F_{2(m+1),2(n-m);1-\frac{\alpha}{2}}}$$

$F_{n_1,n_2;\gamma}$ بیان‌گر چندک γ یک توزیع F با درجه آزادی n_1 و n_2 می‌باشد که در متون به صورت جدول ارائه می‌شوند. تقریبی از چندک γ توزیع F در زیربند ۵-۶-۲-۳ آورده شده است.

۵-۷-۲-۲ توزیع نرمال (گوسین)

در ارتباط با توزیع نرمال، ادعاها برای اطمینان به ترکیب پارامترهای معین و نامعین وابسته است. این به معنی آن است که اگر مقدار میانگین و/ یا وردایی توزیع معین باشند، بهتر است محاسبات مختلفی انجام شود. اگر پارامترها معین نباشند، بوسیله مقادیر تجربی قابل تخمین هستند (به زیربند ۵-۱ رجوع شود). علاوه بر آن، می-توان ادعاها برای اطمینان را به مقدار میانگین، وردایی و انحراف معیار استاندارد مرتبط کرد.

برای جمع‌بندی، مقادیر تجربی تخمین زده شده برای توزیع نرمال عبارتند از:

- میانگین تجربی $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ که در آن x_i و $i = 1, \dots, n$ مقادیر نمونه هستند.
- وردایی تجربی $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$
- انحراف معیار استاندارد تجربی $s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$

براساس این عبارات، شرایط زیر برای تخمین بازه‌های اطمینان مقدار میانگین، وردایی، انحراف معیار استاندارد توزیع نرمال به کار می‌رود:

- بازه اطمینان برای مقدار میانگین μ اگر وردایی σ^2 معین باشد:

$$[\,\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\,]$$

- بازه اطمینان برای مقدار میانگین μ اگر وردایی σ^2 نامعین باشد:

$$[\,\bar{x} - t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{n-1;\,1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}\,]$$

- بازه اطمینان برای وردایی σ^2 اگر میانگین μ معین باشد:

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \varpi)^2}{\chi^2_{n;1-\frac{\alpha}{2}}}; \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \varpi)^2}{\chi^2_{n;\frac{\alpha}{2}}}\right]$$

- بازه اطمینان برای وردایی $\sigma^۲$ اگر میانگین μ نامعین باشد:

$$\left[\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}}; \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}}}\right]$$

- بازه اطمینان برای انحراف معیار استاندارد σ اگر μ نامعین باشد:

$$\left[s\sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}}};s\sqrt{\frac{n-1}{\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}}}}\right]$$

- بازه اطمینان برای انحراف معیار استاندارد σ اگر μ معین باشد:

$$\left[\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{\omega})^2}{\chi^2_{n;1-\frac{\alpha}{2}}}};\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{\omega})^2}{\chi^2_{n;\frac{\alpha}{2}}}}\right]$$

۵-۷-۳ اندازه نمونه مورد نیاز برای سطوح اطمینان معین

در این زیربند، ارتباط میان تعداد نمونه‌های اندازه‌گیری فراهم شده و سطح اطمینان نتیجه شده از آن پرداخته می‌شود.

درحالی که در زنجیره اندازه‌گیری معمول، ابتدا نمونه‌ها جمع آوری شده و سپس سطح اطمینان تعیین می‌شود، در برخی شرایط ممکن است رویه عکس مورد نیاز باشد. به عنوان مثال، درحین یک اندازه‌گیری، ممکن است پیش شرط‌هایی وجود داشته باشد که نیازمند سطح اطمینان معینی است که بهتر است در حین اندازه‌گیری به آنها دست پیدا شود. پارامتر نامعین، تعداد نمونه‌های اندازه‌گیری است که بهتر است جمع آوری شوند تا این سطح از اطمینان قابل دستیابی باشد، و بهتر است از قبل تعیین شوند.

جداول اندازه نمونه‌ها بسته به سطوح اطمینان مورد نیاز در زیربند الف-۵ آورده شده‌اند. جداول براساس توزیع دو جمله‌ای و با توجه به عبارات پیرسن-کلاپر می‌باشند. به این دلیل، آنها برای اندازه نمونه‌های تقریباً کوچک مثل حالتی که در آزمون‌های دستی رخ می‌دهد، در دسترس و معتبر می‌باشند.

این جداول دو نوع اطلاعات را ارائه می‌کنند:

- محدوده و گستره سطوح اطمینان میانگین برای تعداد نمونه‌های افزایشی در حالی که نرخ تخمین زده شده ثابت است.
- گستره («پوشش») بازه اطمینان میانگین با یک نرخ تخمین زده شده متغیر در حالی که تعداد نمونه‌ها ثابت است.

بر این اساس، می‌توان از قبل ادعا کرد که بیشینه محدوده بازه اطمینان براساس تعداد نمونه‌هایی که بهتر است جمع آوری شود قابل تعیین می‌باشد.

۶ فن‌های دیدارسازی[1]

در این قسمت، برخی فن‌های دیدارسازی مفید ارائه می‌شوند. البته این قسمت کلیه روش‌های موجود را ارائه نمی‌کند، ولی به برخی فن‌های استاندارد و برخی جایگزین‌های غیر استاندارد اشاره خواهد شد.

1 - Visualization techniques

در ادامه، میان داده‌های ایستا[1] و پویا[2] تمایز داده می‌شود. منظور از داده‌های ایستا، متغیرهایی است که به صورت روشمند در گستره مورد نظر تغییر نمی‌کنند، یعنی تحت تاثیر تغییرات فصلی و روزانه نخواهند بود. بر عکس داده‌های پویا، داده‌هایی هستند که به صورت روشمند در طول زمان تغییر می‌کنند. به عنوان مثال، داده مورد استفاده که یک منحنی معمول را نشان می‌دهد که بیشینه استفاده از آن در طول روز است (مخصوصاً بعد از ظهر) و استفاده کمتر از آن در شب می‌باشد.

۶-۱ دیدارسازی داده‌های ایستا

فنون دیدارسازی برای داده‌های ایستا مفروض بر آن هستند که توزیع مربوطه در طی گستره زمانی مورد نظر تغییر نمی‌کند، و برای این توزیع یک نگاه اجمالی به دست می‌دهند.

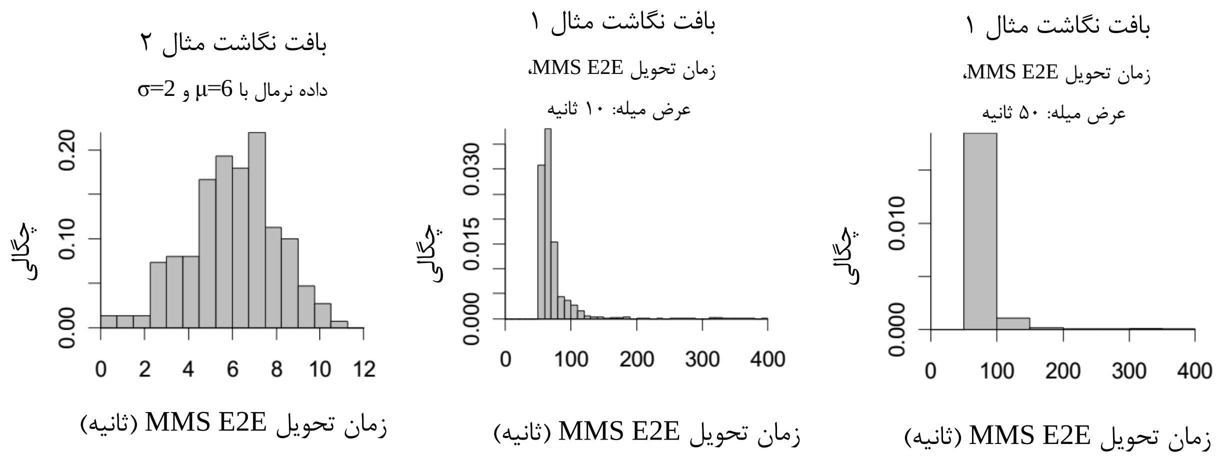
۶-۱-۱ بافت نگاشت

بافت نگاشت‌ها، از طریق ایجاد طبقه‌ها و شمارش تعداد مقادیر داده‌ای که در هر طبقه خاص قرار می‌گیرند، اطلاعات را فشرده می‌کنند. ایده اصلی، نمایش هر طبقه با میله‌ای است که مساحت آن معادل با قسمتی از داده درج شده است. یک مثال در شکل ۱۹ داده شده است.

می‌توان بافت نگاشت‌ها را به عنوان تخمین‌گرهای چگالی در نظر گرفت، زیرا مجموع مساحت میله‌های دیدارسازی شده برابر یک است، منحنی‌های تخمین چگالی مسطح شده را نیز می‌توان به صورتی که در بیشتر بسته‌های کامپیوتری تحلیل آماری معمول در دسترس است مورد استفاده قرار داد. دو نمودار مثال ۱ در شکل ۱۹ با عرض میله‌های مختلف، مفهوم بافت نگاشت‌ها را شرح می‌دهند. در اینجا یک میله در نمودار اول شامل تعداد داده‌های مشابهی با ۵ میله پی درپی در نمودار دوم است، بنابراین ارتفاع یک میله در نمودار اول توسط میانگین ارتفاع ۵ میله متناظر در نمودار دوم بدست آمده است. درصورتی که عرض میله کم باشد، در بافت نگاشت ممکن است میله‌هایی با ارتفاع بیشتر از یک وجود داشته باشد.

---

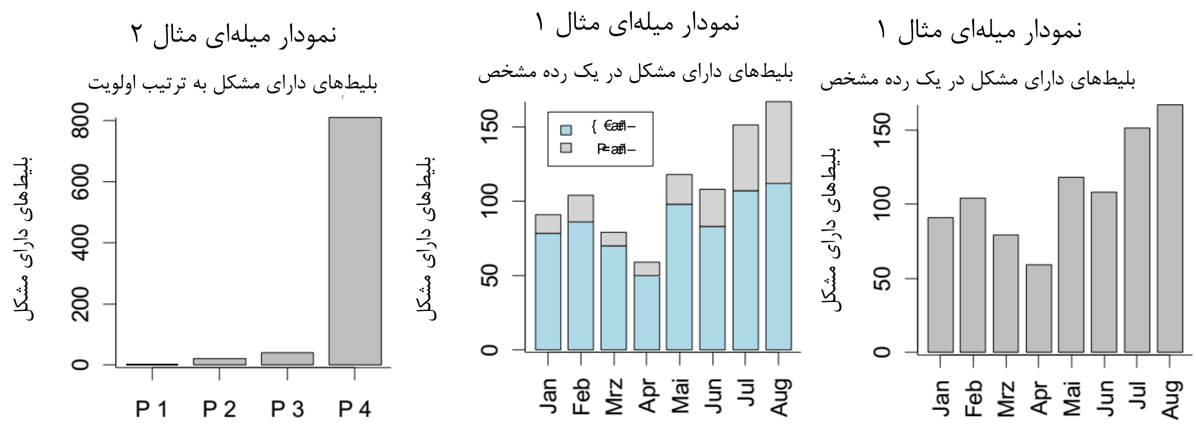
1 - Static
2 - Dynamic



شکل ۱۹- مثال‌هایی از بافت نگاشت

۶-۱-۲ نمودارهای میله‌ای

نمودارهای میله‌ای برای داده‌های ترتیبی مناسب هستند و مجموع یا تعداد عناصر نسبی یک نمونه با مقادیر متفاوت از یک مشخصه مورد نظر را دیدارسازی می‌کنند. نمودارهای میله ای درصورتی استفاده می‌شوند که قرار است توزیع مشتریان بین گروه‌های تجاری با وضعیت مختلف، یا بلیط‌های دارای مشکل با اولویت‌های متفاوت و یا سایر مثال‌های ترتیبی دیدارسازی شوند. از آنجا که در نمونه‌های ترتیبی، تفاوت میان گروهها بهتر است به صورت عددی تفسیر شوند، تفاوت عمده نمودارهای میله‌ای با بافت نگاشت‌ها آن است که عرض میله‌ها دارای هیچ معنای خاصی نمی‌باشند و تنها ارتفاع هر میله بیان‌گر تعداد مجموع یا تعداد نسبی اعضایی است که توسط آن میله ارائه می‌شود. علاوه بر آن، عموماً فاصله‌هائی بین میله‌ها قرار داده می‌شود تا نشان داده شود که نمونه-های ترتیبی دیدارسازی شده‌اند. مثال‌هایی در شکل ۲۰ نشان داده شده است که در آن ماه‌ها و اولویت‌ها به عنوان واحد نمودار در نظر گرفته شده‌اند.



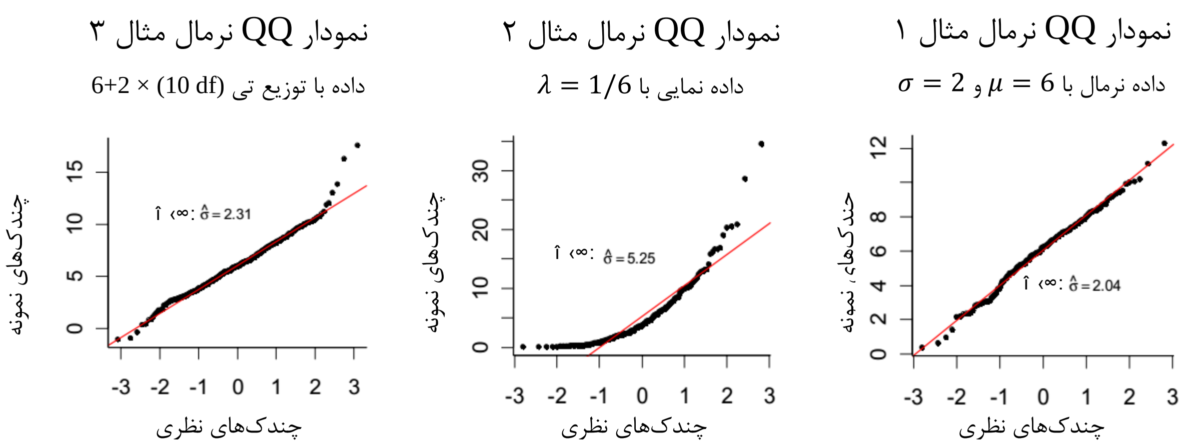
شکل ۲۰- نمودارهای QQ

۶-۱-۳ نمودارهای QQ

ابزار بسیار مهمی که برای بررسی فرضیه نرمال بودن بکار می‌رود، نمودار چندک-چندک یا QQ است. این نمودار چندک‌های دو توزیع مختلف را بر روی یک نمودار پراکندگی[1] نشان می‌دهد. به طور خاص، نه تنها چندک‌های نظری توزیع نرمال با چندک‌های تجربی آن در یک نمونه مورد نظر توسط این نمودار قابل مقایسه است، بلکه هر گونه فرضیه توزیع دیگری نیز توسط این نمودار قابل بررسی می‌باشد.

در مورد یک نمودار QQ نرمال، می‌توان چندک‌های نظری را از توزیع نرمال اقتباس کرد. آنگاه نقاط نمودار پراکندگی نتیجه شده بهتر است روی یک خط مستقیم با شیب متناسب با انحراف معیار تجربی نمونه قرار بگیرند. شکل ۲۱ سه نمونه مثال را برای نمونه‌های نرمال و غیرنرمال در نمودار QQ نرمال نشان می‌دهد.

در اولین نمودار، نمونه در اصل نرمال است و نمودار QQ نرمال همچنین از فرض داده نرمال پشتیبانی می‌کند. برای هر دو نمودار دیگر، داده‌های غیر نرمال برای دیدارسازی نمودار QQ نرمال در حالتی شبیه سازی شده‌اند که فرض‌ها نقض شده‌اند. در مثال دوم، تمامی توزیع با فرض نرمال همخوانی ندارد در حالی که در مثال سوم، تنها دنباله سمت راست توزیع با فرض نرمال بودن دارای تناقض می‌باشد.



شکل ۲۱- مثالهایی از نمودارهای QQ نرمال

۶-۱-۴ نمودارهای جعبه‌ای

نمودارهای جعبه‌ای همانطور که از نامشان پیداست، متشکل از یک جعبه و سایر اشکال اضافی است که به آنها تاره[2] گفته می‌شود. این نمودار اطلاعات داده را به صورت فشرده برای تعداد محدودی از اعداد براساس چندک‌های توزیع تجربی نشان می‌دهند. نقاط انتهایی این جعبه براساس چندک ٪۲۵ و چندک ٪۷۵ (که به آن چارک[3] نیز گفته می‌شود) داده می‌شود، خط افقی براساس میانه داده‌ها (چندک ٪۵۰) داده می‌شود. بنابراین

1 - Scatter plot
2 - Whisker
3 - Quartile

جعبه شامل ٪۵۰ داده‌ها می‌باشد. تاره‌ها (که در مثال‌های زیر توسط خط چین نشان داده شده‌اند)، تا بیشینه حد نقاط داده امتداد می‌یابند که بیش‌تر از یک و نیم برابر گستره بین چارک‌ها (بین چندک ٪۲۵ و چندک ٪۷۵) از جعبه نمی‌باشد. کلیه نقاط داده خارج از این بازه به صورت مجزا اضافه شده و می‌توانند به صورت نقاط دورافتاده[1] تلقی شوند. شکل ۲۲ برخی از مثال‌های نمودار جعبه‌ای را نشان می‌دهد.

شکل ۲۲- مثال‌های نمودار جعبه‌ای

۶-۲ دیدارسازی داده‌های پویا

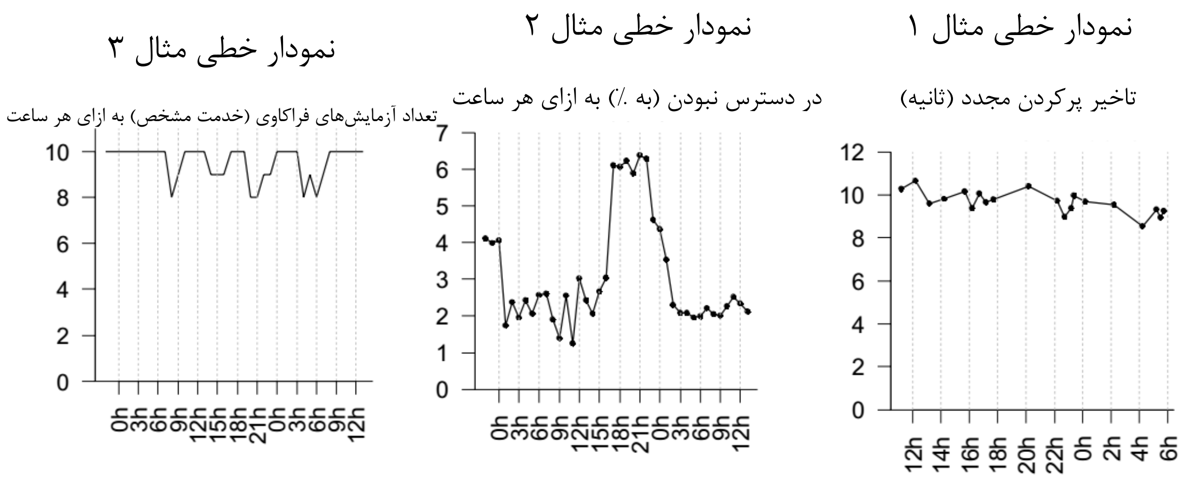
برای داده‌های پویا، بهتر است فنون دیدارسازی جنبه‌های پویا را در نظر بگیرند. این کار بوسیله دیدارسازی نقاط داده واحد یا با استفاده از مقدارهای داده انبوهش شده یا آماره خلاصه مانند میانه انجام می‌شود. علاوه بر آن می‌توان دیدارسازی را به گونه‌ای که برای داده‌های ایستا معرفی شد در طول زمان مقایسه کرد. نمودارهای جعبه‌ای بگونه‌ای که در زیربند ۶-۱-۴ معرفی شد، یک ابزار مناسب برای نشان دادن تغییرات در طول زمان بوده و در زیربند ۶-۲-۲ به آنها اشاره خواهد شد.

اگر آماره خلاصه شده مورد استفاده قرار گیرد، طبقه‌بندی زمانی داده‌ها مورد نیاز خواهد بود. این کار بوسیله خلاصه سازی تعداد معینی نقطه داده متوالی یا با خلاصه سازی داده‌های یک دوره زمانی معلوم مانند یک ساعت یا روز انجام می‌شود. در هر صورت، بهتر است داده‌ها در یک دوره زمانی یا گروه تا حد ممکن همگن[2] باشند، یعنی تغییرات پارامتر مورد نظر بهتر است به دلیل گروه‌های طبقه‌بندی بزرگ (به عنوان مثال به دلیل بازه‌های زمانی طولانی) مخفی شود.

1 - Outlier
2 - Homogeneous

۶-۲-۱ نمودارهای خطی

نمودارهای خطی ممکن است براساس نقاط داده واحد یا مقادیر آماره خلاصه شده مانند میانگین ایجاد شوند. آنها تنها یک مقایسه دیداری نقاط داده بدون هرگونه ارزیابی خاص را ارائه می‌کنند. این کار بوسیله اضافه کردن محدوده‌های واپایش انجام می‌شود که منجر به جداول[۱] واپایش می‌شود که در قسمت ۹-۲ معرفی خواهند شد. در شکل ۲۳، مثال‌هایی از نمودار خطی ارائه شده است. اگر اندازه‌گیری‌ها در طول زمان هم فاصله نباشند، بهتر است نقاط اندازه‌گیری علاوه بر خطوط اتصال دهنده، با نقاط نشان داده شوند.

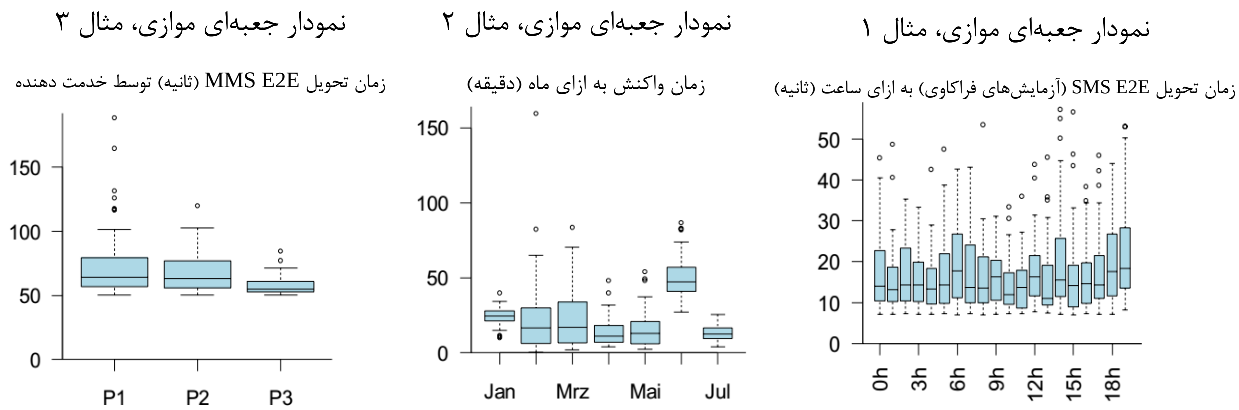


شکل ۲۳- مثالهای دیاگرام‌های خطی

۶-۲-۲ نمودارهای جعبه‌ای متغیر زمانی[۲]

می‌توان به جای استفاده از آماره خلاصه از نمودارهای جعبه‌ای به عنوان یک ابزار خلاصه سازی، دیدارسازی و مقایسه در زمان استفاده کرد. نمودارهای جعبه‌ای نه تنها برای مقایسه توزیع‌های تجربی در طول زمان، بلکه برای گروه‌های نامنظم مانند مقایسه تاخیر یا زمان‌های تحویل خدمت‌دهندگان مختلف نیز مناسب هستند. این نمودارهای جعبه‌ای، نمودارهای موازی[۳] نیز نامیده می‌شوند. مثال‌هایی برای هر دو نمونه در شکل ۲۴ آورده شده است.

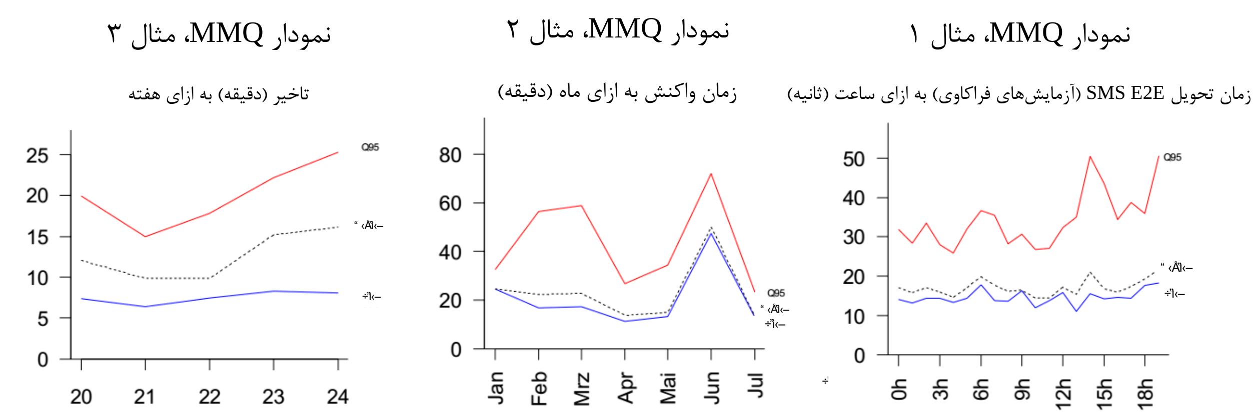
1 - Chart
2 - Temporal changing Boxplots
3 - Parallel boxplots



شکل ۲۴- مثال‌هایی از نمودارهای جعبه‌ای موازی

۶-۲-۳ نمودارهای MMQ

نمودارهای میانه-میانگین-چندک (MMQ)[1]، زنجیره‌ای از هر یک از سه آماره میانگین، میانه وچندک ۹۵٪ را در طول زمان بر روی یک نمودار مشترک نشان می‌دهند. چندک ۹۵٪، دنباله بالای توزیع تجربی را مشخص می‌کند، در حالی که میانه و میانگین به عنوان اندازه‌ای برای موقعیت، نتایجی را درباره داده‌های دورافتاده فراهم می‌کنند که به دلیل عدم استحکام[2] آن تنها بر میانگین تاثیر می‌گذارند. مثال‌هایی از نمودارهای MMQ در شکل ۲۵ نشان داده شده است.



شکل ۲۵- مثال‌هایی از نمودارهای MMQ و رفتار زمانی آنها

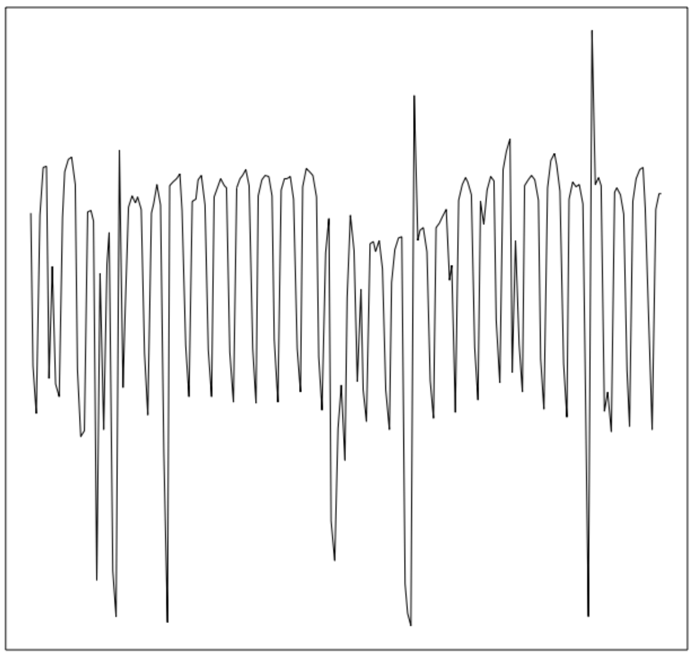
1 - Median-Mean-Quantile
2 - Non-robustness

۷ مدل‌سازی سری‌های زمانی

در ذیل فرآیندهای ایستان[1]، از یک طرف تغییرات زمانی بسیار جالب است. از طرف دیگر نمونه‌های بسیاری وجود دارند که یک توضیح مناسب برای تغییرات در یک سامانه در طول زمان بهتر است مدیریت شود. هر دو مورد به وسیله سری‌های زمانی و روش‌های مناسب آن‌ها پوشش داده می‌شوند.

به عنوان مثال، اگر اندازه‌گیری در یک شبکه سیار برای یک گستره زمانی یک ماهه با توجه به مقدار ترافیک انتقالی انجام شود، یک رفتار دوره‌ای قابل مشاهده می‌باشد. بسته به ساعت روز و روز هفته، شرایط ترافیکی مختلفی مورد انتظار خواهد بود.

مثال: ترافیک روزانه



شکل۲۶- مثالی از ترافیک روزانه

می‌توان چهار حوزه اصلی مختلف را در ارتباط با سری‌های زمانی تعیین کرد.

۱. خصوصیات توصیفی

این روش براساس این اصل بنا شده است که «بگذار داده حرف بزند». به صورت جزئی، پایه‌ای‌ترین رویه‌ها برای دستیابی به توصیفی از سری‌های زمانی بکار گرفته می‌شوند که دقیق و تا حد ممکن تفضیلی باشند. مخصوصا روش استخراج مولفه‌های مختلف با توجه به مقیاس‌های زمانی مختلف ارائه شده است.

---

1 - Stationary process

۲. مدل‌سازی

سری‌های زمانی به عنوان تحقق یک فرآیند تصادفی تفسیر می‌شوند، که به معنی یک دنباله از متغیرهای تصادفی وابسته است. تحت فرضیه ایستان بودن (به معنی اینکه مشخصات اصلی فرآیند در طول زمان تغییر نمی‌کند)، روش‌هایی مورد توجه هستند که از فرآیندهای به اصطلاح ARMA استفاده می‌کنند.

۳. پیش بینی

اگر فرض شود که مدل آماری یافته شده معتبر است، تعیین رفتار آتی نیز امکان پذیر است.

۴. پایش

روش‌هایی موجود در این حیطه برای مدل‌سازی متغیرهایی استفاده می‌شوند که فرآیندهای فنی را را توصیف می‌کنند. هدف، ممکن ساختن واپایش و پایش فرآیندهای مربوطه می‌باشد. فنون دیدارسازی خاص که به آنها جداول‌های واپایش گفته می‌شود، امکان استقرار این سازوکارها را در حیطه عملیاتی بوجود می‌آورد. برتر اصلی آنها شامل این واقعیت است که هیچ دانش تفضیلی بیشتری در خصوص روش‌های آماری مورد نیاز نیست.

۷-۱ شناخت توصیفی

اگر به صورت رسمی صحبت شود، یک سری زمانی مقداری از مشاهدات x_t است که براساس یک نمایه[1] زمانی t به صورت افزایشی مرتب می‌شوند. مشاهدات به عنوان تحقق یک متغیر تصادفی مدل X_t تعبیر می‌شوند. در حالت کلی فرض می‌شود که در زمانی که تحلیل انجام می‌شود، تاریخچه قطعی از مشاهدات موجود است. این تاریخچه به صورت تعداد محدودی از پارامترها (N) تعریف می‌شود:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_N.$$

اگر بخواهیم به صورت عملی‌تر صحبت کنیم، مشاهدات بوسیله نتایج اندازه‌گیری مشخصی نمایش داده می‌شوند که در طول زمان جمع آوری شده و براساس ترتیب رخداد آنها تحلیل می‌شوند. علاوه برآن، می‌توان مشاهدات را براساس زمان رخداد آنها تمایز داد. می‌توان یک فرآیند آماری را در نقاط ثابتی مشاهده کرد که منجر به بازه‌های با فاصله مساوی بین مشاهدات خواهد شد. روش دیگر مشاهده یک فرآیند، اجرای اندازه‌گیری‌های پایدار است که نتایج اندازه‌گیری مرتبط با برخی رخدادها را ارائه می‌کند که به آنها داده‌های رخداد گفته می‌شود. درحقیقت، بازه‌های زمانی بین رخدادهای پی درپی ممکن است به شدت متغیر باشد. در این حالت ممکن است تخمین وضعیت در برخی نقاط ثابت از زمان مناسب باشد. این امر استفاده از برخی سازوکارهایی که برای سری‌های زمانی گسسته طراحی شده‌اند را امکان پذیر می‌سازد.

1 - Index

۷-۱-۱ گشتاورهای تجربی

مشابه مدیریت نتایج اندازه‌گیری یک بعدی، می‌توان مشخصه‌های توصیفی (بند ۵) را برای توصیف مشخصه‌های اصلی یک سری زمانی بکار برد. به طور خاص، مقدار میانگین حسابی یا وردایی و همینطور انحراف معیار از این طریق بررسی می‌شوند.

با این وجود، این پارامترهای جهانی سری‌های زمانی تنها در صورتی کاربردی هستند که هیچ تغییر روشمندی در مجموعه‌ها وجود نداشته باشد، که به آنها سری‌های زمانی ایستان گفته می‌شود. در این شرایط، حرکتی در یک جهت خاص (یعنی گرایش[1]) مجاز نمی‌باشد. در ارتباط با سری‌های زمانی غیر ایستان، بهتر است تا این مجموعه‌ها به مجموعه‌های کوچکتری تقسیم شوند. سپس می‌توان فرض کرد سری‌های زمانی جزئی تقریبا ایستان هستند. این امر اجازه می‌دهد تا از رویه‌هایی با مفهوم محلی استفاده کرد که در قسمت ۷-۱-۴ آورده شده‌اند.

علاوه بر این، این سوال پیش می‌آید که اگر وابستگی بین مشاهدات مختلف در نقاط مختلفی از زمان وجود داشته باشد، چه اتفاقی رخ خواهد داد. متناظر با هم‌وردایی[2]،تابع هم‌وردایی خودکار[3]:

$$C_j = \frac{1}{N}\sum_{t} \ (x_t - \bar{x})\left(x_{t+j} - \bar{x}\right)$$

و تابع خودهمبستگی[4]:

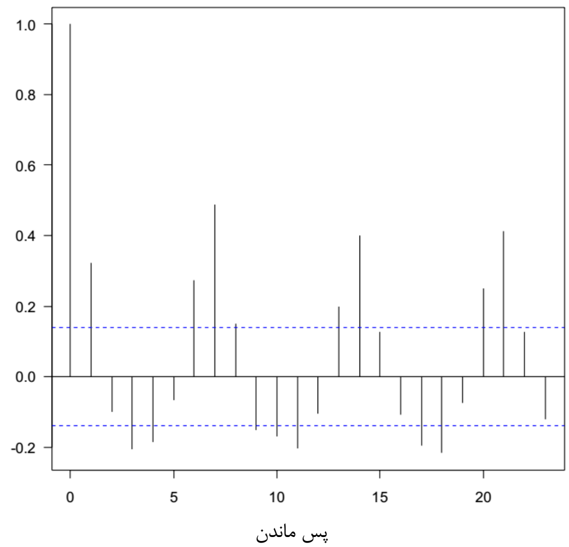
$$r_j = \frac{c_j}{c}$$

برای اندازه‌گیری وابستگی خطی بین مشاهدات متعاقب یک فرآیند تعریف می‌شوند. هر دو تابع به عنوان توابع اختلاف زمانی (پس ماندن)[5] $j = -(N-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, (N-1)$ بین مشاهدات تعریف می‌شوند.

نمایش گرافیکی تابع خود همبستگی r_j را همبستگی نگار[6] می‌نامند. همبستگی نگارها اهمیت زیادی در یافتن ساختارهای چرخه‌ای[7] (یعنی دوره‌ای) در داده‌های اندازه‌گیری جمع آوری شده دارند.

---

1 - Trend
2 - Covariance
3 - Autocovariance
4 - Autocorrelation
5 - Lag
6 - Correlogram
7 - Cyclic



شکل ۲۷- مثالی از همبستگی نگار

علاوه برآن، تابع هم‌وردایی خودکار به مشخصه ایستان بودن نتایج اندازه‌گیری بستگی دارد، زیرا تعریف آن وجود مقادیر میانگین ثابت را فرض می‌کند.

۷-۱-۲ تجزیه سری‌های زمانی

مثالی که در آخرین زیربند ارائه شد نشان می‌دهد که: داده‌ای که مرتبط با رفتار مشتریان است منجر به ترکیبی از چرخه‌های کوتاه مدت مانند روزها و چرخه‌های بلند مدت می‌شود که به صورت سالانه تغییر می‌کنند. این به معنای آن است که تغییرات روزانه توسط به عنوان مثال تغییرات هفته‌ای و همینطور اصلاحات سالیانه یا فصلی پوشانده می‌شوند.

هدف از دستیابی به تجزیه سری‌های زمانی عبارت است از: بهتر است سری‌های زمانی تجزیه شوند تا بتوان گرایش بلند مدت یک فرآیند را تعیین نمود. سوالی که بهتر است پاسخ داده شود آن است که: آیا حرکت‌های بلند مدتی پشت فرآیندهای چرخه‌ای لایه شده مختلف وجود دارند؟ خصوصا با توجه به تصمیمات مدیریتی، این اطلاعات ممکن است دارای اهمیت بسیاری باشند.

در حالت کلی، سری‌های زمانی برمبنای دو فرضیه مختلف بنا می‌شوند:

- سری‌های زمانی جمع شونده:

$$x_t = T_t + K_t + S_t + R_t \quad \text{برای} \quad t = 1, \ldots, n$$

- سری‌های زمانی ضرب شونده:

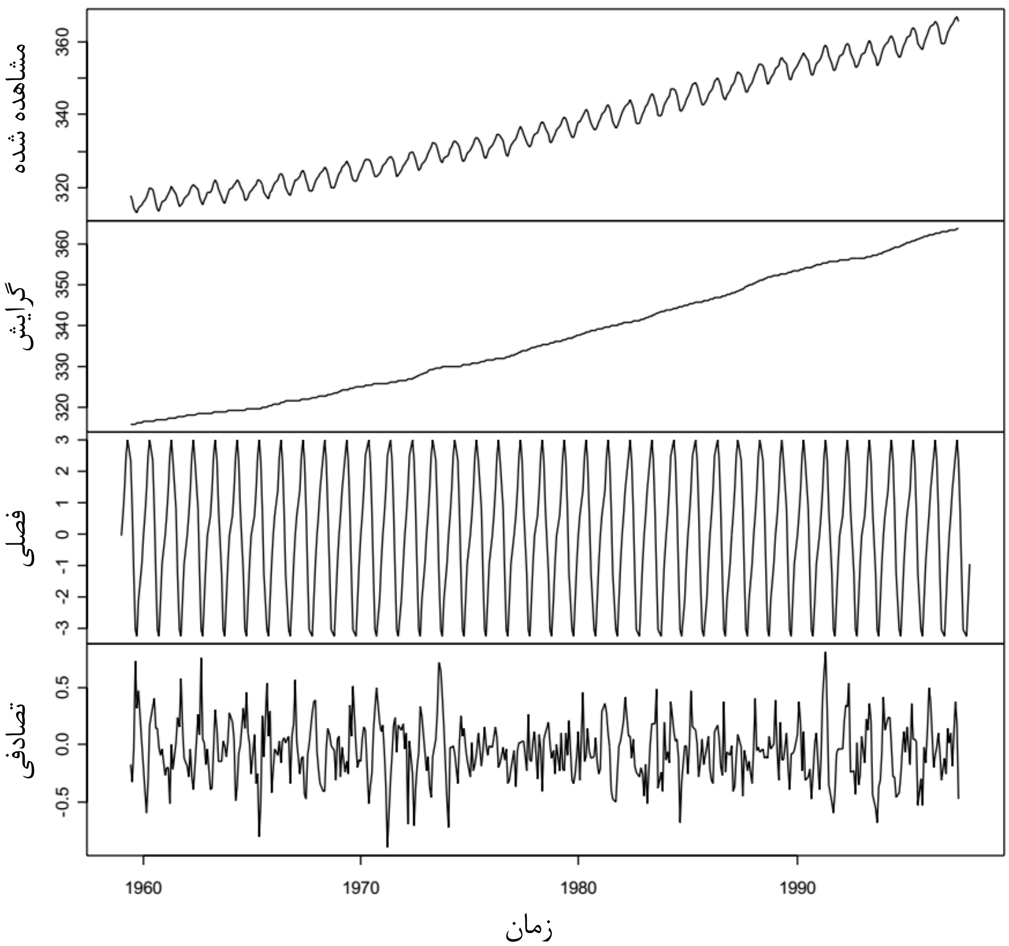
$$x_t = T_t K_t S_t R_t \quad \text{برای} \quad t = 1, \ldots, n$$

قسمت‌های مختلف به صورت تفضیلی عبارتند از:

- T_t (گرایش) بیان‌گر تغییرات بلند مدت روشمند میانگین یک سری زمانی است.

- مولفه اقتصادی K_t شامل تغییرات بلند مدت در مدل است که نیازی نیست که به هیچ صورتی منظم باشد. ترکیب T_t و K_t معمولاً بر مبنای یک مولفه هموارتر G_t متمرکز می‌شود.
- تغییرات چرخه‌ای با S_t نمایش داده می‌شوند، که مولفه فصلی فرآیند هستند.
- R_t بیان‌گر یک رفتار غیرعادی فرآیند است که از قبل معین نیست. به صورت کلی، این مولفه قسمتی از یک فرآیند تصادفی فرض می‌شود که حول سطح صفر نوسان می‌کند.

اگر تغییرات فصلی با دامنه‌های مشابه در هر دوره اتفاق بیفتند، بهتر است مدل سری‌های زمانی جمع شونده مورد استفاده قرار بگیرند. در حالت عکس، اگر مقدار تغییرات فصلی با هر دوره مشاهده تغییر کند در حالی که رفتار کلی خود را حفظ می‌کنند، آنگاه رویکرد سری‌های زمانی ضربی ممکن است انتخاب بهتری باشند.



شکل ۲۸- مثالی از تجزیه به مولفه‌های مختلف

در حالت کلی، هیچ ادعایی وجود ندارد که چگونه می‌توان یک سری زمانی را به روش بهینه پردازش نمود. بنابراین، روش‌های مختلف یا گونه‌های مدل‌سازی ممکن است منجر به نتایج مختلفی شوند. به خصوص می‌توان دو روش مختلف را تمایز داد:

- مدل مولفه جهانی: سری زمانی به یک مدل جهانی نگاشت می‌شود که برای تمامی بندهای سری زمانی معتبر بوده و به سری زمانی مشخصی منطبق می‌شود. تخمین مولفه گرایش عموما بوسیله تطبیق مدل‌های وایازش[1] خطی و غیر خطی و براساس روش کمینه مربع مقادیر انجام می‌شود.
- مدل مولفه محلی: در این مدل، سری‌های زمانی به زیربندهای مختلفی تقسیم می‌شوند. برای هر بند، می‌توان یک مدل محلی معین با میانگین جزئی توسعه داد. پیوند کلیه مدل‌های محلی، سری‌های زمانی

1 - Regression

کامل را نشان می‌دهند. تخمین گرایش عموما به وسیله سازوکارهای پالایش[1] و رویه‌های غیرخطی انجام می‌شود.

هر دو مدل در قسمت بعد توضیح داده خواهند شد.

۷-۱-۳ تعیین مولفه گرایش

مولفه گرایش، رفتار طولانی مدت یک فرآیند را نشان می‌دهد. به دلیل اهمیتی که ممکن است مولفه گرایش در افق مدیریت داشته باشد، انتخاب یک مدل مناسب یکی از مهمترین موارد از ابتدای کار می‌باشد. استفاده از یک مدل نامناسب ممکن است با توجه کیفیت مدل مولفه، دارای یک تاثیر گسترده باشد.

علاوه برآن، فرضیات غلط ممکن است منجر به سوء تعبیر شود. به عنوان مثال اگر یک مدل با گرایش خطی معرفی شود، نتایج حاصل از چنین مدلی محدود به مشخصه خطی خواهد شد. تشریح فرآیندی که دارای تابع پیچیده‌تری می‌باشد با چنین مدل ساده‌ای امکان پذیر نیست. اگر به هر صورت این کار انجام شود نتایج حاصل شده ممکن است کاملا غلط باشند.

۷-۱-۳-۱ انواع توابع گرایش

انواع مختلفی از توابع گرایش موجود هستند. همه آنها ضرایب نامعین a_i را معرفی می‌کنند که بهتر است محاسبه یا تخمین زده شوند. زیربندهای بعدی، رویکردهای مختلف و مشخصه‌های آنها را نشان می‌دهند.

۷-۱-۳-۱-۱ تابع گرایش خطی

معروف‌ترین رویکرد برای مدل‌سازی تابع گرایش، تابع خطی است. فرض بر آن است که مشاهدات x_t به صورت خطی به نمایه زمانی t وابسته هستند. این رابطه به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$x_t = a_1 + a_2 t$$

تفسیر این مدل بسیار ساده است، زیرا علامت a_1 نشان می‌دهد سری زمانی به مرور زمان افزایشی است (علامت مثبت) یا کاهشی است (علامت منفی).

۷-۱-۳-۱-۲ تابع گرایش چندجمله‌ای

با بسط رویکرد خطی، رویکرد چند جمله ای فرض می‌کند که می‌توان یک سری زمانی را به صورت ترکیبی از توابع مختلف m تعریف کرد:

$$x_t = a_1 m_1(t) + a_2 m_2(t) + \cdots + a_k m_k(t)$$

1 - Filtering

$m_i(t)$ توابع دلخواه معینی هستند. آنچه دارای اهمیت است آن است که ترکیب کلیه عبارات $a_i m_i(t)$ خطی باشد.

یک رویکرد ساده آن است که توابع m_i به صورت چند جمله ای از درجه $(\mathrm{i}-1)$ تعریف شوند، سپس:

$$x_t = a_1 + a_2 t + \cdots + a_k t^{k-1}$$

بر طبق یک نظریه، در صورتی که چند جمله‌ای با درجه p استفاده شود، می‌توان p+1 نقطه از تابع را به طور عالی تقریب زد. این به معنی آن است که می‌توان به یک تقریب عالی بین مدل و هر سری زمانی در هر موردی دست پیدا کرد. اگرچه ممکن است دو اشکال عمده وجود داشته باشد:

- مدل‌های نتیجه شده بسیار پیچیده هستند و نمی‌توان به سادگی آنها را تفسیر کرد (در مقایسه با مدل گرایش مبنا)
- همگون‌سازی[۱] تنها داده‌های موجود را در نظر می‌گیرد. بنابراین ممکن است ادعا در مورد رفتار آینده امکان پذیر نباشد.

هر دو اثر به عنوان اثر فرابرازش[۲] (overfitting) در نظر گرفته می‌شوند.

۷-۱-۳-۱-۳ مدل‌های گرایش غیر خطی

مدل‌های گرایش غیر خطی زیادی در دسترس می‌باشند. به دلیل مشکلات موجود در تشریح آنها به صورت کلی، در این زیربند تنها به ارائه چند مورد بسیار مهم با معانی خاص پرداخته می‌شود:

۱. مدل‌های نمایی:

$$x_t = e^{a_1 m_1(t) + a_2 m_2(t) + \cdots + a_k m_k(t)}$$

۲. مدل‌های توانی:

$$x_t = m_1(t)^{a_1} m_2(t)^{a_2} \ldots m_k(t)^{a_k}$$

در صورتی که از یک عملگر لگاریتمی استفاده شود، هر دو مدل به مدل‌های خطی تبدیل می‌شوند. سپس ضرب متناظر با توان رساندن به یک جمع ساده تبدیل می‌شود.

۳. مدل‌های آمادی[۳]

در بسیاری از موارد استفاده، اگر مشاهدات در دوره طولانی از زمان انجام شود، می‌توان فرض کرد که محدودیت‌های طبیعی وجود دارند که می‌توان بوسیله سری‌های زمانی به آنها دست پیدا کرد. به عنوان مثال، رشد کاربران در یک شبکه تابعی به شکل S است. به عبارت دیگر، این فرآیندها به خاطر اشباع محدود می‌شوند.

---

1 - Assimilation

۲ - در وضعیت فرابرازش، مدلی که برای داده‌ها برازش شده است، به جای توصیف داده‌ها نویز را برازش می‌کند فرابرازش زمانی اتفاق می‌افتد که مدل بسیار پیچیده باشد.

3 - Logistic models

به صورت رسمی، چنین سری‌های زمانی با رویکرد زیر قابل توصیف می‌باشند:

$$x_t = \frac{a_1}{a_2 + e^{-a_3 t}}$$

در این حالت، مقادیر سری زمانی در مقدار $\mathrm{G} = \mathrm{a}_1/\mathrm{a}_2$ به اشباع همگرا می‌شوند.

۷-۱-۳-۲ تخمین گرایش

اصل عمومی که در پشت رویکردهای متفاوت ارائه شده وجود دارد، تعیین پارامتر نامعین a_i است. معمولا، این امر توسط تخمین کمینه یک عبارت مربعات براساس یک وجه اختلاف انجام می‌شود. این وجه اختلاف بوسیله مقایسه مقدار اندازه‌گیری x_t با تقریب زده شده ساخته می‌شود که از رویکرد مورد انتخاب بدست می‌آیند. سپس مربع اختلاف نتیجه شده بدست آمده و جمع زده می‌شود. در رویکردهای چند جمله‌ای، عبارت نهایی به صورت زیر است:

$$Q = \sum_{i=1}^{N} \left(x_t - a_1 m_1(t) + a_2 m_2(t) + \cdots + a_k m_k(t)\right)^2 \rightarrow \text{کمینه}$$

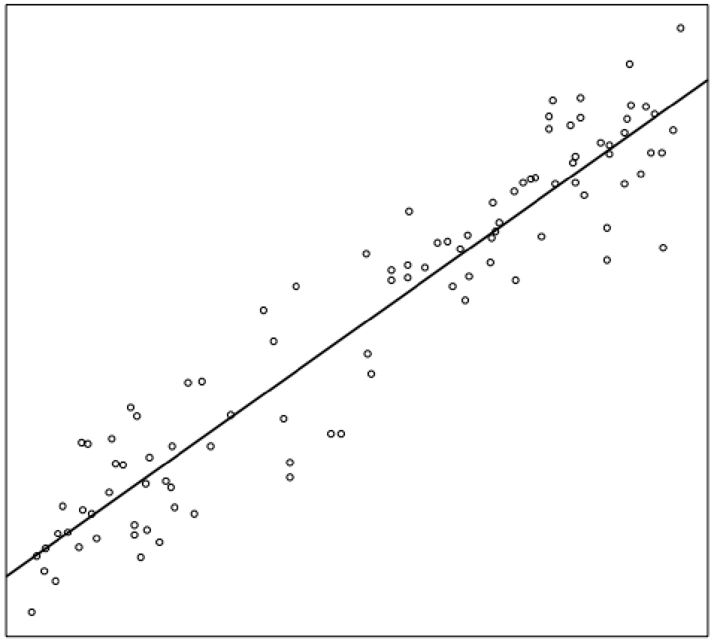
حال هدف کمینه‌سازی عبارت Q است.

برای حل مسئله کمینه سازی، مشتقات جزئی محاسبه می‌شوند. در حالت جزئی، Q براساس هر یک از پارامترهای a_i بدست می‌آید:

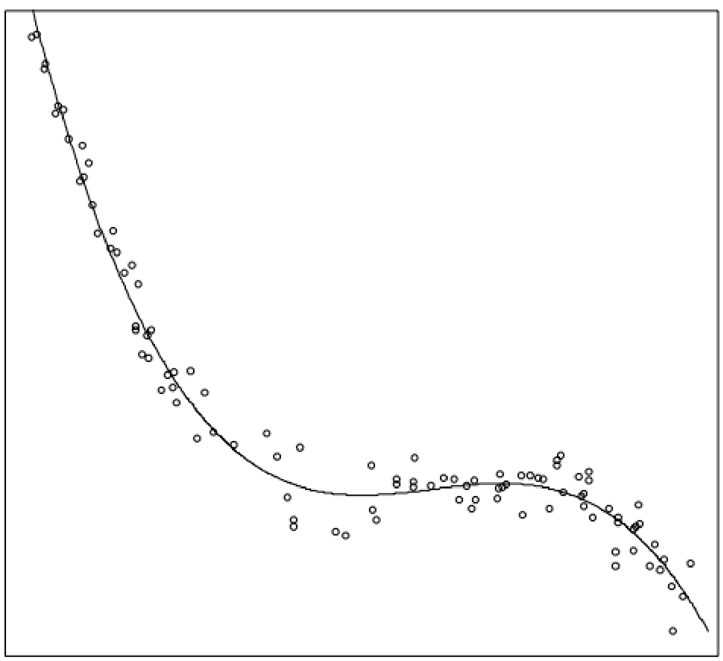
$$\frac{\partial Q}{\partial a_i} \stackrel{!}{=} 0, \qquad i = 1, \ldots, n$$

یک طبقه از معادلات به اصطلاح نرمال نتیجه این محاسبه خواهد بود. با فرض استقلال خطی توابع مختلف m_i، یک جواب به اصطلاح بسته به گونه‌ای وجود دارد که پارامترهای a_i مختلف قابل تعیین خواهند بود.

در ارتباط با مدل‌های غیرخطی، رویکرد کمینه‌سازی منجر به معادلات نرمالی می‌شود که صراحتا قابل حل نخواهند بود. رویکرد پیشرو دیگری که ممکن است بتواند چنین مسائلی را حل کند، براساس تقریب‌های خطی است که به آن رویه گوس-نیوتون گفته می‌شود. اطلاعات بیشتری در این زمینه در مرجع [BAT] قابل دسترسی می‌باشد (به کتاب‌شناسی رجوع شود).



شکل ۲۹- مثالی از مدل خطی



شکل ۳۰- مثالی از مدل چندجمله ای

۷-۱-۳-۳ تبدیل سری‌های زمانی با پالایش

در کنار تعیین گرایش‌های جهانی، تعیین گرایش‌های محلی سری‌های زمانی نیز بسیار اهمیت دارد. شناسایی گرایش‌های محلی متناظر با هموارسازی[1] یک سری زمانی با اعمال توابع پالایش است. یکی از مزایای این رویه آن است که چند جمله‌ای‌های با مرتبه پایین منجر به نتایج قابل قبولی خواهند شد. این ساده‌سازی، توان محاسباتی مورد نیاز را نیز کاهش خواهد داد.

از سوی دیگر، عیب بزرگ این روش امکان ایجاد تعداد پارامترهای توصیفی زیاد بدون یافتن مدل توصیفی یا یا یک جواب بسته است که بتوان به سادگی آن را مدیریت کرد. به عبارت دیگر: نتیجه این رویکرد ممکن است سری‌های زمانی هموارتر و فاقد توصیف مدل باشد.

۷-۱-۳-۳-۱ پالایه‌های خطی

یک رویکرد ساده برای دستیابی به تاثیرات هموارسازی، کاربرد یک پنجره لغزان[2] برای یک سری زمانی می‌باشد. این به معنای محاسبه یک میانگین متحرک است. در حالت کلی، می‌توان رویکرد مربوطه را به صورت رسمی به صورت زیر تعریف کرد:

یک پالایه خطی مانند L، یک تبدیل سری‌های زمانی x_t به x_y با توجه به رابطه زیر است:

$$y_t = Lx_t = \sum_{i=-q}^{s} a_i\, x_{t-i} \;\; i = s+1, \dots, N-q$$

که در آن $(a_{-q}, \dots, a_s)$ بیان‌گر وزن‌های مختلف می‌باشند.

ساده ترین رویکرد، «میانگین متحرک ساده» است. براساس نمادگذاری که در بالا بیان شد، خواهیم داشت:

$$a_i = \frac{1}{2_{q+1}}, \qquad i = -q, \dots, q$$

اثر هموارسازی با افزایش تعداد مقادیر در نظر گرفته شده افزایش می یابد، (که در اینجا معادل افزایش مقادیر q می‌باشد).

با تنزل دادن شرط برای پارامترهای وزنی‌دهی پالایه به استانداردسازی $\sum a_i = 1$، می‌توان اثبات کرد که تقریب محلی بر اساس چندجمله‌ای‌ها، معادل روش پالایش می‌باشد.

میانگین متحرک ساده همانند یک تخمین گرایش محلی داده $(x_{i-q}, \dots, x_{i+q})$ می‌باشد.

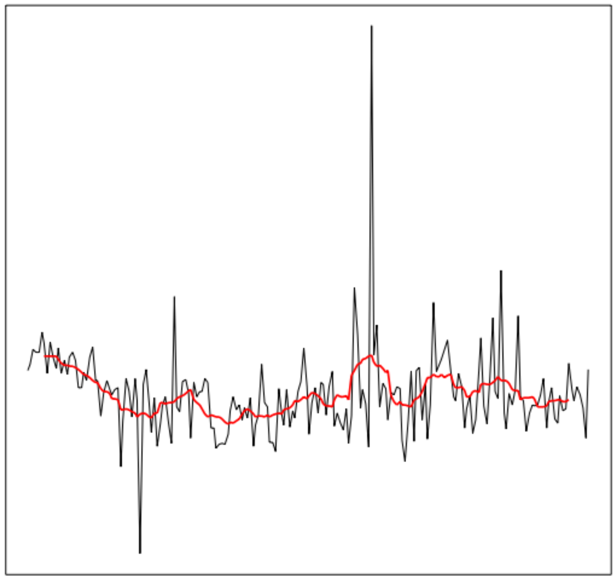
پالایه‌ای[3] که با چند جمله‌ای زیر نشان داده می‌شود:

$$y_t = \frac{1}{35}(-3x_{t-2} + 12x_{t-1} + 17x_t + 12x_{t+1} - 3x_{t+2})$$

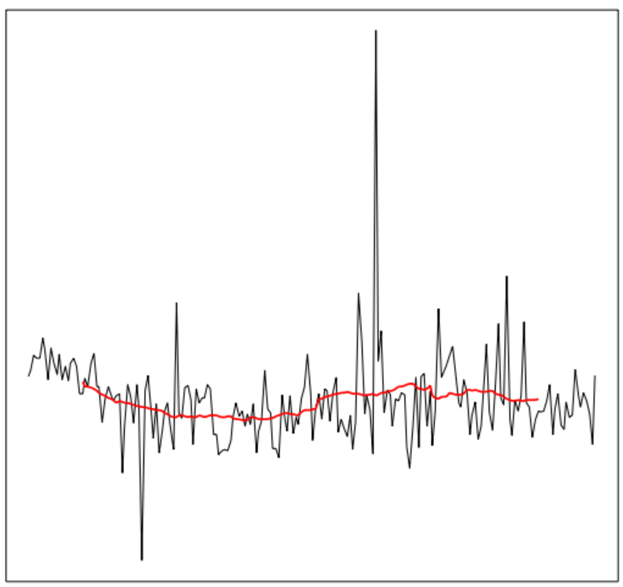
بیان‌گر یک تخمین گرایش محلی با توجه به رویکرد کمینه‌سازی مربعات می‌باشد که براساس یک چندجمله ای مرتبه دوم خواهد بود

1 - Smoothing
2 - Sliding window
3 - Filter

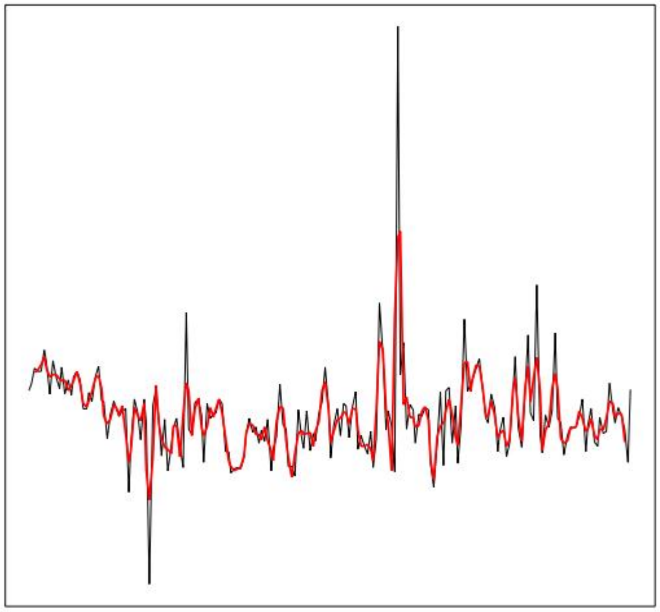
نمودارهای زیر مثال‌هایی از پالایش با پالایه‌های خطی و چند جمله‌ای را نشان می‌دهند.



شکل ۳۱- مثالی از پالایه خطی با q=7



شکل ۳۲- مثالی از پالایه خطی با f = 20



شکل ۳۳- مثالی از پالایه چند جمله‌ای

۷-۱-۳-۳-۲ پالایه نمایی

پالایه‌های خطی همیشه از تعداد ثابتی از وزن‌ها استفاده می‌کنند. علاوه بر آن، رویکرد متفاوتی مطرح می‌شود که بر اساس آن، مقادیر قدیمی نسبت به مقادیر جدید جذابیت کمتری دارند. این امر به واسطه کاهش وزن مقادیر قدیمی و افزایش وزن مقادیر جدید تحقق می‌یابد و به عنوان رویکرد نمایی شناخته می‌شود. این رویکرد، توصیف بازگشتی زیر را دارد:

$$y_{t+1} = (1-a)\sum_{i=0}^{\infty} a^i\, x_{t-i}$$

و با فرمول زیر معادل است:

$$y_{t+1} = ax_t + (1-a)y_t$$

هر دو عبارت به گونه‌ای بیان شده‌اند که برای پیش بینی نقطه زمانی بعدی می‌توان از آنها استفاده کرد.

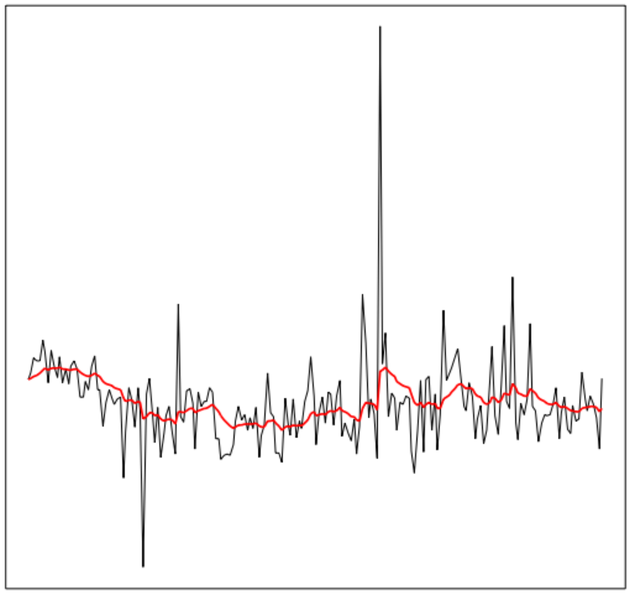
از این معادله همچنین می‌توان استنباط نمود که هموارسازی نمائی بر محدودیت دیگری از میانگین‌های متحرک غلبه می‌کند: مقادیر قدیمی‌تر با وزن‌های کاهشی وزن گذاری می‌شوند. یعنی از آن جا که a عددی بین صفر و یک است، وزن‌های $a, a(1-a), a(1-a)^2, \ldots$ اندازه کاهشی دارند. اینها دلایلی هستند که باعث شده‌اند هموارسازی نمائی به عنوان یک روش پیشگویی چنین مقبولیت گسترده‌ای بیابد.

با چیدمان مجدد عبارات فوق، فرمول زیر به دست می‌آید:

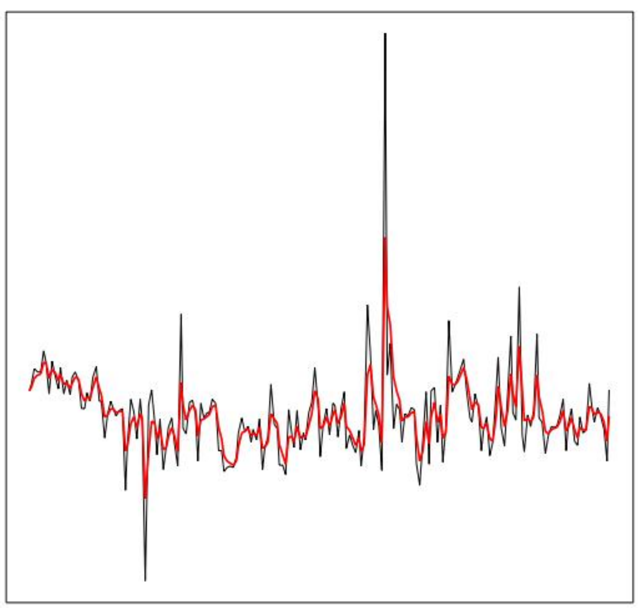
$$y_{t+1} = y_t + a(x_t - y_t)$$

در این شکل، پیش بینی جدید تنها جمع پیش بینی قبلی به علاوه a برابر خطای پیش‌بینی قدیمی $(x_t - y_t)$ است. واضح است که هنگامی که a مقداری نزدیک به یک داشته باشد، پیش بینی جدید برای هر خطایی که در

پیش بینی قبلی رخ داده است، یک تنظیم قابل توجه خواهد داشت. بر عکس هنگامی که a نزدیک به صفر است، پیش بینی جدید تنظیم چندانی برای خطایی که در پیش بینی قبلی رخ داده نخواهد داشت. بنابراین تاثیر a کوچک یا بزرگ، معادل تاثیر ناشی از در نظر گرفتن تعداد کمی مشاهدات در محاسبه یک میانگین متحرک در برابر تاثیر تعداد زیادی از مشاهدات در یک میانگین متحرک خواهد بود.



شکل ۳۴- مثال پالایه نمابی با $a = 0.1$



شکل ۳۵- مثالی از پالایه نمایی با $a = 0.5$

۴-۱-۷ مولفه فصلی

مخصوصا در سریهای داده‌ای که مرتبط با مصرف کاربران هستند، ارقام فصلی به طور قطع وجود دارند. این به معنای آن است که نوسان‌های چرخه‌ای با مشخصه‌های منظم در آنها وجود دارد. بازه‌های زمانی جالب توجه در این ناحیه، دوره‌های زمانی سالیانه، ماهانه و روزانه می‌باشند.

با توجه به دو دلیل متفاوت مرتبط با دو سوال باز، ممکن است حذف تاثیرات فصلی بر داده‌های موجود جالب توجه باشد. در مورد مسائل عملی، عموماً این رویه ترجیح داده می‌شود.

- دید عطف به گذشته[1]: اگر تاثیرات فصلی وجود نداشته باشد، داده‌ها در گذشته چگونه می‌توانستند باشند؟
- دید به آینده[2]: گرایش بلند مدت با توجه به مولفه هموارسازی چگونه است؟

به عنوان مثالی از کلیه رویه‌های مختلف امکان پذیر، رویه «فاز میانگین»[3] معرفی می‌شود. این رویه یکی از ساده‌ترین رویه‌های موجود می‌باشد که برای حذف یک مولفه فصلی ثابت یک سری زمانی بدون مولفه گرایش[4] مناسب است. این به معنای آن است که درون داده‌های سری زمانی، هیچ مولفه گرایشی مجاز نمی‌باشد و بهتر است پیش از آن با یک سازوکار حذف گرایش حذف شده باشد.

می‌توان این رویه را به ۴ گام مختلف تقسیم کرد. عموماً فرض بر آن است که سری زمانی $x_1, x_2, \dots x_n$ می‌تواند به قسمت‌های مختلفی تقسیم شود که به آنها فازهای p گفته می‌شود که هر یک دارای n عنصر داده می‌باشند. این رابطه به صورت زیر است:

$$(x_t), \qquad t = 1, \dots, N \to (x_{i,j}), \qquad i = \cdots p\ , j = 1, \dots, n$$

اولین نمایه یعنی i بیان‌گر تعداد قسمت‌ها یا فازها و نمایه دوم یعنی j بیان‌گر اعداد متوالی درون این فاز می‌باشند. به عنوان مثال اگر یک سری داده حاوی داده‌های یک دوره زمانی ۵ ساله به صورت ماهیانه باشد، با پارامترهای $p = 5$ (بیان‌گر ۵ فاز هر فاز معادل یک سال) و $n = 12$ (بیان‌گر ۱۲ ماه یک سال) قابل توصیف خواهد بود.

محاسبات زیر نحوه دستیابی به داده‌ها بدون تاثیرات فصلی مربوطه را طبق ۴ گام اشاره شده در بالا نشان می‌دهد:

۱. محاسبه میانگین فازهای مختلف:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{p} x_{i,j}$$

---

1 - retrospective view
2 - prospective view
3 - mean phase
4 - trend component

۲. محاسبه میانگین انبوهشی:

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^{n} \overline{x_j}$$

۳. محاسبه نمایه‌های فصلی (عامل‌های فصلی):

$$s_j = \frac{\bar{x}_j}{\bar{x}}$$

برای محاسبه آخر، فازهای میانگین $\bar{x}_j$ با توجه به میانگین انبوهشی $\bar{x}$ تنظیم می‌شوند. در مثال، میانگین ماه ژانویه به عنوان مثال به میانگین انبوهشی تقسیم می‌شود. این گام برای کلیه میانگین‌های ماهیانه مختلف انجام می‌شود. اگر داده ماه ژانویه خیلی بالاتر از میانگین باشد، آنگاه $s_i > 1$ است. بر این اساس، اگر داده ماه ژانویه خیلی کمتر از میانگین باشد، $s_i < 1$ خواهد شد.

۴. محاسبه مقادیر تعدیل شده فصلی:

$$y_{i,j} = \frac{x_{i,j}}{s_j}, \qquad i = 1, \dots, p \qquad j = 1,2, \dots, n$$

این گام، نماواره[1] محاسبات پایه مربوط به تعیین مولفه فصلی را خاتمه می‌دهد.

۸ انبوهش داده‌ها

بسته به هدف مورد نظر، به عبارت دیگر برای اهداف پایش یا گزارش‌دهی، ممکن است روش‌های مختلفی از انبوهش داده به کار برود. در ابتدا، ممکن است درشت‌دانگی‌های[2] مختلفی در زمان یا فضا مورد نیاز باشد. ثانیاً، ممکن است وزن‌گذاری داده‌ها برای به عنوان مثال تولید QoS درک شده توسط کاربران مورد نیاز باشد. اگر کوچک‌ترین درشت‌دانگی زمانی فاصله مساوی داشته باشد و اطلاعات کامل در هر زمان یا بازه در دسترس باشد (یعنی هیچ داده‌ای مفقود نشده باشد)، ممکن است این امر کم و بیش آسان باشد. با این وجود، اگر داده‌های رخداد در نظر گرفته شوند (مانند داده‌هایی که از سامانه‌های فراکاوی فعال بدست می‌آیند) یا اگر داده‌ها از دست بروند، انبوهش داده ممکن است مخاطره انگیزتر شود و الگوریتم‌های جایگزین برای تعیین نتایج با معنی در سطوح بالاتر انبوهش مورد نیاز خواهند بود.

در ادامه، پس از معرفی برخی از عملگرهای انبوهش پایه، منابع داده مختلف و ساختارهای متناظر بررسی شده و متمایز می‌شوند، سطوح انبوهش زمانی و فضایی تعریف شده و روش‌های تخمین داده‌های ناقص ارائه خواهند شد. براساس خلاصه خصیصه‌های مطلوب برای رویه‌های انبوهش، یک راهبرد انبوهش پیشنهاد و بررسی خواهد شد. در ادامه، انبوهش‌های وزن‌دار و روش‌های وزن‌گذاری نیز معرفی خواهند شد.

1 - Scheme
2 - Granularity

۸-۱ عملگرهای انبوهش داده پایه

بیشتر عملگرهای انبوهش داده متداول، عملگرهای جمع و میانگین هستند. عملگرهای جمع در صورتی اعمال می‌شوند که مجموع تعداد رخدادها، میزان استفاده و غیره، در یک گستره زمانی مورد نظر باشد، در حالی که میانگین معمولاً هنگامی به کار می‌رود که انواعی از میانگین‌گیری مورد نیاز باشد. با این وجود، به طور مشخص برای داده‌های خارج از اندازه‌گیری‌های در بازه زمانی، استفاده از میانگین ممکن است منجر به نتایج انبوهش قابل تفسیر و متقاعد کننده نشود و بنابراین سایر آماره خلاصه کننده مانند کمینه و بیشینه، میانه و سایر چندک‌های داده به عنوان عملگرهای انبوهش مورد استفاده قرار بگیرند. برای اندازه‌های کیفیت خدمات مانند دسترس پذیری، قابلیت نگهداری و غیره، نسبت‌هایی به شکل کسری استفاده می‌شوند.

ترکیب عملگرهای انبوهش پشت سرهم ممکن است مشکل ساز باشد، حتی اگر عملگر یکسانی در هر گام مورد استفاده قرار گیرد. اگر پایه داده کامل باشد، ترکیب جمع‌ها در سطوح مختلف از انبوهش که به معنی جمع زدن جمع‌های مراحل قبل‌تر برای دستیابی به نتیجه انبوهش در یک سطح بالاتر باشد، منجر به یک تفسیر با معنی خواهد شد. اگر بازه‌های زمانی نیز هم فاصله باشند، نتیجه یکسانی برای ترکیب میانگین‌های سطوح تجمیع مختلف انبوهش برقرار است. عملگرهای کمینه و بیشینه نیز در این گونه موارد عملگرهایی هستند که ترکیب آنها امکان‌پذیر و با معنی خواهد بود. با این وجود، برای سایر چندک‌ها مانند میانه یا Q95، توصیه نمی‌شود انبوهش در سطوح بالاتر برمبنای نتایج سطوح پایین‌تر تجمیع باشد، زیرا به عنوان مثال تضمینی وجود ندارد میانه میانه‌های زیرگروه‌ها نزدیک به میانه کل باشد. روش‌های انبوهش برای کسرها در ادامه معرفی خواهد شد.

اگر عملگرهای انبوهش مختلف یکی پس از دیگری ترکیب شوند، مقادیر نتیجه شده بهتر است با دقت زیادی تفسیر شود. به عنوان مثال، کمینه و بیشینه مقادیر میانگین سطوح پایین‌تر انبوهش بهتر است به اشتباه به عنوان گستره مقادیر داده اصلی در نظر گرفته شود. با این وجود، مثال‌های زیادی می‌توان یافت که در آنها این ترکیب منجر به نتایج با معنی خواهد شد، به عنوان مثال اگر BSCهای مختلف با توجه به پارامترهای QoS مقایسه شوند، میانه‌ها یا چندک‌های کلیه مقادیر BSCها ممکن است به عنوان نقاط برش برای تعیین این مطلب به کار گرفته شوند که BSCها خوب یا بد کار می‌کنند.

۸-۲ منابع داده، ساختارها و خواص

در ادامه، تمایزی میان داده‌های خام که از منابع داده مختلف با خصیصه‌های مختلف به دست می‌آید و پارامترهایی داده خواهد شد که براساس این داده‌های خام تعریف می‌شوند.

۸-۲-۱ داده خام

برای اندازه‌گیری QoS، داده‌های از منابع داده مختلفی استفاده می‌شوند. این «داده‌های خام» براساس سامانه‌های اندازه‌گیری مختلف با احتمالاً درشت‌دانگی‌های مختلف، اختلاف به دلیل تغییرات نشر سامانه[1] خود، و سایر موارد

1 - System release

اختلافی هستند. به همین دلیل داده‌های خام، خصیصه‌های متعددی دارند که نیاز است هنگام انبوهش مدنظر قرار گیرند. در اینجا داده عملکرد و داده رخدادی مورد نظر قرار می‌گیرد، اگرچه سایر منابع داده و انواع داده می‌توانند اطلاعات ارزشمندی در خصوص QoS ارائه دهند (مانند داده‌های مدیریت خطا[1]).

در شرایطی که کلیه داده‌ها در دسترس نباشد (که یک مشکل متداول نه تنها در ارتباطات سیار می‌باشد)، داده‌های خام به ندرت جایگزین یا تنظیم می‌شوند بلکه با اطلاعات کامل منبع ذخیره‌سازی می‌شوند تا تعیین پارامتر مناسب و تخمین را ممکن سازند. این کار تنها با اعمال تمامی دانش مرجع امکان پذیر است، اینکه به عنوان مثال قرار بوده است کدام و چه تعدادی از سلول‌ها در یک گستره زمانی خاص داده تحویل دهند.

۸-۲-۱-۱ داده‌های عملکرد

بیشتر داده‌های عملکرد به وسیله شمارنده‌های NE ایجاد می‌شوند. به دلیل سامانه‌ها یا نشرهای مختلف، این داده‌ها ممکن است با درشت‌دانگی‌های زمانی مختلفی در دسترس باشند، به عنوان مثال مقادیر هر ۱۵ دقیقه از یک سامانه و مقادیری برای یک ساعت از سامانه دیگر. در این حالت، عملیات پایه برای ممکن ساختن ایجاد یک قالب داده عمومی مورد نیاز است تا تضمین شود داده‌ها قابل مقایسه هستند، و انبوهش پایه برای مجموع مقادیر شمارنده NE، مستقل از سامانه‌ها مورد نیاز خواهد بود. علاوه بر نتایج انبوهش پایه، نیاز است مجموع تعداد مقادیر انبوهش شده یا حتی اطلاعات مرجع تفضیلی اضافی نیز ذخیره‌سازی شوند.

مثال‌هایی از داده‌های مربوط به عملکرد، تعداد تماس‌ها به ازای هر ساعت به ازای یک سلول، مجموع دقایق تماس به ازای هر ربع ساعت به ازای هر سلول و تعداد نشست‌های WAP آغاز شده به ازای هر ساعت به ازای هر سلول می‌باشد.

۸-۲-۱-۲ داده‌های رخداد

داده‌های صورتحساب[2] نمونه‌ای از داده‌های رخدادی است که ممکن است اطلاعاتی در خصوص QoS ارائه دهند. از سوی دیگر، به صورت کلی نتایج ناشی از سامانه‌های فراکاوی فعال در طول زمان فاصله‌های مساوی ندارند. این امر ممکن است به دلیل متغیر بودن طول آزمایش‌ها باشد، و احتمالاً به عملکرد شبکه یا سایر موارد تاثیرگذار وابسته باشد. همچنین ممکن است دلایلی برای انجام تعداد بیشتری از آزمون‌ها در ارتباط با یک خدمت مشخص در یک گستره زمانی باشد، به عنوان مثال در مواردی که خدمات جدید آغاز به کار می‌کنند.

داده‌های رخداد، اطلاعات مربوط به یک بازه زمانی را ارائه نمی‌کنند، بلکه تعدادی نتیجه را به دست می‌دهند که هر یک متناظر با یک نقطه زمانی خواهد بود. به منظور ممکن ساختن ادعاهایی در مورد دوره‌های زمانی، استفاده از تمامی نقاط داده اصلی برای تعیین و انبوهش پارامترها برای هر بازه زمانی مدنظر مجاز است، و یا به عنوان جایگزین، گستره‌های زمانی نسبتاً کوچک بهتر است تعریف شوند که برای آنها یک اولین گام «پایه» انبوهش انجام می‌شود که بعد از آن انبوهش‌های مرتبه بالاتر را مستقل از داده‌های اصلی ممکن می‌سازد.

---

1 - Fault management data
2 - Billing data

۸-۲-۲ پارامترها/ نشان‌گرهای عملکرد کلیدی

مشخصه اصلی یک KPI یا پارامتر (در مقایسه با داده‌های خام) این واقعیت است که KPIها به صورت انتزاعی تعریف می‌شوند، بنابراین یک تفسیر عمومی برای پارامترهای محاسبه شده از منابع داده مختلف و در سطوح انبوهش داده مختلف را امکان پذیر می سازند. معمولاً دو دلیل برای تعریف پارامترها به صورت KPI وجود دارد:

- KPI یک تابع انبوهش پارامترهای مختلف باشد.
- KPI بیان‌گر یک اندازه کیفیت بسیار مهم مرتبط با نظر مشتریان باشد.

در مورد دوم، لزوماً انبوهش داده صورت نمی‌گیرد.

پارامترها برای خدمت‌دهی به اهداف خاص مانند پاسخ گویی به سوالاتی در مورد QoS یا عملکرد با استفاده از داده‌های خام یا انبوهش داده خام تعریف می‌شوند. این کار ممکن است شامل ترکیب داده‌های مختلف با عملیات‌های ریاضی مانند نسبت صورت بگیرد. برخلاف داده‌های خام، پارامترها مستقل از نشر نرم افزارها و فروشندگان سامانه‌ها می‌باشند. حتی می‌توان آنها را اگر مناسب باشد مستقل از سامانه‌های مختلف تعریف کرد.

نمونه‌ای از پارامترهای مبتنی بر داده‌های عملکرد، نرخ قطع تماس می‌باشد که براساس دو شمارنده NE مختلف می‌باشد، یعنی تعداد تماس‌هایی که به صورت ناخواسته پایان یافته تقسیم بر تعداد تماس‌های موفق ضرب در ۱۰۰٪. داده‌های بدست آمده از سامانه‌های فراکاوی فعال، تعریف پارامترهایی مانند نرخ عدم موفقیت پرکردن مجدد[۱]، نرخ خطای SMS E2E و غیره را ممکن می‌سازند.

برای تعریف و محاسبه پارامترها، قوانینی برای مدیریت داده‌های مفقود شده مورد نیاز خواهد بود. بنابراین روش‌های جایگزینی داده هنگام بحث در مورد محاسبه و تجمیع پارامتر دارای اهمیت ویژه‌ای هستند و پس از تعریف سلسله مراتب مورد نظر، به صورت تفضیلی مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

۸-۳ سلسله مراتب انبوهش

سلسله مراتب انبوهش عموما به سلسله مراتب تجمیع زمانی و فضایی تقسیم می‌شوند، که واژه زمانی در واقع به بازه‌های زمانی مختلف اشاره دارد، در حالی که واژه فضایی ممکن است انبوهش‌هایی برروی اقلام با خواص مشابه با توجه به یک خصیصه مورد نظر را پوشش دهد.

۸-۳-۱ انبوهش زمانی

سطح انبوهش زمانی که بهتر است برای یک پارامتر مورد نظر بکار گرفته شود، بستگی به عملکرد و فراوانی داده خام خواهد داشت. برای بیشتر پارامترها، سطوح انبوهش معقول یکی و یا تمامی موارد زیر هستند:

- ربع ساعت
- ساعت
- روز

1 - Recharge

- هفته
- ماه
- ربع سال
- سال تقویمی
- سال تجاری

علاوه بر آن، سطوح انبوهش زمانیِ ناقص نیز قابل تعریف هستند، به عنوان مثال، مقادیر تجمعی برای هفته جاری براساس مقادیر روزانه که تاکنون موجود بوده است. این مورد برای پارامترهایی که براساس نسبت‌ها یا مقادیر میانگین هستند بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرد، زیرا ممکن است آنها به صورت مستقیم تفسیر شوند. برای تفسیر پارامترهای ناقص که براساس حاصل جمع هستند، تعداد واحدهای زمانی پوشش داده شده بهتر است مدنظر قرار گیرد.

۸-۳-۲ انبوهش فضایی

انبوهش فضایی در اصل به سطوح انبوهش از کوچک‌ترین واحدهای ممکن مانند سلول‌های رادیویی (یا حتی قسمت‌ها) در ارتباطات سیار تا تمامی شبکه اشاره دارد. این انبوهش از نقطه نظر فنی به طور مثال با در نظر گرفتن «سلول – BSC – MSC – (شاخه) – تمامی شبکه»، یا از نقطه نظر ناحیه‌ای توسط «سلول- ایالت/ ناحیه- تمامی شبکه» قابل انجام خواهد بود.

همانطور که در گذشته اشاره شد، اصطلاح «فضایی» ممکن است در حوزه خلاصه‌سازی سلولهای با خواص همسان با توجه به یک خصیصه مورد نظر مورد استفاده قرار بگیرد، مانند تمامی سلولهایی که شاهراه‌ها را پوشش می‌دهند یا موقعیت یک سلول نسبت به محیط اطراف خود که در محدوده یک شهر بزرگ، یک شهر کوچک یا یک محدوده روستایی واقع شده است. در این موارد، واحدهای ناهمدوس[1] فضایی انبوهش می‌شوند.

۸-۴ روش‌های تخمین پارامتر

شرایط ایده‌آل اطلاعات کامل در عمل به ندرت صورت می‌پذیرد. عناصر شبکه یا انشعاب‌هایی که موفق به تحویل به موقع داده نمی‌شوند، شایع‌ترین دلیل از دست رفتن داده‌ها به شمار می‌روند. از آنجا که در بیشتر شرایط، مقدار گم شده بعنوان مقدار پارامترها غیرقابل قبول نباشد، حتی اگر قسمتی از داده‌های خام مفقود شده باشد، روش‌های تخمین داده از دست رفته مورد نیاز خواهد بود. بسته به شرایط حاکم، تصویر کردن[2]، جایگزین کردن یا روشهای تخمین ترکیبی ممکن است مناسب باشد.

1 - Incoherent
2 - Projection

۸-۴-۱ روش تصویر کردن

ساده ترین روش جایگزینی داده‌ها، تصویر داده موجود در تمامی بازه زمانی مورد نظر است. به عنوان مثال، اگر ۹۰٪ از داده‌های مورد انتظار که کیفیت یک خدمت خاص را در یک ساعت اندازه‌گیری می‌کنند موجود بوده و مقادیر یک ساعتی مد نظر باشد، این ۹۰٪ از داده‌ها به عنوان نماینده‌ای از کل داده‌های آن یک ساعت در نظر گرفته خواهند شد. اگر انبوهش شامل انباشتن ورودی‌ها باشد، مقدار بدست آمده از داده‌های موجود بهتر است در یک عامل $\frac{100}{90}$ ضرب شود. اگر مقادیر انبوهش شده، مقادیر میانگین (یا میانه) باشند، میانگین (یا میانه) داده‌های موجود به عنوان یک مقدار انبوهش شده بکار گرفته می‌شود. اگر مقادیر کمینه و بیشینه (یا سایر مقادیر غیر از میانه) به عنوان مقادیر انبوهش شده مد نظر باشند، بهتر است روش‌های تخمین پیچیده‌تری مانند روش‌های بیشینه درست‌نمایی بکار گرفته شوند.

به شرط آن که درصد بالایی از داده‌ها موجود بوده و هیچ دلیل روشمندی برای از دست دادن داده‌ها وجود نداشته باشد، رویه فوق کاملا منطقی خواهد بود. اگر چه ممکن است تحلیل زمان‌ها و شرایطی که داده از دست رفته است برای تعیین دلایل این موضوع مفید باشد، اما در حالتی که گم شدن داده‌ها معمول‌تر شده و یا واضح‌تر شود، این سوءظن وجود دارد که ممکن است الگویی برای این پدیده وجود داشته باشد.

اگر تنها درصد کمی از داده برای یک بازه زمانی مورد نظر موجود باشند (به عنوان مثال کمتر از ۵۰٪)، ممکن است رویه تصویر کردن فوق سوال برانگیز باشد. خصوصا اگر پارامتر مورد نظر در طول زمان در معرض تغییرات پویا باشد، نتایج ممکن است به شدت دچار سوگیری[1] شوند. به عنوان مثال، داده مصرفی را در نظر بگیرید که در آن درصد بالایی از داده‌های مفقود شده شامل ثبت‌هایی[2] است که بهتر است در شب گرفته شوند. اگر مصرف با تصویر کردن نتایج موجود پیش‌بینی شود، این تخمین به شدت بیشتر از برآورد واقعی خواهد بود. بنابراین منطقی به نظر می رسد تا یک «درصد بحرانی» داده‌ها تعریف شود که نیاز است برای کاربردی بودن روش فوق در دسترس باشد. بهتر است این درصد به خدمت خاصی که مورد ارزیابی بوده و به دقت مورد نیاز نتایج انبوهش وابسته باشد.

۸-۴-۲ روش جایگزین کردن

اگر نتوان/ توصیه نمی‌شود تخمین پارامترها را براساس داده‌های موجود صورت داد، زیرا تعداد زیادی از داده‌ها مفقود شده یا به برخی دلایل نامعتبر هستند، روش‌های جایگزین کردن، از داده‌های بازه‌های زمانی پیشین استفاده خواهند کرد. این امر یا با استفاده از آخرین مقدار موجود برای پارامتر مورد نظر انجام می‌شود، که تنها برای پارامترهای ایستایی منطقی است که در طول زمان در معرض تغییرات پویا نیستند، و یا با استفاده از آخرین

1 - Biased
2 - Record

مقدار در دسترس دوره زمانی قابل مقایسه با خواص مشابه، مانند نوعِ روز مشابه (روزهفته[1]/ پنج‌شنبه/ تعطیلات یا جمعه) یا روز مشابه هفته و زمان یکسان قابل انجام خواهد بود.

۸-۴-۳ کاربرد روش‌های تخمین

مشکلات شایعی که کاربرد روش‌های فوق را پیچیده می‌کنند عبارتند از:

۱- عدم دسترسی‌پذیری داده‌های مرجع: تعداد داده مفقود شده‌ای که برای تصمیم‌گیری در مورد روشی که بهتر است مورد استفاده قرار بگیرد، و برای کاربرد روش تصویر مورد نیاز است.

۲- تعیین مقادیر برای جایگزینی: بهتر است بازه‌های زمانی قابل مقایسه تعریف شوند و ممکن است داده‌های جایگزین در یک پایگاه داده ذخیره‌سازی شوند، که احتیاج به بروزرسانی و نگهداری خواهند داشت. علاوه بر آن، اطلاعات تقویمی در مورد تعطیلات/ روزهای کاری، روزهای هفته و غیره نیز مورد نیاز می‌باشد.

۳- پارامترهایی که به عنوان نسبت تعریف می‌شوند: صورت و یا مخرج به صورت مجزا و براساس اطلاعات موجود در هر قسمت تخمین زده می‌شوند، و یا نسبت به صورت کلی با استفاده از اطلاعاتی در مورد صورت و مخرج کسر تخمین زده می‌شود. در حالتی که کل اطلاعات در دسترس باشد، تفاوتی بین این دو امکان وجود ندارد، ولی در حالتی که قسمتی از داده برای قسمتی از نسبت موجود بوده و برای قسمت دیگر در دسترس نیست، دو راهبرد منجر به نتایج متفاوتی خواهند شد.

با توجه به انبوهش داده، این سوال مطرح می‌شود که بهتر است انبوهش در چه سطحی از تخمین انجام شود؟ آیا استفاده از مقادیر تخمین زده شده به عنوان پایه‌ای برای انبوهش در سطوح بالاتر قابل قبول خواهد بود؟ رویه‌های انبوهش داده ترکیب کننده هر دو روش معرفی شده در ادامه معرفی می‌شوند، که از یک چکیده خصیصه‌های مطلوب رویه‌های انبوهش سرچشمه می‌گیرند.

۸-۴-۴ خصیصه‌های عملگرهای انبوهش

ارزیابی روشهای انبوهش با توجه به مشخصه‌های زیر ممکن می‌باشد:

۱- نتیجه بهتر است با معنی باشد، یعنی تا حد ممکن به مقدار واقعی مورد نظر نزدیک باشد. به طور خاص، مقادیر NULL به عنوان نتیجه انبوهش سطح بالاتر معقول نخواهد بود. علاوه بر آن، بهتر است کلیه اطلاعات در خصوص مقادیری که مفقود شده‌اند مورد استفاده قرار بگیرند تا از مقادیر سوگیری شده جلوگیری شود. (علاوه بر آن، وردایی مقادیر پارامتر که با استفاده از روش‌های تخمین بدست آمده است بهتر است تا حد ممکن کوچک باشد).

---

۱ - منظور از شنبه تا چهارشنبه است.

۲- نتایج انبوهش بهتر است قابل فهم و قابل باز تولید باشد. به طور خاص، در سطوح بالاتر انبوهش، بهتر است هیچ رویه تخمینی استفاده نشود تا نتایج مربوط به سطوح بالاتر انبوهش با نتایج سطح پایین‌تر تطابق داشته باشند.

۳- نتایج انبوهش بهتر است به مسیرهای انبوهش مورد استفاده بستگی داشته باشند، یعنی در صورتی که گام‌های انبوهش زمانی یا فضایی جابجا شوند، نتایج بهتر است تغییر کنند و همچنین انبوهش مستقیم و انبوهش با گام‌های واسط بهتر است به نتایج متفاوتی منجر شود. استقلال مسیرها به محاسبات انبوهش اشاره دارد.

۴- نتایج بهتر است سازگار باشند. در یک سطح خاص از انبوهش، نتایج انبوهش منحصر به فرد بهتر است با نتیجه کلی سازگاری داشته باشند، یعنی مجموع شعبه‌های مختلف بهتر است با جمع نهایی شرکت برابر باشد و به همین روند ادامه یابد. سازگاری به نتایج انبوهش اشاره دارد.

۵- توصیه می‌شود رویه‌های محاسباتی اعمال شده تا حدی آسان باشند. این امر به معنای استقلال مقادیر قبلی مانند داده‌های مربوط به دوره‌های زمانی قبلی است.

۶- استقلال مراجع شبکه مانند نسبت دادن نتایج به عناصر شبکه

در حالت کلی، نمی‌توان کلیه نیازها را در یک زمان برآورده کرد. ممکن است روش‌های ساده منجر به نتایج غیر معقول شوند، در حالی که روش‌هایی که شامل رویه‌های تخمین می‌باشند به مقادیری از دوره‌های زمانی گذشته یا مراجع شبکه تکیه داشته و ممکن است پیچیده‌تر باشند. به طور خاص، نیازهای ۱، ۵ و ۶ متناقض هستند، زیرا روش‌های تخمینی که مراجع شبکه و مقادیر گذشته را نادیده می‌گیرند به احتمال زیاد منجر به نتایج بدتر در مقایسه با روش‌هایی می‌شوند که تمامی اطلاعات در دسترس را در نظر می‌گیرند.

ایده‌ای که برای ترکیب نیازهای فوق تا حد معینی مطرح می‌شود، تعریف کوچکترین سطح انبوهش زمانی یا فضایی است که در آن داده‌ها با رویه‌های تخمین کامل می‌شوند (برای داده‌های پارامتر مفقود شده) و یا انبوهش‌های پایه (برای داده‌های رخداد و داده‌های پارامتری با سطوح مختلف)، مانند به ازای هر ساعت و به ازای هر سلول. این روند منجر به یک مخزن[1] داده با فاصله مساوی خواهد شد و بنابراین کلیه گام‌های بعدی انبوهش را تسهیل خواهد کرد و مخصوصاً سازگاری نتایج و استقلال مسیرهای انبوهش را نیز تضمین خواهد نمود.

یکی از معایب اصلی این روش، این حقیقت است که بهتر است رویه‌های تخمین روی سطوح پایین انبوهش اعمال شوند که به شدت وابسته به داده‌های ارجاعی و مقادیر جایگزین مناسب یا رویه‌های تصویر کردن هستند. برای پارامترهایی که در طول زمان پویا هستند، بهتر است سری‌های زمانی که در قسمت ۷ به آنها اشاره شد مد نظر قرار گیرند، که به معنای رویه‌های محاسباتی پیچیده‌تر برای سطوح انبوهش پایین‌تر بوده و به همین دلیل محاسبه زمان‌بری خواهند داشت.

1 - Pool

۸-۵ انبوهش وزن‌دار

در بسیاری از مواقع، خصوصاً در مواردی که QoS درک شده توسط مشتریان مورد نظر باشد، روش‌های انبوهش ساده داده‌های موجود یا داده‌های تخمین زده شده با معنی نخواهند بود. رویکرد بهتر این است که در نظر گرفته شود به عنوان مثال چه تعدادی از کاربران در صورت اشکال در خدمت تحت تاثیر قرار خواهند گرفت. این سوال به ایده انبوهش وزنی منجر خواهد شد، که در آن به عنوان مثال میزان استفاده ممکن است برای وزن‌گذاری استفاده شود. با این وجود، بهتر است یادآوری شود که روش‌های انبوهش وزن‌دار در حالت کلی طبق منطق خاصیت چهار از زیربند ۸-۴-۴ منجر به نتایج غیرسازگار می‌شوند.

۸-۵-۱ QoS درک شده

بسته به نقطه نظر و مقصود از یک پارامتر مورد نظر، در نظر گرفتن تنها دیدگاه کاربران به جای دیدگاه شبکه منطقی به نظر می‌رسد، به عنوان مثال با در نظر گرفتن استفاده از یک خدمت. بسته به رویه انبوهش استفاده شده، ممکن است این امر به صورت ضمنی انجام شده باشد. به عنوان مثال، اگر نسبت نرخ تماس‌های قطع شده انبوهش شده در یک هفته مورد نظر باشد، رویه‌های انبوهش مختلف به معنای وزن گذاری‌های مختلف خواهند بود (فرض بر آن است که مقادیر به صورت ساعتی در دسترس هستند).

۱- اگر نرخ قطع تماس برای بازه‌های ساعتی ذخیره شده و انبوهش هفتگی به وسیله میانگین‌گیری کلیه مقادیر در هفته مورد نظر انجام شود، هیچ نوع وزن گذاری انجام نشده و هر ساعت مشاهده دارای ارزش مساوی خواهد بود. این امر با نقطه نظر کاربران رابطه‌ای ندارد (یادآوری می‌شود که بهتر است میانگین هندسی بجای میانگین حسابی برای میانگین‌گیری استفاده شود).

۲- اگر صورت و مخرج کسر برای بازه‌های زمانی یک ساعته ذخیره سازی شده و انبوهش هفتگی ابتدا با جمع کلیه مقادیر ورودی برای صورت و مخرج به صورت مجزا و سپس تقسیم آنها برهم انجام شود، یک وزن‌گذاری ضمنی انجام می‌شود، زیرا بازه‌های زمانی اوج مصرف شامل تعداد بیشتری تماس نسبت به بازه‌های با مصرف کم هستند، لذا نقطه نظر کاربران اعمال خواهد شد.

هنگامی که از روش اول استفاده می‌شود، بهتر است از میانگین وزنی بجای میانگین ساده استفاده کرد. براساس نوع پارامتر، میانگین‌های حسابی وزن‌دار براساس فرمول زیر محاسبه می‌شوند:

$$\bar{x}_w = \sum_{i=1}^{n} x_i w_i$$

که در آن $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$، میانگین‌های هندسی وزن‌دار به صورت زیر خواهد بود:

$$\tilde{x}_w = (\Pi x_i w_i)^{\frac{1}{n}}$$

و $\Pi w_i = 1$ (برای میانگین‌های ریاضی یا هندسی غیر وزن‌دار، کلیه وزنها براساس $w_i = \frac{1}{n}$ یا $w_i = 1$ داده می‌شوند).

می‌توان وزنها را مبتنی بر منحنی‌های استفاده واقعی یا میانگین قرار داد و یا مبتنی بر دلائل استراتژیک یا هر رویه دیگر مطابق با هدف تحلیل تعیین کرد. می‌توان یک منحنی استفاده میانگین را به عنوان مثال با میانگین‌گیری بر روی ۳۰ روز کاری گذشته، پنج شنبه گذشته و یا پنج یکشنبه قبل و یا تعطیلات و یا با به کارگیری نوعی از مدل‌سازی سری‌های زمانی و روش‌های پیش‌بینی بدست آورد. وزن‌هایی که براساس منحنی‌های استفاده هستند به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$w_i = \frac{u_i}{\sum u_i} \text{ یا } w_i = \frac{u_i}{\prod u_i}$$

که در آن u_i میزان استفاده واقعی یا تخمین زده شده در دوره زمانی i است.

اگر دومین روش فوق بکار گرفته شود، وزن‌گذاری به صورت ضمنی بوسیله نمودار استفاده واقعی انجام می‌شود. اگر چه سایر مشکلات، به طور خاص مربوط به مدیریت داده‌های مفقود شده که در قسمت ۳-۴-۸ به آنها اشاره شد وجود خواهند داشت. برای هر دوره زمانی، ممکن است درصد داده‌های مفقود شده برای اعمال روش‌های تصویر، جایگزین کردن و یا تضمین آنکه نرخ قطع تماس از ۱ فراتر نخواهد رفت مورد نظر باشد، به عنوان مثال، هنگام بررسی اینکه تعداد تماس‌های پایان یافته به طور ناخواسته بهتر است از تعداد تماس‌های موفق بیشتر شود، شاید بخواهیم تنها جفت داده‌هایی را در نظر بگیریم که در آن هر دو مقدار معلوم هستند. اگر از روش اول استفاده شود، این امر تنها با تخمین به صورت ساعتی قابل پیشگیری خواهد بود.

یادآوری- برای نسبت‌ها، انبوهش‌های سطوح بالاتر معمولا با به کارگیری روش دوم به دلیل وزن‌گذاری ضمنی بدست می‌آیند، که شهودی‌تر می‌باشد.

داده‌های سامانه‌های فراکاوی فعال معمولا به صورت ضمنی وزن‌گذاری نمی‌شوند، زیرا بسامدهای فراکاوی معمولا بیان‌گر رفتار مشتری نمی‌باشند. در این مبحث، ایده وزن گذاری ممکن است دارای اهمیت بیشتری باشد، زیرا:

۱- از آنجا که داده‌های سامانه‌های فراکاوی فعال دارای فاصله مساوی نیستند، وزن‌دهی هر آزمایش با زمان بین هر دو آزمایش با یک روش معین در نظر گرفته می‌شود. این امر با تعریف بازه‌های زمانی (نسبتا کوچک) که برای آنها کلیه آزمون‌های انجام شده در این بازه بدون وزن گذاری خلاصه سازی شوند، و یا با محاسبه با استفاده نیمی از بازه زمانی بین آخرین آزمایش و آزمون جاری و نیمی از بازه زمانی بین آزمایش جاری و آزمون بعدی به عنوان پایه‌ای برای وزن‌گذاری محقق می‌شود. اگر چنین روش وزن‌گذاری در نظر گرفته شود، بهتر است حد بالایی برای بازه‌های تعریف شده مذکور در نظر گرفته شود و برای شرایطی که سامانه فراکاوی فعال، غیر فعال هستند و یا داده برای مدت زمان طولانی دریافت نمی‌شود نیز راهبردهایی در نظر گرفته شود (تخمین یا مقادیر NULL، بسته به شرایط و پارامترهای مورد نظر).

۲- روش دوم و دارای اهمیت بیشتر برای وزن گذاری نتایج سامانه‌های فراکاوی فعال، استفاده از وزن‌گذاری برای دستیابی به QoS است که در گذشته مورد بحث قرار گرفت.

اگر هر دو روش اعمال شوند، وزن‌های ترکیبی به صورت $w_i = \frac{u(t_i)}{\sum u(t_i)}$ محاسبه می‌شود کـه در آن $u(t_i)$ میـزان استفاده در بازه زمانی t_i است که با توجه به توزیع آزمایش‌ها در طول زمان به آزمـایش فراکـاوی i نسـبت داده شده است (اولین وزن گذاری)، و برای یک سطح انبوهش پایه برای انبوهش بیشـتر و یـا بـرای محاسـبه سـطح انبوهش دلخواه به صورت مستقیم می‌باشد.

۸-۵-۲ چندک‌های وزن‌دار شده

برای مقادیر دوره به عنوان نتیجه‌ای از سامانه‌های فراکاوی فعال، چندک‌ها نتایج تجمعی معناداری را در سـطوح بالاتر انبوهش نمایش می‌دهند. بـا توجـه بـه مبحـث وزن‌گـذاری کـه در بـالا بـه آن اشـاره شـد، لـزوم تعیـین چندک‌های وزنی وجود دارد. به دلیل محاسبه چندکها براساس مقادیر داده مرتب شده، وزن‌گـذاری مشـابهی بـا مقادیر میانگین کاربردی نمی‌باشد. به جای آن، می‌توان از یک الگوریتم همتاسازی[1] برای محاسـبه چنـدک‌هـای وزن‌گذاری استفاده کرد. این الگوریتم هر مقدار را با مطابق با یک وزن واگذار شده به آن تکرار نمـوده و چنـدک مورد نظر را از مجموعه داده جدید محاسبه می‌کند. (اگر وزن‌ها گنگ باشند، گرد کردن بـه صـورت قابـل قبـول مورد نیاز است).

مثال: مجموعه داده (مرتب) اصلی از زمان‌های تحویل 10MMS-E2E به صورت ۵۱، ۵۵، ۶۰، ۶۱، ۶۵، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۲ و۸۰ ثانیه می‌باشد. این اندازه‌گیری‌ها در زمان‌های مختلف روز محاسبه شده‌اند و بنابراین به عنوان مثال اگر داده مربوط به شب باشد وزن آن ۱، اگر داده در صبح بدست آمده باشد وزن آن ۲ و اگر داده مربوط به بین ظهر تا ۸ شب باشد، وزن ۴ برای آن در نظر گرفته می‌شود. وزن‌های نتیجه شده به صورت ۱، ۴، ۲، ۲، ۱، ۴، ۴، ۲، ۱، ۴ منجر به مجموعه داده با ۲۵ داده خواهند شد: ۵۱، ۵۵، ۵۵، ۵۵، ۵۵، ۶۰، ۶۰، ۶۱، ۶۱، ۶۵، ۷۰، ۷۰، ۷۰، ۷۰، ۷۱، ۷۱، ۷۱، ۷۱، ۷۲، ۷۲، ۷۲، ۸۰، ۸۰، ۸۰، ۸۰. چندک‌های داده‌های اصلی و مجموعه داده‌های همتاسازی شده به صورت کلی منجر به نتایج اندکی متفاوت خواهند شد.

اگر یک وزن‌گذاری با توجه به نوعی از منحنی مصرف مد نظر باشـد، مـی‌تـوان از ایـن منحنـی بـه عنـوان تـابع همتاسازی یا منحنی همتاسازی استفاده کرد که نمایانگر مبنای تعریـف وزنهـای مـورد نیـاز خواهـد بـود. بـرای تسهیل محاسبات، وزن‌ها ممکن است با مشخص کردن مقدار کمینه تابع تکرار $r_{\min}$ تعیین شوند و تعیین وزنهـا با توجه به رابطه زیر انجام می‌شود:

$$w_i = round\left({}^{r_i}/_{r_{min}}\right)$$

اگر یک مفهوم یکنواخت برای وزن‌گذاری هر نوع پارامتر مد نظر باشد، ممکن است راهکاری مبتنی بر توابع تکرار برای میانگین یا عدم دسترسی‌ها یا سایر پارامترهای مورد نظر مورد استفاده قرار گیرد. تفـاوت بـه عنـوان مثـال میان میانگین‌های وزنی قراردادی و میانگین‌های وزن‌گذاری شده با روش همتاسازی تنها به دلیل گام گرد کردن مورد استفاده برای راه‌کار آخر خواهد بود.

1 - Replication

۸-۶ عملگرهای اضافی انبوهش داده

در ادامه، برخی عملگرهای انبوهش داده دیگر معرفی می‌شوند که به آنهایی که در زیربند ۸-۱ معرفی شده‌اند اضافه خواهند شد. این عملگرها با توجه به خصیصه‌های آنها و/ یا کاربردشان، منحصر به فرد هستند.

۸-۶-۱ عملگرهای MAWD و BH

به طور خاص برای عملکرد شبکه، یک عملگر انبوهش که می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد، عملگر «میانگین ماهیانه روزِ کاری» یا MAWD[1] می‌باشد. می‌توان به این عملگر به دید یک نتیجه انبوهش و همچنین یک تابع وزن‌گذاری برای سایر عملگرهای انبوهش نگاه کرد.

میانگین ماهانه روزِ کاری یک مجموعه داده موردنظر، ابتدا با پالایش کلیه داده‌های روزهای کاری یک ماه معین و سپس محاسبه مقدار میانگین هر ساعت روز بر روی کلیه داده‌های ساعات متناظر انجام می‌شود. بنابراین نتایج به صورت یک بردار با ۲۴ مدخل نشان داده خواهد شد که هر یک متناظر با یک ساعت از روز است (ساعت صفر، ساعت یک، ...، ساعت ۲۳ و ساعت ۲۴).

براساس MAWD، زمان یا ساعت شلوغی (BH)[2] به عنوان ساعتی تعریف می‌شود که بردار MAWD در آن بیشینه مقدار خود را اختیار می‌کند. با نمادگذاری ریاضی، این مورد به صورت *argmax(m)* نشان داده می‌شود که در آن $m = (m_1, \dots, m_{24})^T$، بردار نتیجه شده از بکارگیری عملگر MAWD است.

۸-۶-۲ عملگر AVGn

طبقه پارامترهای AVGn به دلایل مشابه با عملگر BH که در قسمت ۸-۶-۱ به آن اشاره شد، مورد استفاده قرار می‌گیرند. هر دو عملگر برای تعیین قله اوج مصرف یا ترافیک به کار می‌روند، که در آن عملگر BH ساعاتی را در نظر می‌گیرد که اوج مصرف مشاهده می‌شود، در حالی که عملگرهای AVGn بر روی بیشینه مصرف یا ترافیک یک هفته تقویمی خاص تمرکز دارند. میانگین n مقدار بزرگ‌تر در n روز مختلف (n بین ۱ تا ۷، بسته به کاربرد مورد نظر) به عنوان AVGn تعریف می‌شود.

۹ ارزیابی نمایه‌های عملکرد

۹-۱ تخمین پارامترهای عملکرد براساس سامانه‌های فراکاوی خدمت فعال

سامانه‌های فراکاوی خدمت انتها به انتها، اطلاعات ارزشمندی را در مورد خدمات و سامانه‌ها در اختیار می‌گذارkد که به تنهایی توسط عناصر شبکه قابل ارائه نمی‌باشند. سامانه‌های فراکاوی فعال برای تعیین دیدگاه QoS مشتری به کار می‌روند، یعنی QoS درک شده. پارامترهای عمومی که براساس سامانه‌های فراکاوی فعال محاسبه

1 - Monthly Average Working Day
2 - Busy Hour

می‌شوند عبارتند از: نسبت‌های عدم موفقیت، زمان‌های تحویل انتها به انتها و دسترسی پذیری برای تعدادی از خدمات مختلف.

یک مشخصه سامانه‌های فراکاوی فعال این است که برای استفاده تا حد ممکن کامل از تجهیزات، انجام آزمون‌ها کم و بیش به صورت یکسان در زمان توزیع می‌شوند. از این جنبه، آنها موفق به بازتاب دادن دیدگاه مشتری نمی‌شوند، زیرا به دلیل حجم ترافیک برای تقریباً تمامی خدمات در شب، تنزل در طول روز بسیار چشمگیرتر از پس از نیمه شب خواهد بود.

از یک دیدگاه آماری، سامانه‌های فراکاوی فعال انتها به انتها سعی در تخمین رفتار واقعی یک خدمت با اتخاذ تعداد معینی از نمونه‌ها دارند. بنابراین، نتایج اندازه‌گیری‌ها بهتر است به عنوان دیدگاه فعلی از یک خدمت مشخص تفسیر شود، و نیاز نیست لزوماً بیان‌گر تجربه مشتری باشند. بسته به تعداد نمونه‌های در نظر گرفته شده، ممکن است ارتباط بین نتایج اندازه‌گیری مشاهده شده و رفتار واقعی نامعین تغییر کند.

۹-۲ مفهوم‌های پایش کردن

برای اطمینان از آنکه مشکلات شبکه با سرعت هر چه بیشتر مشاهده و رفع می‌شوند، مفاهیم پایشی براساس نتایج سامانه‌های فراکاوی فعال، ابزارهای بسیار مهمی برای یک سامانه هشدار کارآمد به شمار می‌روند. این ابزارهای پایشی ممکن است براساس جداول واپایش یا سایر قوانین هشداردهی بنا شوند.

۹-۲-۱ جداول واپایش

جداول واپایش برمبنای این فرضیه بنا می‌شوند که آیا خدمت مورد نظر به درستی کار می‌کند و داده‌های جمع‌آوری شده از سامانه‌های فراکاوی فعال از یک توزیع پایدار با پارامترهای داده شده تبعیت می‌کنند یا خیر. از مشاهدات قبل، تعیین توزیع مربوطه مجاز بوده و پارامترهای لازم بهتر است تخمین زده شوند. حال جداول واپایشی براساس فرضیات آماری بنا می‌شوند، به گونه‌ای که در صورت رخ دادن مشکلات در شبکه (یعنی فرآیند «خارج از واپایش») یک هشدار ایجاد می‌شود. از سوی دیگر، بهتر است از هشدارهای اشتباه احراز شود و تا هنگامی که فرآیند «تحت واپایش» است، بهتر است هیچگونه هشداری رخ دهد.

جداول واپایشی معمولا نحوه پیشرفت یک مشخصه کیفیت مورد نظر را در زمان، مشابه یک نمودار خطی همانگونه که در شکل ۹-۱ نشان داده شده نمایش می‌دهند. علاوه بر آن، یک خط هدف و محدوده‌های هشدار و یا واپایش نیز به نمودار افزوده می‌شوند. خط هدف، نشان دهنده خطی است که مقادیر داده در اطراف آن مورد انتظار هستند. ممکن است حدود واپایش و هشدار برای تعیین تحقق‌هایی به کار رود که نشان می‌دهند که فرآیند «خارج از واپایش» است. انواع مختلف جداول واپایش برای انواع مختلف از داده‌ها ایجاد شده است.

۹-۲-۱-۱ جداول واپایشی شوهارت[1]

اگر داده‌ها نرمال بوده یا مقادیر میانگین در نظر گرفته شوند (با قسمت قضیه حد مرکزی مقایسه شود)، استفاده از نمودارهای شوهارت برای داده‌های نرمال مجاز است. در این حالت، داده کوتاه مدت جاری با مدل داده‌ای مفروض مقایسه خواهند شد که رفتار بلند مدت را نشان می‌دهند. براساس این مدل، تعریف شرایط معمول یا «عادی» امکان پذیر است. لازمه این امر، توجه به شرایط غیرعادی می‌باشد. جداول واپایشی شوهارت در قسمت-های مختلف صنعت بکار گرفته می‌شوند.

۹-۲-۱-۲ نمودارهای CUSUM و EWMA

می‌توان از دو رویکرد دیگر برای معرفی نوعی از وزن‌گذاری در جداول واپایشی استفاده کرد. رهیافت CUSMA از داده‌های حاصل جمع در طول زمان استفاده می‌کند و بنابراین رفتار را در گستره زمانی طولانی‌تری نشان می‌دهد. یک رهیافت اندکی متفاوت‌تر، بوسیله جداول «میانگین متحرک با وزن نمایی» ارائه می‌شود که در آن داده‌های قدیمی‌تر، دارای تاثیر کمتری نسبت به داده‌های جدیدتر می‌باشند.

۹-۲-۲ سایر قوانین هشداردهی

علاوه بر آن اگر یک وضعیت بحرانی رخ داده باشد، انحراف مدل داده بلند مدت و داده‌های پایشی کوتاه مدت بهتر است منجر به فعالیت‌های پی در پی شود. این رابطه تحت عنوان «قوانین هشداردهی» تعریف می‌شود. مثالی از قوانین هشداردهی، مجموعه قوانین Western Electric می‌باشند.

۹-۳ روشهای ارزیابی اهداف

عموماً اهداف برمبنای مقادیر هدف برای پارامترهای دارای اهمیت فرمول‌بندی می‌شوند. بنابراین ارزیابی اهداف می‌تواند به معنای بررسی این امر باشد که تا چه حد دستیابی به این اهداف در یک بازه مشخصی از زمان صورت گرفته است (مثلا ماه یا سال کاری). اگر تنها یک پارامتر مهم وجود داشته باشد، این کار چندان سخت نخواهد بود. با این وجود اگر تعدادی از پارامترهای از پیش تعریف شده بهتر است در یک اندازه کلی ترکیب شده و به علاوه گروه‌های مختلفی (یعنی شاخه‌ها یا سازمان‌ها) قرار است براساس عملکرد خود مقایسه شوند، مسئله اصلی در ارزیابی، تعریف یک مقیاس اندازه‌گیری مشترک برای کلیه پارامترها خواهد بود. این امر ترکیب تا یک نمایه ارزیابی کلی از یک نوع دلخواه را ممکن می‌سازد به همین جهت مقایسه گروه‌ها تسهیل خواهد شد.

در ادامه، دو روش برای ارزیابی اهداف معرفی می‌شوند که رویکرد مطلوب بودن[2] و رویکرد تابع اتلاف[3] نامیده می‌شوند. هر دو رویکرد مبتنی بر تعریف مقادیر هدف و تعیین حدود برای پارامترها خواهند بود. در این مبحث، مقادیر پارامترها به صورت y_i، $i = 1, \dots, P$ تعریف می‌شوند و مقادیر هدف به صورت τ_i، $i = 1, \dots, p$ خواهند بود. محدودیت‌های مشخصات به صورت محدودیت‌های بالا و پایین و به صورت USL_i و LSL_i برای هر پارامتر

---

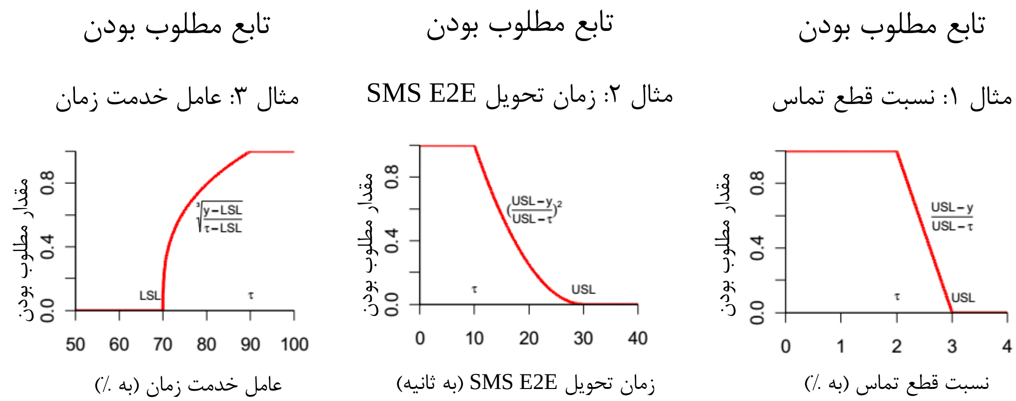
1 - Shewhart control charts
2 - Desirability approach
3 - Loss function approach

تعریف شده مورد نظر $i = 1, \dots, P$ خواهند بود. (همچنین منطقی به نظر می‌رسد که در صورتی که هدف بجای مقدار عددی به صورت یک بازه باشد، مقادیر هدف بالا و پایین نیز در نظر گرفته شود).

۹-۳-۱ توابع مطلوب بودن

توابع مطلوب بودن از یک تبدیل مقادیر y_i به بازه [0,1] برمبنای الزامات سامانه با تعریف یک تابع تبدیل برمبنای مقادیر هدف و حدود مشخصات استفاده می‌کنند. توابع مطلوب بودن توابع قطعه به قطعه تعریف شده خطی پیوسته می‌باشند که در آنها مقادیر مطلوب بودن صفر به مقادیر پارامتر y_i خارج از محدوده مشخصات واگذار می‌شوند، تحققها در هدف، مقادیر یک دریافت می‌کنند و خروجی‌های بین هدف و حدود مشخصات توسط یک ارتباط خطی یا یک تبدیل توانی نسبت داده می‌شوند.

اصول مطلوب بودن به بهترین شکل با ارائه یک مثال در خصوص توابع مطلوبیت در شکل ۱-۹ توصیف می‌شود.



شکل ۱-۹ مثالهایی از توابع مطلوب بودن مختلف

۹-۳-۲ توابع اتلاف

در تضاد با حالت قبل، توابع اتلاف یک مقدار پارامتر محقق شده را در قالب هزینه‌هایی نشان می‌دهند که به دلیل انحراف از هدف یا تحققی خارج از حدود مشخصات ایجاد می‌شود. بنابراین مقادیر بین گستره [0،∞) بدست خواهند آمد. مهمترین مسئله برای تعیین توابع اتلاف، واگذاری هزینه‌های ایجاد شده می‌باشد. اگر خدمات کاملا قابل استفاده نباشند، اتلاف درآمدها ممکن است به سادگی تعیین شود، اما کمی‌سازی اتلاف تصاویر و هزینه‌های متناظر ممکن است کار سخت‌تری باشد.

برای هر پارامتر مورد نظر، اتلاف هر مقدار y_i به صورت $L\,(y_i) = c(y_i - \tau_i)^2$ یا $L = (y_i) = c\min((y_i - USL_i)^2،(y_i - LSL_i)^2)$ تعیین می‌شود که $C \epsilon IR$، هزینه را کمی‌سازی می‌کند. در اصل، اگر توابع اتلاف مورد بحث باشند، مقادیر توزیع شده به صورت نرمال مورد نظر هستند. به طور کلی، ناحیه‌ای که توسط دنباله‌های بالا و پایین توزیع نرمال (یا گوسی) پوشش می‌یابد مورد توجه است. این شاخه‌ها،

سطوح مشخصات تضمین شده سطوح مشخصات بالاتر (USL)[1] برای دنباله بالایی، و سطوح مشخصات پایین‌تر (LSL)[2] برای دنباله پایینی را نقض می‌کنند. نظریه مورد بحث، قوانینی را برای نحوه تنظیم حدود و چگونگی برخورد با حالت‌های اریب مشخص می‌کند. یک حوزه تحقیق مفید بیشتر در این ناحیه، «رویکرد شش سیگما» است که در صنعت بسیار پرکاربرد می‌باشد.

1 - Upper Specification Level
2 - Lower Specification Level

پیوست الف
(آگاهی دهنده)
مثالهایی از محاسبات آماری

در ادامه، مثالهایی محاسباتی برای مباحث مختلف ارائه شده بیان خواهد شد. کلیه محاسبات گام به گام و با استفاده از ابزارهای نرم افزاری آماری انجام خواهند شد. نرم افزاری که بیشتر در این خصوص مورد استفاده قرار می‌گرد، زبان و محیط منبع باز[۱] R براساس زبان S است که در حوزه‌های آماری کاربرد بسیار گسترده‌ای دارد. برای اطلاعات بیشتر و دانلود به وبگاه http://www.r-project.org رجوع شود.

R قسمتی از یک نرم افزار توزیع شده رایگان است که نصب ساده‌ای داشته و معمولا در پنج دقیقه نصب می‌شود. برای کاربردهای بیشتر و روش‌های آماری پیچیده‌تر، توابع کتابخانه‌ای از وب سایت قابل دسترسی می‌باشند. برای ایجاد گرافیک و گام‌های اول در برنامه نویسی به [VEN] رجوع شود (به کتاب‌شناسی رجوع شود). برای نتایج قابل اطمینان، استفاده از R اکیداً توصیه می‌شود.

به دلیل اینکه Excel[۲] یک نرم‌افزار استاندارد مورد استفاده در محاسبات است، بعضی فرمان‌ها برای کاربران Excel نیز ارائه شده است. با این وجود، بهتر است ذکر شود که Excel دارای تعاریف یکپارچه‌ای برای محاسبات عبارات و عملگرهایی مانند چندک‌ها نمی‌باشد. بیشتر توابع ریاضیاتی براساس آزمون‌های مطلوب مشخصی تعریف شده‌اند. به همین علت بهتر است به کاربر هشدار داده شود که از هر کدام از رویه‌های ریاضی Excel، بدون درک عمیق‌تر تفاوت‌های قابلیت کارکردی بین این رویه‌ها استفاده کند.

الف-۱ بازه‌های اطمینان برای توزیع دو جمله ای

این مثال نحوه استفاده از فرمول پیرسن-کلاپر را شفاف‌سازی می‌کند که مربوط به توزیع دو جمله‌ای است و ممکن است برای اندازه‌گیریهایی با داده‌های اندازه‌گیری کوچک استفاده شود.

مثال: در طی یک ساعت آزمون دستی خدمت X، دسترسی به خدمت منجر به نتایج زیر شده است. (**صفر بیان‌گر تلاش غیرموفق و یک بیان‌گر تلاش موفق است**).

0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	شماره 1-10
1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	شماره 11-20
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	شماره 21-30
1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	شماره 31-40

1 - Open source

۲ - یکی از بسته‌های نرم‌افزاری شرکت مایکروسافت می‌باشد

در $n = 40$ تلاش، $m = 29$ مورد از آن موفق بوده است و $p = \frac{m}{n} = \frac{29}{40} = 0.725$

الف-۱-۱ محاسبات گام به گام

از آنجا که نتایج یک خروجی دودویی را نشان می‌دهند، به هر صورت می‌توان از توزیع دو جمله‌ای استفاده کرد.
در ابتدا لازم است که از طریق رابطه زیر، امکان توزیع نرمال بررسی شود که مدیریت آن ساده‌تر است:

$$np(1-p) = 7.975 < 9$$

بنابراین بهتر است از توزیع نرمال استفاده کرد. به علاوه، محاسبات زیر مستقیما براساس توزیع دو جمله‌ای خواهند بود.

اگر سطح اطمینان مورد نیاز به صورت $1 - \alpha = 0.95$ تعریف شده باشد، مقدار α نتیجه شده به صورت $\alpha = 0.05$ می‌باشد. بر این اساس، فرمول پیرسن-کلاپر به صورت خواهد شد:

$$p_1 = \frac{mF_{2m,2(n-m+1);\frac{\alpha}{2}}}{n-m+1+mF_{2m,2(n-m+1);\frac{\alpha}{2}}} = \frac{29F_{58,24;0.025}}{12+29F_{58,24;0.025}}$$

$$p_2 = \frac{(m+1)F_{2(m+1),2(n-m);1-\frac{\alpha}{2}}}{n-m+1+(m+1)F_{2(m+1),2(n-m);1-\frac{\alpha}{2}}} = \frac{30F_{60,22;0.975}}{11+30F_{60,22;0.975}}$$

سرانجام بهتر است چهار گام برای دستیابی به بازه اطمینان مناسب اجرا شود:

۱- جستجو، اگر مقادیر چندک مورد نیاز توزیع F در جدول وجود دارند.

۲- اگر چندکها در جدول وجود ندارند، از رابطه $F_{n_1,n_2,1-\gamma} = \frac{1}{F_{n_2,n_1,\gamma}}$ برای دستیابی به اطلاعات مورد نیاز استفاده شود.

۳- اگر هر دو روش فوق موفق نباشند، از تقریب $F_{n_1,n_2} \cong \exp(ua-b)$ برای γ در گستره $0.5<\gamma<1$ استفاده شود.

۴- بازه اطمینان با استفاده از مقادیر چندک‌ها تعیین شود.

حال چندکهای $F_{58,24;0.025}$ و $F_{60,22;0.975}$ بهتر است پیش از محاسبه مقادیر پیرسن-کلاپر بازیابی شوند.

۱- جستجوی برخی از چندکهای جدول بندی شده، می‌تواند منجر به نتیجه زیر شود:

$$F_{60,22;0.975} = 2.145$$

اگر چندک $F_{58,24;0.025}$ در جدول یافته نشود، گامهای زیر ممکن است موثر باشد.

۲- اگر $F_{58,24;0.025}$ در جدول نباشد، شاید چندک

$$F_{24،58،0.975} = \frac{1}{F_{58،24، 0.025}}$$

موجود باشد. اگر این گونه نباشد، یک تقریب از آن با مقدار چندک همسایه به صورت زیر است:

$$F_{24،68،0.975} = \frac{1}{F_{60،24، 0.025}} = 1.882$$

$$\Longrightarrow F_{60،24،0.025} = \frac{1}{F_{24،60،0.975}} = 0.5313$$

۳- از آنجا که متغیر چندک $\gamma = 0.975$ در گستره $0.5 < \gamma < 1$ قرار می‌گیرد، تقریب:

$$F_{n_1،n_2;\gamma} \cong \exp(ua - b)$$

می‌تواند انجام شود. بنابراین، گام‌های محاسباتی زیر بهتر است برای تعیین $F_{24،58،0.975}$ به شیوه دقیق‌تری انجام شوند:

- ابتدا پارامتر d محاسبه می‌شود:

$$d = \frac{1}{n_1 - 1} + \frac{1}{n_2 - 1} = \frac{1}{24 - 1} + \frac{1}{58 - 1} \cong 0.06102$$

- پیش از محاسبه $C = \frac{(u_\gamma)^2 - 3}{6}$، چندک 0.975 توزیع نرمال $N(0,1)$ بهتر است از جدول بازیابی شود:

$$\gamma = 0.975 \Longrightarrow u_{0.975} = 1.96$$

بنابراین c به صورت زیر خواهد شد:

$$C = \frac{(1.96)^2 - 3}{6} = 0.1402\bar{6}$$

- در نتیجه، b به صورت زیر خواهد بود:

$$b = 2\left(\frac{1}{n_1 - 1} + \frac{1}{n_2 - 1}\right)\left(c + \frac{5}{6} - \frac{d}{3}\right)$$
$$= 2\left(\frac{1}{24 - 1} - \frac{1}{58 - 1}\right)\left(0.14026 + \frac{5}{6} - \frac{0.06102}{3}\right) = 0.04944$$

- با این نتایج، a به صورت زیر می‌شود:

$$a = \sqrt{2d + cd^2} = \sqrt{2 \times 0.06102 + 0.14026 \times 0.06102 = 0.35}$$

- در نهایت تقریب چندک به صورت زیر است:

$$F_{58،24;0.975} \cong \exp(1.96 \times 0.35 - 0.04444) = 1.8899$$

مقدار چندک جستجو شده اصلی $F_{58،24،0.025} = \frac{1}{F_{24،58;0.975}}$ منجر خواهند شد به:

$$F_{58،24;0.025} = \frac{1}{1.8899} = 0.5291$$

۴) پس از آنکه چندکهای توزیع F تعیین شدند، در گام آخر مقادیر پیرسن-کلاپر قابل تعیین می‌باشند:

$$p_1 = \frac{mF_{2m,2(n-m+1);\frac{\alpha}{2}}}{n - m + 1 + mF_{2m,2(n-m+1);\frac{\alpha}{2}}} = \frac{29F_{58,24;0.025}}{12 + 29F_{58,24;0.025}} = 0.5611$$

$$p_2 = \frac{(m+1)F_{2(m+1),2(n-m);1-\frac{\alpha}{2}}}{n - m + 1 + (m+1)F_{2(m+1),2(n-m);1-\frac{\alpha}{2}}} = \frac{30F_{60,22;0.975}}{11 + 30F_{60,22;0.975}} = 0.854$$

با این مقادیر، بازه اطمینان برای اندازه‌گیری داده شده به صورت زیر خواهد بود:

$$[p_1; p_2] = [0.5611; 0.854]$$

الف-۱-۲ محاسبه با استفاده از نرم افزار آماری

محاسبات مختلفی با R قابل انجام است. برای سادگی استفاده کاربر، عبارات مربوط در قسمت بعدی معرفی خواهد شد.

الف-۱-۲-۱ محاسبات در R

ممکن است چندکهای مورد نیاز توزیع F در R محاسبه شوند. در اینجا از هیچ تقریبی استفاده نمی‌شود. دستورات (که با «>» نمادگذاری شده‌اند) و نتایج (که با «[1..]» نمادگذاری شده‌اند) به صورت زیر هستند:

```
> qf(0.025، 24، 58)
[1] 0.4797205
> qf(0.975، 60، 22)
[1] 2.144594
```

همچنین می‌توان یک تابع را برای محاسبه مستقیم بازه اطمینان پیرسن-کلاپر تعریف کرد. این تابع از متغیرهای ورودی زیر استفاده می‌کند:

- n : تعداد آزمایش‌ها (انبوهشی)
- m : تعداد آزمایش‌های مورد نظر موفق (ناموفق)، چه موفق‌ها و چه ناموفق‌ها.
- alpha: سطح اطمینان مطلوب (پیش فرض ۵٪، 1-alpha=95%، که معادل با alpha=5% و یا ۰/۰۵ است)

خروجی شامل:

- تخمین‌گر: مقدار تخمین زده شده بر اساس پارامتر نرخ
- بازه اطمینان برای تخمین‌گر (حد بالا و پایین)

تابع به صورت زیر است:

```
pearson.clopper <- function(n, m, alpha = 0.05) {
# computation of F-quantiles
f1 <- qf(alpha/2,2*m,2*(n-m+1))
f2 <- qf(1-alpha/2,2*(m+1),2*(n-m))
# computation of confidence limits p1 <- m * f1/(n-m+1+m*f1)
p2 <- (m+1)*f2/(n-m+(m+1)*f2)
out <- list(estimator = m/n, confidence.interval = c(p1, p2))
return(out)
```

تابع با فراخوانی آن با شناسه‌های[1] مورد نیاز اعمال می‌شود. نتیجه مربوط به مثال فوق به صورت زیر است:

```
> pearson.clopper(40, 29)
```

1 - Argument

```
$estimator
[1] 0.725

$confidence.interval
[1] 0.5611171 0.8539910
```

الف-۱-۲-۲ محاسبات در محیط Excel

در محیط Excel، چندکهای توزیع F با استفاده از تابع‌های زیر بدست می آید:

FINV (p-value;df$_1$;df$_2$)

هنگام استفاده از Excel، فهم این که یک عبارت چه کاری را انجام می‌دهد بسیار مهم است. به عنوان مثال، محاسبه FINV به پارامتر مقدار p (*p*-value) بستگی دارد که با پارامتر «alpha» در قسمت R یکسان نیست!

الف-۲ گذار از توزیع دو جمله‌ای به توزیع نرمال

برای استفاده از گذار توزیع دو جمله‌ای به توزیع نرمال، شرط:

$$npq = np(1-p) \geq 9$$

بهتر است برقرار باشد.

مثال ۱: اگر n = 30 نمونه جمع آوری شده که منجر به نرخ تخمین $P = 0.8$ شود، شرط به صورت زیر است:

$$\boldsymbol{npq = np(1-p) = 30 \times 0.8 \times 0.2 = 4.8 < 9}$$

که به معنای آن است که تقریب مجاز نیست و بازه‌های اطمینان بهتر است با فرمول پیرسن-کلاپر محاسبه شوند.

مثال ۲: حال، نرخ مشابه $p = 0.8$ بر اساس $n = 300$ نمونه تخمین زده می‌شود. بر این اساس:

$$\boldsymbol{npq = np(1-p) = 300 \times 0.8 \times 0.2 = 48 > 9}$$

در این حالت، تقریب توزیع دو جمله ای با یک توزیع نرمال مجاز است. بازه اطمینان بر اساس روابط توزیع نرمال قابل محاسبه است.

الف-۳ تعاریف EG 201 796

قسمت بعدی، تعریف دیگری برای بازه‌های اطمینان را برای توزیع نرمال بیان می‌کند که در EG 201 796 –1 [1] آمده است:

- ارتباط بین دقت تخمین‌گر نرخ تماس ناموفق و تعداد تماس‌ها بهتر است لحاظ شود.

اگر k تماس ناموفق در N تماس مشاهده شود، آنگاه مقدار صحیح نرخ تماس ناموفق بین $\frac{k}{n} - \Delta$ و $\frac{k}{n} + \Delta$ با بازه اطمینان $1 - \alpha$ قرار می‌گیرد که در آن Δ (برای مقادیر بزرگ N) به صورت زیر تقریب زده می‌شود:

$$\Delta \approx \sigma(\alpha) \times \sqrt{\frac{p \times (1-p)}{N}}$$

که در آن p نرخ تماس ناموفق مورد انتظار و $\sigma(\alpha)$ معادل $100 \times \left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$ چندک توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار یک ($N(0,1)$) است. به عبارت دیگر، تعداد تماس‌هایی که بهتر است مشاهده شود باید به صورت زیر باشد:

$$N = \frac{\sigma(\alpha)^2 \times p(1-p)}{\Delta^2}$$

- اگر بازه اطمینان $1-\alpha = 0.95$ باشد، آنگاه $\sigma(\alpha) = 1.96 \cong 2$.
- اگر دقت مورد نیاز برای $\mathrm{p} \leq 0.01$ معادل $\Delta = 0.001$ باشد، آنگاه تعداد تماس‌های مشاهده شده برای بازه اطمینان ٪۹۵ بهتر است $\mathrm{N} = 4 \times 10^6 \times \mathrm{p}(1-\mathrm{p})$ باشد.
- اگر دقت مورد نیاز برای $p > 0.01$ معادل $\frac{\Delta}{p} = 0.1$ باشد، آنگاه تعداد تماس‌های مشاهده شده برای بازه اطمینان ٪۹۵ باید به صورت $\mathrm{N} = 400 \times (1-\mathrm{p})/p$ باشد.
- به عنوان مثال اگر نسبت تماس ناموفق مورد انتظار ٪۱ باشد، تعداد کل تماسـهای قابـل مشـاهده بـرای دقت $\Delta = 0.001$ و بازه اطمینان ٪۹۵ بهتر است به صورت زیر باشد:

$$\mathrm{N} = 4 \times 10^6 \times 0.01\ (1-0.01) = 39600$$

- اگر نسبت خطای ناموفق مورد انتظار ٪۳ باشد، تعداد کل تماسها برای دقـت $\frac{\Delta}{P} = 0.1$ و بـازه اطمینـان ٪۹۵ بهتر است به صورت زیر باشد:

$$\mathrm{N} = 400 \times (1-0.03)/0.03 = 13000$$

الف-۴ محاسبه بازه‌های اطمینان

در این قسمت اطلاعات بیشتری در خصوص محاسبه بازه‌های اطمینان ارائه می‌شود. به دلیل اینکه این امکان وجود دارد که اعداد کوچک نیز رخ بدهند (به عنوان مثال هنگام فراکاوی خدمت به صورت دستی)، محاسبه بازه‌های اطمینان براساس روابط بدست آمده از پیرسن-کلاپر خواهد بود.

ساختار این قسمت به صورت زیر است:

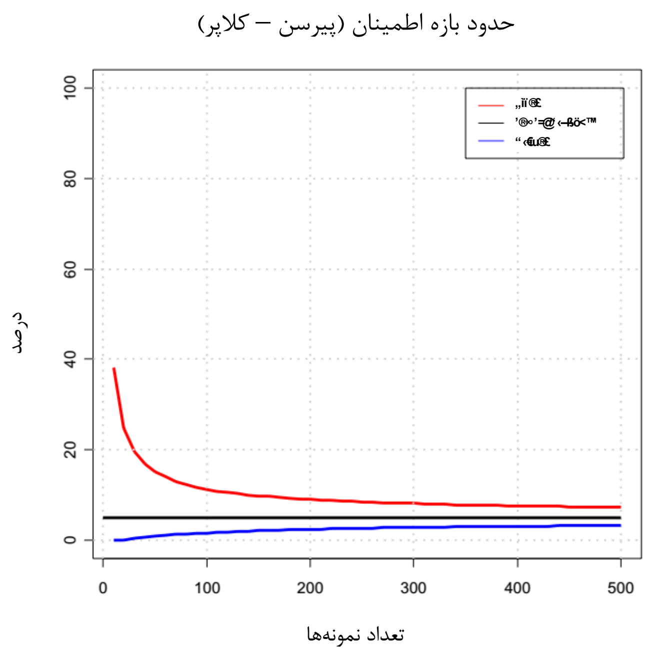
- با شروع از برخی موارد دیدارسازی شده استفاده از فرمول پیرسن-کلاپر، تصویری از ارتباط میان مقـدار نرخ تخمین زده شده و بازه اطمینان مربوطه داده خواهد شد.

الف-۴-۱ نرخ تخمین زده شده ٪۵

بازه‌های اطمینان با افزایش تعداد نمونه‌های موجود، کوچک‌تر می‌شوند. هر چه داده‌های موجود کمتر باشد، عدم قطعیت افزایش خواهد یافت. اثر دیگری که توسط رویکرد پیرسن-کلاپر پوشش داده می‌شود، رفتار اریب حدود بالا و پایین بازه‌های اطمینان می‌باشد. علاوه بر آن، این عدم تقارن به مقادیر نرخ تخمین زده شده بستگی دارد (به نمودارهای زیر رجوع شود).

برخی نکات ممکن است در این راستا مفید باشند:

- می‌توان بازه اطمینان را برای نمونه‌هایی با اندازه نسبتاً کوچک محاسبه کرد.
- دست بالا گرفتن به گونه‌ای که با اعمال توزیع نرمال (گوسی) پدیدار می‌شود، قابل تشخیص نخواهد بود.
- اگر یک مقدار نرخ برابر صفر درصد باشد، این عدد همچنین حد پایین بازه اطمینان می‌باشد. محاسبه چندکهای توزیع F در این حالت امکان پذیر نیست.
- اگر یک مقدار نرخ برابر ٪۱۰۰ باشد، این عدد همچنین حد بالای بازه اطمینان بوده و محاسبه چندکهای توزیع F در این حالت نیز امکان پذیر نخواهد بود.

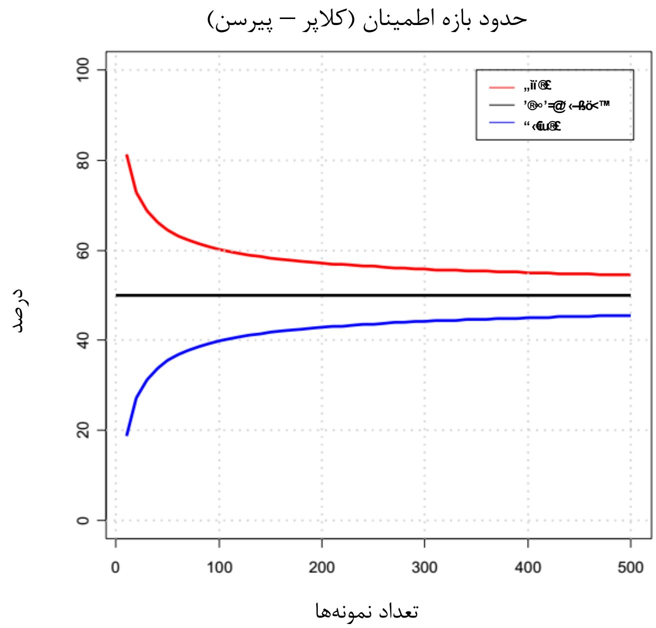


شکل الف ۱- بازه اطمینان برای نرخ تخمین زده شده ٪۵

منحنی‌های حدی نمایش داده شده را می‌توان در ستون‌های جداول زیر پیدا کرد (نرخ تخمین زده شده ثابت است و تعداد اندازه‌گیری‌ها متغیر می‌باشد).

الف-۴-۲ نرخ تخمین زده شده ٪۵۰

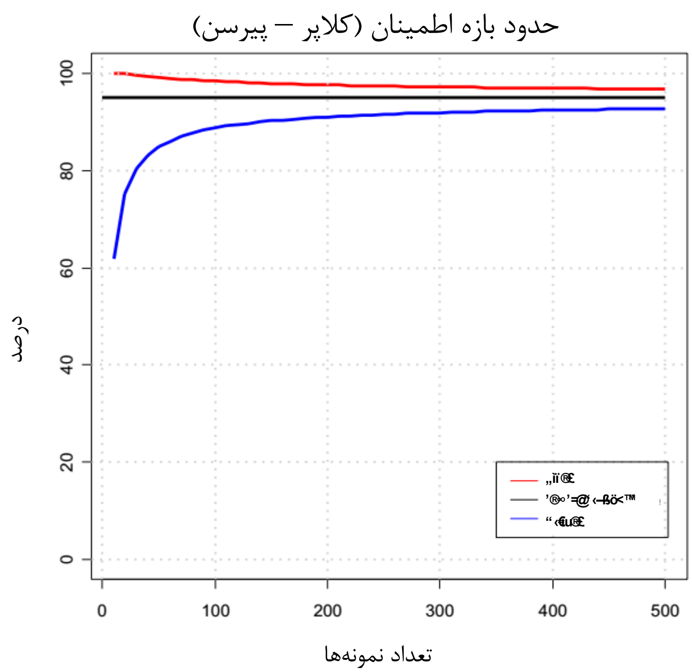
در شکل الف ۲، بازه اطمینان برای یک نرخ تخمین زده شده ٪۵۰ رسم شده است. در این حالت بازه اطمینان دارای رفتار متقارن خواهد بود.



شکل الف ۲- بازه اطمینان برای نرخ تخمین زده شده ٪۵۰

الف-۴-۳ نرخ تخمین زده شده ٪۹۵

شکل الف ۳، شرایط مطابق با یک نرخ ٪۹۵ را نشان می‌دهد. این نمودار با نمودار نرخ ٪۵ قابل مقایسه می‌باشد.



شکل الف ۳- بازه اطمینان برای نرخ تخمین زده شده ٪۹۵

الف-۴-۴ حد پایین بازه‌های اطمینان با توجه به فرمول پیرسن کلاپر

جدول الف ۱، حاوی مقادیری است که حد پایین بازه اطمینان را معین می‌کنند. حد پایین به تعداد نمونه‌های موجود و مقدار نرخ بستگی دارد. در شکل‌های الف ۱ تا الف ۳، می‌توان این اطلاعات را از خطوط آبی رنگ به دست آورد.

جدول الف ۱

																				نرخ	
100 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	65 %	60 %	55 %	50 %	45 %	40 %	35 %	30 %	25 %	20 %	15 %	10 %	5 %	1 %	**NrMeas**
95,15 %	88,48 %	82,24 %	76,37 %	70,74 %	65,29 %	60,02 %	54,82 %	49,72 %	44,70 %	39,80 %	35,00 %	30,33 %	25,73 %	21,24 %	16,88 %	12,67 %	8,65 %	4,90 %	1,64 %	0,03 %	**100**
97,53 %	90,91 %	84,93 %	79,25 %	73,75 %	68,38 %	63,14 %	57,95 %	52,85 %	47,82 %	42,86 %	37,96 %	33,15 %	28,41 %	23,74 %	19,16 %	14,69 %	10,35 %	6,22 %	2,42 %	0,12 %	**200**
98,34 %	91,84 %	86,01 %	80,43 %	75,00 %	69,69 %	64,46 %	59,31 %	54,21 %	49,17 %	44,19 %	39,28 %	34,41 %	29,61 %	24,87 %	20,20 %	15,62 %	11,16 %	6,85 %	2,83 %	0,21 %	**300**
98,75 %	92,35 %	86,61 %	81,11 %	75,73 %	70,45 %	65,25 %	60,10 %	55,01 %	49,98 %	44,99 %	40,05 %	35,16 %	30,33 %	25,55 %	20,83 %	16,19 %	11,65 %	7,24 %	3,08 %	0,27 %	**400**
99,00 %	92,69 %	87,02 %	81,55 %	76,21 %	70,96 %	65,77 %	60,64 %	55,56 %	50,52 %	45,53 %	40,58 %	35,67 %	30,82 %	26,01 %	21,26 %	16,58 %	11,98 %	7,51 %	3,26 %	0,33 %	**500**
99,17 %	92,92 %	87,31 %	81,88 %	76,57 %	71,33 %	66,15 %	61,03 %	55,96 %	50,92 %	45,92 %	40,97 %	36,05 %	31,18 %	26,36 %	21,58 %	16,87 %	12,24 %	7,72 %	3,40 %	0,37 %	**600**
99,29 %	93,10 %	87,53 %	82,13 %	76,84 %	71,62 %	66,45 %	61,34 %	56,26 %	51,23 %	46,23 %	41,27 %	36,35 %	31,46 %	26,62 %	21,83 %	17,10 %	12,44 %	7,88 %	3,51 %	0,40 %	**700**
99,37 %	93,24 %	87,70 %	82,33 %	77,05 %	71,85 %	66,69 %	61,58 %	56,51 %	51,48 %	46,48 %	41,51 %	36,58 %	31,69 %	26,84 %	22,03 %	17,28 %	12,60 %	8,01 %	3,60 %	0,43 %	**800**
99,44 %	93,36 %	87,85 %	82,49 %	77,23 %	72,03 %	66,89 %	61,78 %	56,72 %	51,68 %	46,68 %	41,71 %	36,78 %	31,88 %	27,02 %	22,20 %	17,43 %	12,73 %	8,12 %	3,67 %	0,46 %	**900**
99,50 %	93,45 %	87,97 %	82,63 %	77,38 %	72,19 %	67,05 %	61,95 %	56,89 %	51,85 %	46,85 %	41,88 %	36,95 %	32,04 %	27,17 %	22,34 %	17,56 %	12,84 %	8,21 %	3,73 %	0,48 %	**1000**
99,54 %	93,54 %	88,07 %	82,75 %	77,51 %	72,33 %	67,19 %	62,10 %	57,04 %	52,00 %	47,00 %	42,03 %	37,09 %	32,18 %	27,30 %	22,47 %	17,67 %	12,94 %	8,29 %	3,79 %	0,50 %	**1100**
99,58 %	93,61 %	88,16 %	82,85 %	77,62 %	72,45 %	67,32 %	62,23 %	57,16 %	52,13 %	47,13 %	42,16 %	37,21 %	32,30 %	27,42 %	22,57 %	17,77 %	13,03 %	8,36 %	3,84 %	0,52 %	**1200**
99,61 %	93,67 %	88,24 %	82,94 %	77,72 %	72,55 %	67,43 %	62,34 %	57,28 %	52,25 %	47,25 %	42,27 %	37,32 %	32,40 %	27,52 %	22,67 %	17,86 %	13,10 %	8,42 %	3,88 %	0,53 %	**1300**
99,64 %	93,72 %	88,31 %	83,02 %	77,81 %	72,64 %	67,52 %	62,44 %	57,38 %	52,35 %	47,35 %	42,37 %	37,42 %	32,50 %	27,61 %	22,75 %	17,93 %	13,17 %	8,48 %	3,92 %	0,55 %	**1400**
99,67 %	93,77 %	88,37 %	83,09 %	77,88 %	72,73 %	67,61 %	62,53 %	57,47 %	52,44 %	47,44 %	42,46 %	37,51 %	32,58 %	27,69 %	22,83 %	18,00 %	13,23 %	8,53 %	3,95 %	0,56 %	**1500**
99,69 %	93,81 %	88,42 %	83,15 %	77,95 %	72,80 %	67,69 %	62,61 %	57,55 %	52,52 %	47,52 %	42,54 %	37,59 %	32,66 %	27,76 %	22,89 %	18,07 %	13,28 %	8,57 %	3,98 %	0,57 %	**1600**
99,71 %	93,85 %	88,47 %	83,21 %	78,02 %	72,87 %	67,76 %	62,68 %	57,63 %	52,60 %	47,60 %	42,62 %	37,66 %	32,73 %	27,83 %	22,96 %	18,12 %	13,33 %	8,61 %	4,01 %	0,58 %	**1700**
99,72 %	93,89 %	88,52 %	83,26 %	78,08 %	72,93 %	67,82 %	62,75 %	57,69 %	52,67 %	47,66 %	42,68 %	37,73 %	32,79 %	27,89 %	23,01 %	18,17 %	13,38 %	8,65 %	4,04 %	0,59 %	**1800**
99,74 %	93,92 %	88,56 %	83,31 %	78,13 %	72,99 %	67,88 %	62,81 %	57,76 %	52,73 %	47,73 %	42,75 %	37,79 %	32,85 %	27,95 %	23,07 %	18,22 %	13,42 %	8,69 %	4,06 %	0,60 %	**1900**
99,75 %	93,95 %	88,60 %	83,36 %	78,18 %	73,04 %	67,94 %	62,86 %	57,81 %	52,79 %	47,78 %	42,80 %	37,84 %	32,91 %	28,00 %	23,12 %	18,27 %	13,46 %	8,72 %	4,09 %	0,61 %	**2000**
99,76 %	93,98 %	88,64 %	83,40 %	78,22 %	73,09 %	67,99 %	62,92 %	57,87 %	52,84 %	47,84 %	42,86 %	37,90 %	32,96 %	28,05 %	23,16 %	18,31 %	13,50 %	8,75 %	4,11 %	0,62 %	**2100**
99,77 %	94,00 %	88,67 %	83,44 %	78,27 %	73,13 %	68,04 %	62,97 %	57,92 %	52,89 %	47,89 %	42,91 %	37,94 %	33,01 %	28,09 %	23,20 %	18,35 %	13,53 %	8,78 %	4,13 %	0,63 %	**2200**
99,78 %	94,03 %	88,70 %	83,47 %	78,31 %	73,18 %	68,08 %	63,01 %	57,96 %	52,94 %	47,94 %	42,95 %	37,99 %	33,05 %	28,13 %	23,24 %	18,38 %	13,56 %	8,80 %	4,15 %	0,63 %	**2300**
99,79 %	94,05 %	88,73 %	83,51 %	78,34 %	73,22 %	68,12 %	63,05 %	58,01 %	52,98 %	47,98 %	43,00 %	38,03 %	33,09 %	28,17 %	23,28 %	18,42 %	13,59 %	8,83 %	4,16 %	0,64 %	**2400**
99,80 %	94,07 %	88,76 %	83,54 %	78,38 %	73,25 %	68,16 %	63,09 %	58,05 %	53,02 %	48,02 %	43,04 %	38,07 %	33,13 %	28,21 %	23,31 %	18,45 %	13,62 %	8,85 %	4,18 %	0,65 %	**2500**
99,81 %	94,09 %	88,78 %	83,57 %	78,41 %	73,29 %	68,20 %	63,13 %	58,09 %	53,06 %	48,06 %	43,07 %	38,11 %	33,16 %	28,24 %	23,35 %	18,48 %	13,65 %	8,87 %	4,19 %	0,65 %	**2600**
99,81 %	94,11 %	88,81 %	83,60 %	78,44 %	73,32 %	68,23 %	63,17 %	58,12 %	53,10 %	48,10 %	43,11 %	38,15 %	33,20 %	28,28 %	23,38 %	18,51 %	13,67 %	8,89 %	4,21 %	0,66 %	**2700**
99,82 %	94,13 %	88,83 %	83,62 %	78,47 %	73,35 %	68,26 %	63,20 %	58,16 %	53,13 %	48,13 %	43,15 %	38,18 %	33,23 %	28,31 %	23,41 %	18,53 %	13,70 %	8,91 %	4,22 %	0,67 %	**2800**
99,83 %	94,14 %	88,85 %	83,65 %	78,50 %	73,38 %	68,29 %	63,23 %	58,19 %	53,17 %	48,16 %	43,18 %	38,21 %	33,26 %	28,34 %	23,43 %	18,56 %	13,72 %	8,93 %	4,24 %	0,67 %	**2900**
99,83 %	94,16 %	88,87 %	83,67 %	78,52 %	73,41 %	68,32 %	63,26 %	58,22 %	53,20 %	48,19 %	43,21 %	38,24 %	33,29 %	28,36 %	23,46 %	18,58 %	13,74 %	8,95 %	4,25 %	0,68 %	**3000**
99,84 %	94,17 %	88,89 %	83,69 %	78,55 %	73,44 %	68,35 %	63,29 %	58,25 %	53,23 %	48,22 %	43,24 %	38,27 %	33,32 %	28,39 %	23,48 %	18,60 %	13,76 %	8,97 %	4,26 %	0,68 %	**3100**
99,84 %	94,19 %	88,91 %	83,71 %	78,57 %	73,46 %	68,38 %	63,32 %	58,28 %	53,26 %	48,25 %	43,27 %	38,30 %	33,35 %	28,42 %	23,51 %	18,63 %	13,78 %	8,98 %	4,27 %	0,68 %	**3200**
99,85 %	94,20 %	88,92 %	83,74 %	78,59 %	73,49 %	68,40 %	63,34 %	58,31 %	53,28 %	48,28 %	43,29 %	38,32 %	33,37 %	28,44 %	23,53 %	18,65 %	13,80 %	9,00 %	4,28 %	0,69 %	**3300**
99,85 %	94,21 %	88,94 %	83,75 %	78,61 %	73,51 %	68,43 %	63,37 %	58,33 %	53,31 %	48,31 %	43,32 %	38,35 %	33,40 %	28,46 %	23,55 %	18,67 %	13,82 %	9,01 %	4,29 %	0,69 %	**3400**
99,86 %	94,22 %	88,96 %	83,77 %	78,64 %	73,53 %	68,45 %	63,39 %	58,35 %	53,33 %	48,33 %	43,34 %	38,37 %	33,42 %	28,48 %	23,57 %	18,69 %	13,83 %	9,03 %	4,30 %	0,70 %	**3500**
99,86 %	94,24 %	88,97 %	83,79 %	78,65 %	73,55 %	68,47 %	63,42 %	58,38 %	53,36 %	48,35 %	43,37 %	38,39 %	33,44 %	28,51 %	23,59 %	18,70 %	13,85 %	9,04 %	4,31 %	**0,70 %**	**3600**
99,86 %	94,25 %	88,99 %	83,81 %	78,67 %	73,57 %	68,49 %	63,44 %	58,40 %	53,38 %	48,38 %	43,39 %	38,42 %	33,46 %	28,53 %	23,61 %	18,72 %	13,86 %	9,05 %	4,32 %	**0,71 %**	**3700**
99,87 %	94,26 %	89,00 %	83,82 %	78,69 %	73,59 %	68,51 %	63,46 %	58,42 %	53,40 %	48,40 %	43,41 %	38,44 %	33,48 %	28,55 %	23,63 %	18,74 %	13,88 %	9,06 %	4,33 %	**0,71 %**	**3800**

																				نرخ	
99,87 %	94,27 %	89,01 %	83,84 %	78,71 %	73,61 %	68,53 %	63,48 %	58,44 %	53,42 %	48,42 %	43,43 %	38,46 %	33,50 %	28,56 %	23,65 %	18,75 %	13,89 %	9,08 %	4,34 %	**0,71 %**	**3900**
99,87 %	94,28 %	89,03 %	83,86 %	78,73 %	73,63 %	68,55 %	63,50 %	58,46 %	53,44 %	48,44 %	43,45 %	38,48 %	33,52 %	28,58 %	23,66 %	18,77 %	13,91 %	9,09 %	4,35 %	**0,72 %**	**4000**
99,88 %	94,29 %	89,04 %	83,87 %	78,74 %	73,64 %	68,57 %	63,52 %	58,48 %	53,46 %	48,46 %	43,47 %	38,50 %	33,54 %	28,60 %	23,68 %	18,79 %	13,92 %	9,10 %	4,35 %	**0,72 %**	**4100**
99,88 %	94,30 %	89,05 %	83,88 %	78,76 %	73,66 %	68,59 %	63,54 %	58,50 %	53,48 %	48,48 %	43,49 %	38,51 %	33,56 %	28,62 %	23,70 %	18,80 %	13,93 %	9,11 %	4,36 %	**0,72 %**	**4200**
99,88 %	94,30 %	89,06 %	83,90 %	78,77 %	73,68 %	68,61 %	63,55 %	58,52 %	53,50 %	48,49 %	43,51 %	38,53 %	33,57 %	28,63 %	23,71 %	18,81 %	13,95 %	9,12 %	4,37 %	**0,72 %**	**4300**
99,89 %	94,31 %	89,08 %	83,91 %	78,79 %	73,69 %	68,62 %	63,57 %	58,53 %	53,52 %	48,51 %	43,52 %	38,55 %	33,59 %	28,65 %	23,73 %	18,83 %	13,96 %	9,13 %	4,37 %	**0,73 %**	**4400**
99,89 %	94,32 %	89,09 %	83,92 %	78,80 %	73,71 %	68,64 %	63,59 %	58,55 %	53,53 %	48,53 %	43,54 %	38,56 %	33,61 %	28,66 %	23,74 %	18,84 %	13,97 %	9,14 %	4,38 %	**0,73 %**	**4500**
99,89 %	94,33 %	89,10 %	83,93 %	78,81 %	73,72 %	68,65 %	63,60 %	58,57 %	53,55 %	48,54 %	43,56 %	38,58 %	33,62 %	28,68 %	23,75 %	18,85 %	13,98 %	9,15 %	4,39 %	**0,73 %**	**4600**
99,89 %	94,34 %	89,11 %	83,95 %	78,83 %	73,74 %	68,67 %	63,62 %	58,58 %	53,56 %	48,56 %	43,57 %	38,60 %	33,64 %	28,69 %	23,77 %	18,86 %	13,99 %	9,16 %	4,39 %	**0,74 %**	**4700**
99,90 %	94,34 %	89,12 %	83,96 %	78,84 %	73,75 %	68,68 %	63,63 %	58,60 %	53,58 %	48,58 %	43,59 %	38,61 %	33,65 %	28,71 %	23,78 %	18,88 %	14,00 %	9,17 %	4,40 %	**0,74 %**	**4800**
99,90 %	94,35 %	89,13 %	83,97 %	78,85 %	73,76 %	68,69 %	63,65 %	58,61 %	53,59 %	48,59 %	43,60 %	38,62 %	33,66 %	28,72 %	23,79 %	18,89 %	14,01 %	9,17 %	4,41 %	**0,74 %**	**4900**
99,90 %	94,36 %	89,13 %	83,98 %	78,86 %	73,78 %	68,71 %	63,66 %	58,63 %	53,61 %	48,60 %	43,61 %	38,64 %	33,68 %	28,73 %	23,80 %	18,90 %	14,02 %	9,18 %	4,41 %	**0,74 %**	**5000**

الف-۴-۵ حد بالای بازه‌های اطمینان مطابق با فرمول پیرسن-کلاپر

جدول الف ۲ حاوی مقادیری است که حد بالای بازه اطمینان را معین می‌کنند. حد بالا به تعداد نمونه‌های موجود و مقدار نرخ بستگی دارد. در شکل‌های الف ۱ تا الف ۳، می‌توان این اطلاعات را در خطوط قرمز رنگ به دست آورد.

جدول الف ۲

																				نرخ	
100 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	65 %	60 %	55 %	50 %	45 %	40 %	35 %	30 %	25 %	20 %	15 %	10 %	5 %	1 %	**NrMeas**
100,00 %	98,48 %	95,20 %	91,44 %	87,41 %	83,18 %	78,76 %	74,27 %	69,67 %	64,98 %	60,19 %	55,30 %	50,28 %	45,18 %	39,98 %	34,66 %	29,18 %	23,53 %	17,62 %	11,28 %	5,45 %	**100**
100,00 %	97,63 %	93,82 %	89,68 %	85,34 %	80,86 %	76,26 %	71,59 %	66,85 %	62,03 %	57,14 %	52,18 %	47,15 %	42,05 %	36,87 %	31,60 %	26,22 %	20,72 %	15,02 %	9,00 %	3,57 %	**200**
100,00 %	97,21 %	93,17 %	88,86 %	84,39 %	79,81 %	75,14 %	70,39 %	65,59 %	60,73 %	55,80 %	50,82 %	45,79 %	40,69 %	35,53 %	30,30 %	24,98 %	19,55 %	13,97 %	8,11 %	2,89 %	**300**
100,00 %	96,94 %	92,77 %	88,37 %	83,82 %	79,18 %	74,45 %	69,67 %	64,84 %	59,95 %	55,01 %	50,03 %	44,99 %	39,90 %	34,75 %	29,54 %	24,26 %	18,88 %	13,37 %	7,62 %	2,54 %	**400**
100,00 %	96,75 %	92,50 %	88,02 %	83,43 %	78,74 %	73,99 %	69,18 %	64,32 %	59,42 %	54,47 %	49,48 %	44,45 %	39,36 %	34,23 %	29,04 %	23,78 %	18,44 %	12,97 %	7,29 %	2,32 %	**500**
100,00 %	96,61 %	92,29 %	87,77 %	83,13 %	78,42 %	73,65 %	68,82 %	63,95 %	59,03 %	54,08 %	49,08 %	44,05 %	38,97 %	33,84 %	28,67 %	23,43 %	18,11 %	12,68 %	7,06 %	2,16 %	**600**
100,00 %	96,50 %	92,13 %	87,57 %	82,91 %	78,17 %	73,38 %	68,54 %	63,65 %	58,73 %	53,77 %	48,77 %	43,74 %	38,66 %	33,55 %	28,38 %	23,16 %	17,86 %	12,47 %	6,89 %	2,05 %	**700**
100,00 %	96,41 %	92,00 %	87,41 %	82,72 %	77,97 %	73,16 %	68,31 %	63,42 %	58,49 %	53,52 %	48,52 %	43,49 %	38,42 %	33,31 %	28,15 %	22,94 %	17,67 %	12,29 %	6,75 %	1,96 %	**800**
100,00 %	96,34 %	91,89 %	87,27 %	82,57 %	77,80 %	72,98 %	68,12 %	63,22 %	58,29 %	53,32 %	48,32 %	43,29 %	38,22 %	33,11 %	27,96 %	22,77 %	17,50 %	12,15 %	6,63 %	1,89 %	**900**
100,00 %	96,27 %	91,79 %	87,16 %	82,44 %	77,66 %	72,83 %	67,96 %	63,05 %	58,12 %	53,15 %	48,15 %	43,11 %	38,05 %	32,95 %	27,81 %	22,62 %	17,37 %	12,03 %	6,54 %	1,83 %	**1000**
100,00 %	96,22 %	91,71 %	87,06 %	82,33 %	77,54 %	72,70 %	67,82 %	62,91 %	57,97 %	53,00 %	48,00 %	42,97 %	37,90 %	32,80 %	27,67 %	22,49 %	17,25 %	11,93 %	6,46 %	1,78 %	**1100**
100,00 %	96,17 %	91,64 %	86,98 %	82,23 %	77,43 %	72,58 %	67,70 %	62,79 %	57,84 %	52,87 %	47,87 %	42,84 %	37,77 %	32,68 %	27,55 %	22,38 %	17,15 %	11,84 %	6,39 %	1,74 %	**1200**
100,00 %	96,12 %	91,58 %	86,90 %	82,14 %	77,33 %	72,48 %	67,59 %	62,68 %	57,73 %	52,75 %	47,75 %	42,72 %	37,66 %	32,57 %	27,45 %	22,28 %	17,06 %	11,76 %	6,33 %	1,70 %	**1300**
100,00 %	96,09 %	91,52 %	86,83 %	82,07 %	77,25 %	72,39 %	67,50 %	62,58 %	57,63 %	52,65 %	47,65 %	42,62 %	37,56 %	32,48 %	27,35 %	22,19 %	16,98 %	11,69 %	6,28 %	1,67 %	**1400**
100,00 %	96,05 %	91,47 %	86,77 %	82,00 %	77,18 %	72,31 %	67,42 %	62,49 %	57,54 %	52,56 %	47,56 %	42,53 %	37,47 %	32,39 %	27,27 %	22,12 %	16,91 %	11,63 %	6,23 %	1,64 %	**1500**
100,00 %	96,02 %	91,43 %	86,72 %	81,94 %	77,11 %	72,24 %	67,34 %	62,41 %	57,46 %	52,48 %	47,48 %	42,45 %	37,39 %	32,31 %	27,20 %	22,05 %	16,84 %	11,58 %	6,18 %	1,62 %	**1600**
100,00 %	95,99 %	91,39 %	86,67 %	81,88 %	77,04 %	72,17 %	67,27 %	62,34 %	57,38 %	52,40 %	47,40 %	42,37 %	37,32 %	32,24 %	27,13 %	21,98 %	16,79 %	11,53 %	6,15 %	1,60 %	**1700**
100,00 %	95,96 %	91,35 %	86,62 %	81,83 %	76,99 %	72,11 %	67,21 %	62,27 %	57,32 %	52,34 %	47,33 %	42,31 %	37,25 %	32,18 %	27,07 %	21,92 %	16,73 %	11,48 %	6,11 %	1,58 %	**1800**
100,00 %	95,94 %	91,31 %	86,58 %	81,78 %	76,93 %	72,06 %	67,15 %	62,21 %	57,25 %	52,27 %	47,27 %	42,24 %	37,19 %	32,12 %	27,01 %	21,87 %	16,69 %	11,44 %	6,08 %	1,56 %	**1900**
100,00 %	95,92 %	91,28 %	86,54 %	81,73 %	76,89 %	72,00 %	67,09 %	62,16 %	57,20 %	52,22 %	47,21 %	42,19 %	37,14 %	32,06 %	26,96 %	21,82 %	16,64 %	11,40 %	6,05 %	1,54 %	**2000**
100,00 %	95,89 %	91,25 %	86,50 %	81,69 %	76,84 %	71,96 %	67,04 %	62,10 %	57,14 %	52,16 %	47,16 %	42,13 %	37,08 %	32,01 %	26,91 %	21,78 %	16,60 %	11,36 %	6,02 %	1,52 %	**2100**
100,00 %	95,87 %	91,22 %	86,47 %	81,65 %	76,80 %	71,91 %	66,99 %	62,06 %	57,09 %	52,11 %	47,11 %	42,08 %	37,03 %	31,96 %	26,86 %	21,73 %	16,56 %	11,33 %	6,00 %	1,51 %	**2200**
100,00 %	95,86 %	91,20 %	86,44 %	81,62 %	76,76 %	71,87 %	66,95 %	62,01 %	57,05 %	52,06 %	47,06 %	42,04 %	36,99 %	31,92 %	26,82 %	21,69 %	16,53 %	11,30 %	5,97 %	1,50 %	**2300**
100,00 %	95,84 %	91,17 %	86,41 %	81,58 %	76,72 %	71,83 %	66,91 %	61,97 %	57,00 %	52,02 %	47,02 %	41,99 %	36,95 %	31,88 %	26,78 %	21,66 %	16,49 %	11,27 %	5,95 %	1,48 %	**2400**

																				نرخ	
100,00 %	95,82 %	91,15 %	86,38 %	81,55 %	76,69 %	71,79 %	66,87 %	61,93 %	56,96 %	51,98 %	46,98 %	41,95 %	36,91 %	31,84 %	26,75 %	21,62 %	16,46 %	11,24 %	5,93 %	1,47 %	**2500**
100,00 %	95,81 %	91,13 %	86,35 %	81,52 %	76,66 %	71,76 %	66,83 %	61,89 %	56,93 %	51,94 %	46,94 %	41,91 %	36,87 %	31,80 %	26,71 %	21,59 %	16,43 %	11,22 %	5,91 %	1,46 %	**2600**
100,00 %	95,79 %	91,11 %	86,33 %	81,49 %	76,62 %	71,72 %	66,80 %	61,85 %	56,89 %	51,90 %	46,90 %	41,88 %	36,83 %	31,77 %	26,68 %	21,56 %	16,40 %	11,19 %	5,89 %	1,45 %	**2700**
100,00 %	95,78 %	91,09 %	86,30 %	81,47 %	76,60 %	71,69 %	66,77 %	61,82 %	56,85 %	51,87 %	46,87 %	41,84 %	36,80 %	31,74 %	26,65 %	21,53 %	16,38 %	11,17 %	5,87 %	1,44 %	**2800**
100,00 %	95,77 %	91,07 %	86,28 %	81,44 %	76,57 %	71,66 %	66,74 %	61,79 %	56,82 %	51,84 %	46,83 %	41,81 %	36,77 %	31,70 %	26,62 %	21,50 %	16,35 %	11,15 %	5,86 %	1,43 %	**2900**
100,00 %	95,75 %	91,05 %	86,26 %	81,42 %	76,54 %	71,64 %	66,71 %	61,76 %	56,79 %	51,81 %	46,80 %	41,78 %	36,74 %	31,68 %	26,59 %	21,48 %	16,33 %	11,13 %	5,84 %	1,42 %	**3000**
100,00 %	95,74 %	91,03 %	86,24 %	81,40 %	76,52 %	71,61 %	66,68 %	61,73 %	56,76 %	51,78 %	46,77 %	41,75 %	36,71 %	31,65 %	26,56 %	21,45 %	16,31 %	11,11 %	5,83 %	1,42 %	**3100**
100,00 %	95,73 %	91,02 %	86,22 %	81,37 %	76,49 %	71,58 %	66,65 %	61,70 %	56,73 %	51,75 %	46,74 %	41,72 %	36,68 %	31,62 %	26,54 %	21,43 %	16,28 %	11,09 %	5,81 %	1,41 %	**3200**
100,00 %	95,72 %	91,00 %	86,20 %	81,35 %	76,47 %	71,56 %	66,63 %	61,68 %	56,71 %	51,72 %	46,72 %	41,69 %	36,66 %	31,60 %	26,51 %	21,41 %	16,26 %	11,07 %	5,80 %	1,40 %	**3300**
100,00 %	95,71 %	90,99 %	86,18 %	81,33 %	76,45 %	71,54 %	66,60 %	61,65 %	56,68 %	51,69 %	46,69 %	41,67 %	36,63 %	31,57 %	26,49 %	21,38 %	16,24 %	11,06 %	5,79 %	1,39 %	**3400**
100,00 %	95,70 %	90,98 %	86,17 %	81,31 %	76,43 %	71,52 %	66,58 %	61,63 %	56,66 %	51,67 %	46,67 %	41,65 %	36,61 %	31,55 %	26,47 %	21,36 %	16,23 %	11,04 %	5,77 %	1,39 %	**3500**
100,00 %	95,69 %	90,96 %	86,15 %	81,30 %	76,41 %	71,49 %	66,56 %	61,61 %	56,63 %	51,65 %	46,64 %	41,62 %	36,58 %	31,53 %	26,45 %	21,34 %	16,21 %	11,03 %	5,76 %	1,38 %	**3600**
100,00 %	95,68 %	90,95 %	86,14 %	81,28 %	76,39 %	71,47 %	66,54 %	61,58 %	56,61 %	51,62 %	46,62 %	41,60 %	36,56 %	31,51 %	26,43 %	21,33 %	16,19 %	11,01 %	5,75 %	1,38 %	**3700**
100,00 %	95,67 %	90,94 %	86,12 %	81,26 %	76,37 %	71,45 %	66,52 %	61,56 %	56,59 %	51,60 %	46,60 %	41,58 %	36,54 %	31,49 %	26,41 %	21,31 %	16,18 %	11,00 %	5,74 %	1,37 %	**3800**
100,00 %	95,66 %	90,92 %	86,11 %	81,25 %	76,35 %	71,44 %	66,50 %	61,54 %	56,57 %	51,58 %	46,58 %	41,56 %	36,52 %	31,47 %	26,39 %	21,29 %	16,16 %	10,98 %	5,73 %	1,36 %	**3900**
100,00 %	95,66 %	90,91 %	86,09 %	81,23 %	76,34 %	71,42 %	66,48 %	61,52 %	56,55 %	51,56 %	46,56 %	41,54 %	36,50 %	31,45 %	26,37 %	21,27 %	16,14 %	10,97 %	5,72 %	1,36 %	**4000**
100,00 %	95,65 %	90,90 %	86,08 %	81,22 %	76,32 %	71,40 %	66,46 %	61,50 %	56,53 %	51,54 %	46,54 %	41,52 %	36,48 %	31,43 %	26,36 %	21,26 %	16,13 %	10,96 %	5,71 %	1,35 %	**4100**
100,00 %	95,64 %	90,89 %	86,07 %	81,20 %	76,30 %	71,38 %	66,44 %	61,49 %	56,51 %	51,52 %	46,52 %	41,50 %	36,46 %	31,41 %	26,34 %	21,24 %	16,12 %	10,95 %	5,70 %	1,35 %	**4200**
100,00 %	95,63 %	90,88 %	86,06 %	81,19 %	76,29 %	71,37 %	66,43 %	61,47 %	56,49 %	51,51 %	46,50 %	41,48 %	36,45 %	31,39 %	26,32 %	21,23 %	16,10 %	10,94 %	5,69 %	1,34 %	**4300**
100,00 %	95,63 %	90,87 %	86,04 %	81,17 %	76,27 %	71,35 %	66,41 %	61,45 %	56,48 %	51,49 %	46,48 %	41,47 %	36,43 %	31,38 %	26,31 %	21,21 %	16,09 %	10,92 %	5,69 %	1,34 %	**4400**
100,00 %	95,62 %	90,86 %	86,03 %	81,16 %	76,26 %	71,34 %	66,39 %	61,44 %	56,46 %	51,47 %	46,47 %	41,45 %	36,41 %	31,36 %	26,29 %	21,20 %	16,08 %	10,91 %	5,68 %	1,34 %	**4500**
100,00 %	95,61 %	90,85 %	86,02 %	81,15 %	76,25 %	71,32 %	66,38 %	61,42 %	56,45 %	51,46 %	46,45 %	41,43 %	36,40 %	31,35 %	26,28 %	21,19 %	16,06 %	10,90 %	5,67 %	1,33 %	**4600**
100,00 %	95,61 %	90,84 %	86,01 %	81,14 %	76,23 %	71,31 %	66,36 %	61,40 %	56,43 %	51,44 %	46,44 %	41,42 %	36,38 %	31,33 %	26,26 %	21,17 %	16,05 %	10,89 %	5,66 %	1,33 %	**4700**
100,00 %	95,60 %	90,83 %	86,00 %	81,12 %	76,22 %	71,29 %	66,35 %	61,39 %	56,41 %	51,42 %	46,42 %	41,40 %	36,37 %	31,32 %	26,25 %	21,16 %	16,04 %	10,88 %	5,65 %	1,32 %	**4800**
100,00 %	95,59 %	90,83 %	85,99 %	81,11 %	76,21 %	71,28 %	66,34 %	61,38 %	56,40 %	51,41 %	46,41 %	41,39 %	36,35 %	31,30 %	26,24 %	21,15 %	16,03 %	10,87 %	5,65 %	1,32 %	**4900**
100,00 %	95,59 %	90,82 %	85,98 %	81,10 %	76,20 %	71,27 %	66,32 %	61,36 %	56,39 %	51,40 %	46,39 %	41,37 %	36,34 %	31,29 %	26,22 %	21,14 %	16,02 %	10,87 %	5,64 %	1,32 %	**5000**

الف-۴-۶ محدوده بازه‌های اطمینان با توجه به فرمول پیرسن-کلاپر

جدول الف ۳ شامل مقادیری است که تفاوت (محدوده) میان حد بالا و پایین بازه اطمینان را مشخص می‌کند. این محدوده به تعداد نمونه‌ها و مقدار نرخ بستگی دارد. در شکل‌های الف ۱ تا الف ۳ این اطلاعات با توجه به فاصله عمودی بین خطوط قرمز و آبی رنگ مشخص می‌شود.

جدول الف ۳

																				نرخ	
100 %	95 %	90 %	85 %	80 %	75 %	70 %	65 %	60 %	55 %	50 %	45 %	40 %	35 %	30 %	25 %	20 %	15 %	10 %	5 %	1 %	**NrMeas**
4,85 %	10,00 %	12,96 %	15,07 %	16,67 %	17,90 %	18,74 %	19,46 %	19,95 %	20,28 %	20,38 %	20,30 %	19,95 %	19,46 %	18,74 %	17,78 %	16,52 %	14,89 %	12,72 %	9,64 %	5,42 %	**100**
2,47 %	6,71 %	8,90 %	10,43 %	11,59 %	12,48 %	13,13 %	13,64 %	13,99 %	14,21 %	14,29 %	14,22 %	13,99 %	13,64 %	13,13 %	12,44 %	11,53 %	10,36 %	8,81 %	6,58 %	3,44 %	**200**
1,66 %	5,36 %	7,17 %	8,43 %	9,39 %	10,12 %	10,68 %	11,08 %	11,37 %	11,55 %	11,61 %	11,54 %	11,39 %	11,08 %	10,66 %	10,10 %	9,36 %	8,40 %	7,12 %	5,29 %	2,69 %	**300**
1,25 %	4,59 %	6,16 %	7,26 %	8,09 %	8,73 %	9,21 %	9,57 %	9,82 %	9,97 %	10,02 %	9,98 %	9,82 %	9,57 %	9,21 %	8,71 %	8,07 %	7,24 %	6,13 %	4,54 %	2,27 %	**400**
1,00 %	4,07 %	5,48 %	6,47 %	7,21 %	7,79 %	8,22 %	8,54 %	8,77 %	8,90 %	8,95 %	8,90 %	8,77 %	8,54 %	8,21 %	7,77 %	7,20 %	6,45 %	5,46 %	4,03 %	1,99 %	**500**
0,83 %	3,69 %	4,98 %	5,89 %	6,57 %	7,09 %	7,49 %	7,78 %	7,99 %	8,11 %	8,15 %	8,11 %	8,00 %	7,78 %	7,49 %	7,08 %	6,56 %	5,87 %	4,97 %	3,66 %	1,80 %	**600**
0,71 %	3,40 %	4,60 %	5,44 %	6,07 %	6,56 %	6,93 %	7,20 %	7,39 %	7,50 %	7,54 %	7,50 %	7,39 %	7,20 %	6,92 %	6,55 %	6,06 %	5,43 %	4,59 %	3,38 %	1,65 %	**700**
0,63 %	3,17 %	4,29 %	5,08 %	5,67 %	6,12 %	6,47 %	6,73 %	6,90 %	7,01 %	7,05 %	7,01 %	6,90 %	6,73 %	6,47 %	6,12 %	5,66 %	5,07 %	4,28 %	3,15 %	1,53 %	**800**
0,56 %	2,98 %	4,04 %	4,78 %	5,34 %	5,77 %	6,10 %	6,34 %	6,50 %	6,60 %	6,64 %	6,60 %	6,51 %	6,34 %	6,09 %	5,76 %	5,33 %	4,77 %	4,03 %	2,96 %	1,43 %	**900**
0,50 %	2,82 %	3,83 %	4,53 %	5,06 %	5,47 %	5,78 %	6,01 %	6,17 %	6,26 %	6,29 %	6,26 %	6,17 %	6,01 %	5,77 %	5,46 %	5,05 %	4,52 %	3,82 %	2,81 %	1,35 %	**1000**
0,46 %	2,68 %	3,64 %	4,31 %	4,82 %	5,21 %	5,50 %	5,72 %	5,87 %	5,97 %	6,00 %	5,97 %	5,88 %	5,72 %	5,50 %	5,20 %	4,81 %	4,31 %	3,64 %	2,67 %	1,28 %	**1100**
0,42 %	2,56 %	3,48 %	4,13 %	4,61 %	4,98 %	5,27 %	5,48 %	5,62 %	5,71 %	5,74 %	5,71 %	5,62 %	5,48 %	5,26 %	4,98 %	4,61 %	4,12 %	3,48 %	2,55 %	1,22 %	**1200**
0,39 %	2,46 %	3,34 %	3,96 %	4,43 %	4,78 %	5,06 %	5,26 %	5,40 %	5,48 %	5,51 %	5,48 %	5,40 %	5,26 %	5,05 %	4,78 %	4,42 %	3,96 %	3,34 %	2,45 %	1,17 %	**1300**
0,36 %	2,36 %	3,22 %	3,81 %	4,26 %	4,61 %	4,87 %	5,06 %	5,20 %	5,28 %	5,31 %	5,28 %	5,20 %	5,07 %	4,87 %	4,60 %	4,26 %	3,81 %	3,21 %	2,36 %	1,12 %	**1400**
0,33 %	2,28 %	3,11 %	3,68 %	4,12 %	4,45 %	4,70 %	4,89 %	5,02 %	5,10 %	5,12 %	5,10 %	5,02 %	4,89 %	4,70 %	4,45 %	4,11 %	3,68 %	3,10 %	2,27 %	1,08 %	**1500**
0,31 %	2,21 %	3,01 %	3,56 %	3,98 %	4,31 %	4,55 %	4,73 %	4,86 %	4,93 %	4,96 %	4,93 %	4,86 %	4,73 %	4,55 %	4,30 %	3,98 %	3,56 %	3,00 %	2,20 %	1,05 %	**1600**
0,29 %	2,14 %	2,91 %	3,46 %	3,86 %	4,17 %	4,41 %	4,59 %	4,71 %	4,79 %	4,81 %	4,79 %	4,71 %	4,59 %	4,41 %	4,17 %	3,86 %	3,45 %	2,91 %	2,13 %	1,01 %	**1700**
0,28 %	2,08 %	2,83 %	3,36 %	3,75 %	4,06 %	4,29 %	4,46 %	4,58 %	4,65 %	4,67 %	4,65 %	4,58 %	4,46 %	4,29 %	4,05 %	3,75 %	3,35 %	2,83 %	2,07 %	0,98 %	**1800**
0,26 %	2,02 %	2,75 %	3,27 %	3,65 %	3,95 %	4,17 %	4,34 %	4,46 %	4,52 %	4,55 %	4,52 %	4,46 %	4,34 %	4,17 %	3,94 %	3,65 %	3,26 %	2,75 %	2,01 %	0,95 %	**1900**
0,25 %	1,97 %	2,68 %	3,18 %	3,56 %	3,84 %	4,07 %	4,23 %	4,34 %	4,41 %	4,43 %	4,41 %	4,34 %	4,23 %	4,06 %	3,84 %	3,55 %	3,18 %	2,68 %	1,96 %	0,93 %	**2000**
0,24 %	1,92 %	2,62 %	3,10 %	3,47 %	3,75 %	3,97 %	4,13 %	4,24 %	4,30 %	4,32 %	4,30 %	4,24 %	4,13 %	3,97 %	3,75 %	3,47 %	3,10 %	2,61 %	1,91 %	0,90 %	**2100**
0,23 %	1,87 %	2,56 %	3,03 %	3,39 %	3,66 %	3,87 %	4,03 %	4,14 %	4,20 %	4,22 %	4,20 %	4,14 %	4,03 %	3,87 %	3,66 %	3,39 %	3,03 %	2,55 %	1,87 %	0,88 %	**2200**
0,22 %	1,83 %	2,50 %	2,96 %	3,31 %	3,58 %	3,79 %	3,94 %	4,05 %	4,11 %	4,13 %	4,11 %	4,05 %	3,94 %	3,79 %	3,58 %	3,31 %	2,96 %	2,50 %	1,83 %	0,86 %	**2300**
0,21 %	1,79 %	2,44 %	2,90 %	3,24 %	3,51 %	3,71 %	3,86 %	3,96 %	4,02 %	4,04 %	4,02 %	3,96 %	3,86 %	3,71 %	3,50 %	3,24 %	2,90 %	2,44 %	1,79 %	0,84 %	**2400**
0,20 %	1,75 %	2,39 %	2,84 %	3,18 %	3,43 %	3,63 %	3,78 %	3,88 %	3,94 %	3,96 %	3,94 %	3,88 %	3,78 %	3,63 %	3,43 %	3,17 %	2,84 %	2,39 %	1,75 %	0,82 %	**2500**
0,19 %	1,72 %	2,35 %	2,78 %	3,11 %	3,37 %	3,56 %	3,70 %	3,80 %	3,86 %	3,88 %	3,86 %	3,80 %	3,70 %	3,56 %	3,37 %	3,11 %	2,78 %	2,34 %	1,71 %	0,81 %	**2600**
0,19 %	1,68 %	2,30 %	2,73 %	3,05 %	3,30 %	3,49 %	3,63 %	3,73 %	3,79 %	3,81 %	3,79 %	3,73 %	3,63 %	3,49 %	3,30 %	3,05 %	2,73 %	2,30 %	1,68 %	0,79 %	**2700**
0,18 %	1,65 %	2,26 %	2,68 %	3,00 %	3,24 %	3,43 %	3,57 %	3,66 %	3,72 %	3,74 %	3,72 %	3,66 %	3,57 %	3,43 %	3,24 %	3,00 %	2,68 %	2,26 %	1,65 %	0,78 %	**2800**
0,17 %	1,62 %	2,22 %	2,63 %	2,95 %	3,19 %	3,37 %	3,50 %	3,60 %	3,65 %	3,67 %	3,65 %	3,60 %	3,51 %	3,37 %	3,19 %	2,95 %	2,63 %	2,22 %	1,62 %	0,76 %	**2900**
0,17 %	1,60 %	2,18 %	2,59 %	2,90 %	3,13 %	3,31 %	3,45 %	3,54 %	3,59 %	3,61 %	3,59 %	3,54 %	3,45 %	3,31 %	3,13 %	2,90 %	2,59 %	2,18 %	1,59 %	0,75 %	**3000**
0,16 %	1,57 %	2,15 %	2,55 %	2,85 %	3,08 %	3,26 %	3,39 %	3,48 %	3,53 %	3,55 %	3,53 %	3,48 %	3,39 %	3,26 %	3,08 %	2,85 %	2,55 %	2,14 %	1,57 %	0,74 %	**3100**
0,16 %	1,54 %	2,11 %	2,51 %	2,80 %	3,03 %	3,21 %	3,34 %	3,42 %	3,48 %	3,49 %	3,48 %	3,42 %	3,34 %	3,21 %	3,03 %	2,80 %	2,51 %	2,11 %	1,54 %	0,72 %	**3200**
0,15 %	1,52 %	2,08 %	2,47 %	2,76 %	2,98 %	3,16 %	3,28 %	3,37 %	3,42 %	3,44 %	3,42 %	3,37 %	3,28 %	3,16 %	2,98 %	2,76 %	2,47 %	2,08 %	1,52 %	0,71 %	**3300**
0,15 %	1,50 %	2,05 %	2,43 %	2,72 %	2,94 %	3,11 %	3,23 %	3,32 %	3,37 %	3,39 %	3,37 %	3,32 %	3,23 %	3,11 %	2,94 %	2,72 %	2,43 %	2,05 %	1,50 %	0,70 %	**3400**
0,14 %	1,48 %	2,02 %	2,40 %	2,68 %	2,90 %	3,06 %	3,19 %	3,27 %	3,32 %	3,34 %	3,32 %	3,27 %	3,19 %	3,06 %	2,90 %	2,68 %	2,39 %	2,02 %	1,47 %	0,69 %	**3500**
0,14 %	1,45 %	1,99 %	2,36 %	2,64 %	2,86 %	3,02 %	3,14 %	3,23 %	3,28 %	3,29 %	3,28 %	3,23 %	3,14 %	3,02 %	2,86 %	2,64 %	2,36 %	1,99 %	1,45 %	0,68 %	**3600**
0,14 %	1,43 %	1,96 %	2,33 %	2,60 %	2,82 %	2,98 %	3,10 %	3,18 %	3,23 %	3,25 %	3,23 %	3,18 %	3,10 %	2,98 %	2,82 %	2,60 %	2,33 %	1,96 %	1,43 %	0,67 %	**3700**
0,13 %	1,41 %	1,94 %	2,30 %	2,57 %	2,78 %	2,94 %	3,06 %	3,14 %	3,19 %	3,20 %	3,19 %	3,14 %	3,06 %	2,94 %	2,78 %	2,57 %	2,30 %	1,93 %	1,41 %	0,66 %	**3800**

																				نرخ	
0,13 %	1,40 %	1,91 %	2,27 %	2,54 %	2,74 %	2,90 %	3,02 %	3,10 %	3,15 %	3,16 %	3,15 %	3,10 %	3,02 %	2,90 %	2,74 %	2,54 %	2,27 %	1,91 %	1,39 %	0,65 %	**3900**
0,13 %	1,38 %	1,89 %	2,24 %	2,50 %	2,71 %	2,86 %	2,98 %	3,06 %	3,11 %	3,12 %	3,11 %	3,06 %	2,98 %	2,86 %	2,71 %	2,50 %	2,24 %	1,88 %	1,38 %	0,64 %	**4000**
0,12 %	1,36 %	1,86 %	2,21 %	2,47 %	2,68 %	2,83 %	2,94 %	3,02 %	3,07 %	3,08 %	3,07 %	3,02 %	2,94 %	2,83 %	2,67 %	2,47 %	2,21 %	1,86 %	1,36 %	0,64 %	**4100**
0,12 %	1,34 %	1,84 %	2,18 %	2,44 %	2,64 %	2,80 %	2,91 %	2,99 %	3,03 %	3,05 %	3,03 %	2,99 %	2,91 %	2,79 %	2,64 %	2,44 %	2,18 %	1,84 %	1,34 %	0,63 %	**4200**
0,12 %	1,33 %	1,82 %	2,16 %	2,41 %	2,61 %	2,76 %	2,87 %	2,95 %	3,00 %	3,01 %	3,00 %	2,95 %	2,87 %	2,76 %	2,61 %	2,41 %	2,16 %	1,82 %	1,33 %	0,62 %	**4300**
0,11 %	1,31 %	1,80 %	2,13 %	2,39 %	2,58 %	2,73 %	2,84 %	2,92 %	2,96 %	2,98 %	2,96 %	2,92 %	2,84 %	2,73 %	2,58 %	2,39 %	2,13 %	1,80 %	1,31 %	0,61 %	**4400**
0,11 %	1,30 %	1,78 %	2,11 %	2,36 %	2,55 %	2,70 %	2,81 %	2,88 %	2,93 %	2,94 %	2,93 %	2,88 %	2,81 %	2,70 %	2,55 %	2,36 %	2,11 %	1,78 %	1,30 %	0,61 %	**4500**
0,11 %	1,28 %	1,76 %	2,09 %	2,33 %	2,52 %	2,67 %	2,78 %	2,85 %	2,90 %	2,91 %	2,90 %	2,85 %	2,78 %	2,67 %	2,52 %	2,33 %	2,09 %	1,76 %	1,28 %	0,60 %	**4600**
0,11 %	1,27 %	1,74 %	2,06 %	2,31 %	2,50 %	2,64 %	2,75 %	2,82 %	2,87 %	2,88 %	2,87 %	2,82 %	2,75 %	2,64 %	2,50 %	2,31 %	2,06 %	1,74 %	1,27 %	0,59 %	**4700**
0,10 %	1,26 %	1,72 %	2,04 %	2,28 %	2,47 %	2,61 %	2,72 %	2,79 %	2,84 %	2,85 %	2,83 %	2,79 %	2,72 %	2,61 %	2,47 %	2,28 %	2,04 %	1,72 %	1,25 %	0,59 %	**4800**
0,10 %	1,24 %	1,70 %	2,02 %	2,26 %	2,45 %	2,59 %	2,69 %	2,76 %	2,81 %	2,82 %	2,81 %	2,76 %	2,69 %	2,59 %	2,44 %	2,26 %	2,02 %	1,70 %	1,24 %	0,58 %	**4900**
0,10 %	1,23 %	1,68 %	2,00 %	2,24 %	2,42 %	2,56 %	2,66 %	2,74 %	2,78 %	2,79 %	2,78 %	2,74 %	2,66 %	2,56 %	2,42 %	2,24 %	2,00 %	1,68 %	1,23 %	0,57 %	**5000**

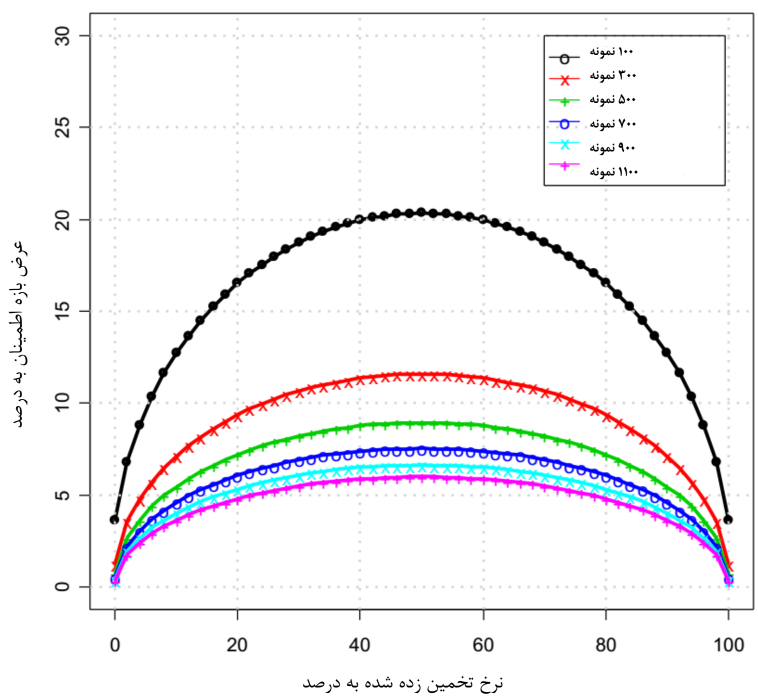
الف-۵ اندازه نمونه‌های مختلف

مثال‌های زیر تاثیر اندازه نمونه‌های مختلف را در یک اندازه‌گیری نشان می‌دهند که همچنین مبتنی بر فرمول‌های پیرسن-کلاپر برای محاسبه بازه‌های اطمینان می‌باشد. بنابراین، مثال‌ها برای حالت کلی و حتی برای اندازه نمونه‌های کوچک نیز معتبر می‌باشند. برای تعداد نمونه‌های بیشتر، محاسبه بازه‌های اطمینان براساس تقریب توزیع نرمال قابل انجام می‌باشد.

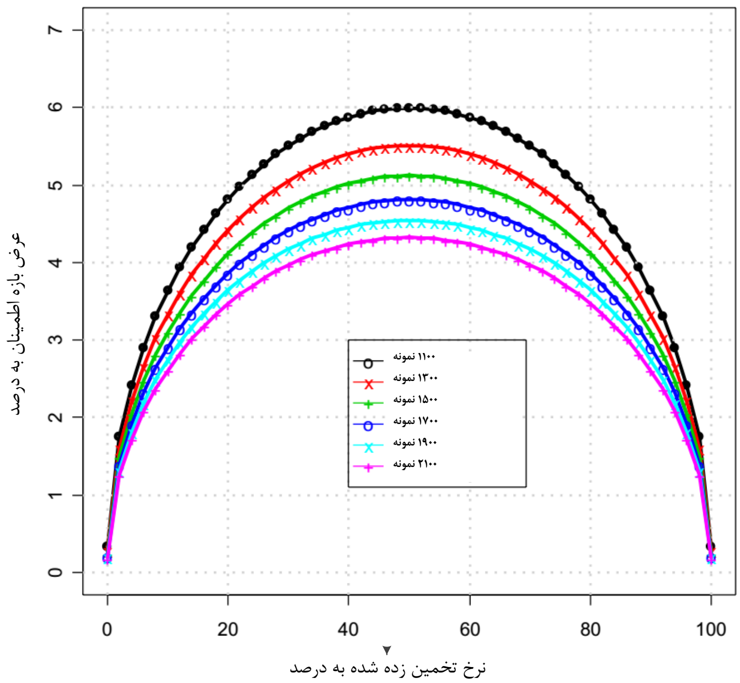
سه نوع مختلف از نمودار رسم می‌شوند: اندازه نمونه‌ها در گستره:

- بین ۱۰۰ و ۱۱۰۰ نمونه
- بین ۱۱۰۰ تا ۲۱۰۰ نمونه
- بین ۱۰۰۰ تا ۱۱۰۰۰ نمونه

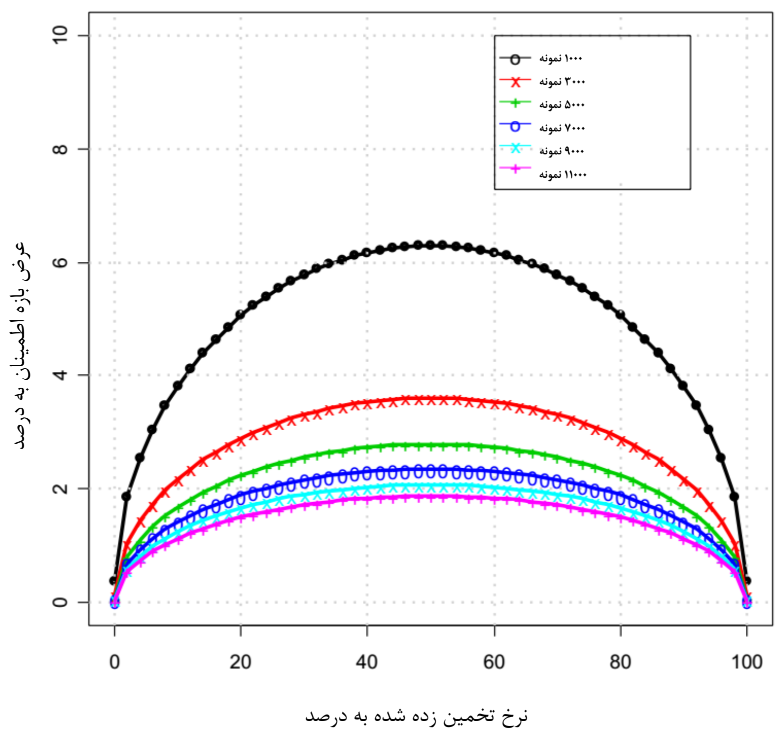
منحنی‌های رسم شده در سطرهای جداول مطرح شده در بالا قابل دستیابی هستند (تعداد اندازه‌گیری‌ها ثابت و نرخ تخمین زده شده متغیر است)



شکل الف ۴- عرض بازه اطمینان برای اندازه نمونه‌های مختلف



شکل الف ۵- عرض بازه اطمینان برای اندازه نمونه‌های مختلف



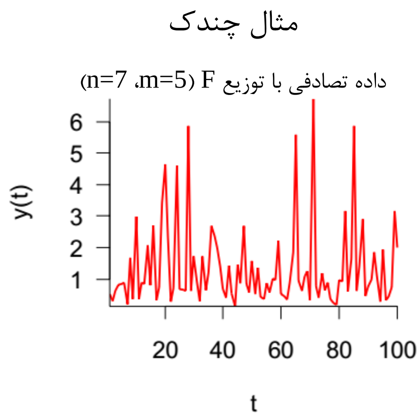
شکل الف ۶- عرض بازه اطمینان برای اندازه نمونه‌های مختلف

الف-۶ روش‌های محاسباتی

این زیربند، چند مثال نحوه محاسبه مقادیر آماری داده‌های اندازه‌گیری شده را نشان می‌دهد.

الف-۶-۱ محاسبه چندکها

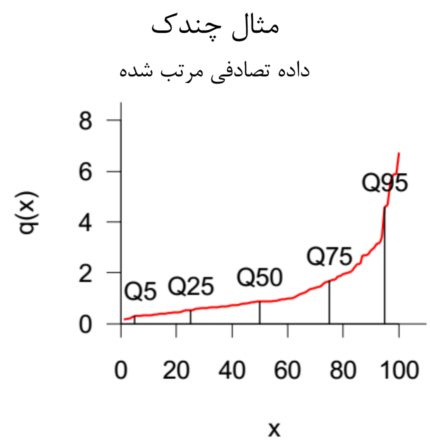
در این قسمت، گام‌های پایه مختلف محاسبه مقادیر چندکهای مربوط به نمونه‌های اندازه‌گیری شرح داده می‌شود.



شکل الف ۷- مثال داده‌های اندازه‌گیری شده به صورت یک سری زمانی

با فرض آنکه داده اندازه‌گیری مطابق نمودار فوق جمع آوری شده باشد، این گام‌ها قابل انجام خواهد بود:

- تعیین تعداد N از اندازه‌گیری‌های موجود
- مرتب سازی داده‌ها: نمونه‌ها به صورت صعودی مرتب می‌شوند.
- مقدار چندک p تعریف می‌شود که بهتر است بازیابی شود. در این مثال چندک ٪۹۵ (Q95) درخواست شده است، بنابراین $p = 95\% = 0.95$
- شمارش نمونه‌های مرتب شده آغاز و تا p درصد از نمونه‌های موجود ادامه پیدا کند. در این مثال، ٪۹۵ از نمونه‌ها بهتر است شمارش شوند.
- نمونه در جایی برداشته می‌شود که به درصد مربوطه دست پیدا شود. عدد نقطه تلاقی با محور عرض‌ها، چندک p مورد جستجو را نشان می‌دهد که در این مثال چندک ٪۹۵ است.



شکل الف ۸- تعیین چندکها بر روی داده‌های مرتب‌سازی شده

گام‌های مختلف روی شکل بالا نمایش داده شده‌اند. مثال بعدی برای چندک دیگر p به صورت زیر است:

درصد p	۵٪	۲۵٪	۵۰٪	۷۵٪	۹۵٪
چندک p	۰٫۲۹۵۹۷۳۷	۰٫۵۳۷۰۱۱۸	۰٫۸۵۷۹۰۸۷	۱٫۶۸۶۷۵۹۵	۴٫۵۹۹۲۴۵۹

اگر به عنوان مثال مقدار ۹۵٪ توسط یک نمونه پوشش داده نشده باشد، ممکن است درون‌یابی بین همسایه سمت راست و همسایه سمت چپ مناسب باشد. این درون یابی ممکن است درجات مختلفی داشته باشد، مثلا درون یابی خطی یا درون یابی درجه دوم.

روش ممکن دیگر برای تعیین مقادیر چندک‌ها، توسط تحلیل CDF است. گام‌های ایجاد یک CDF از نتایج اندازه‌گیری مشابه گام‌هایی است که در بالا به آنها اشاره شد.

الف-۷ گزارش نتایج

این زیربند، تعیین می‌کند که هنگام تولید یک گزارش آزمون، بهتر است کدام قسمت از اطلاعات به خواننده ارائه شود. طبقه‌های انواع مختلف داده‌ها مطابق با تعاریف قسمت ۴ می‌باشد.

الف-۷-۱ روش‌های مورد استفاده

متغیرهای x، y و z در جدول زیر بهتر است با داده تخمین زده شده جایگزین شوند.

هنگام استفاده از مقادیر چندک، بهتر است به یاد داشت که محاسبه چندک‌ها، درصد کمی از داده‌های دورافتاده را از مقادیر داده باقیمانده جدا می‌کند. این به معنای آن است که:

- اگر مقادیر پایین‌تر نتیجه بهتری را از دیدگاه مشتری را نشان می‌دهند، درصد کوچکی حاوی بزرگترین مقادیر می‌تواند با محاسبه چندک ۹۵٪ یا ۹۰٪ جداسازی شود. این مطلب برای مثال مقادیر دوره برقرار است.

- اگر مقادیر بالاتر، نتیجه بهتری را از دیدگاه مشتری را نشان می‌دهند، می‌توان درصد کوچکی حاوی کوچکترین مقادیر را با محاسبه چندک ۵٪ یا ۱۰٪ جداسازی کرد. این مطلب برای مثال مقادیر گذردهی برقرار است.
- در مورد کیفیت محتوا، محاسبه چندک مناسب در راستای مقیاس نتایج آزمون تعیین شده است. در عمل، برخی الگوریتم‌ها یک مقدار صفر روی گستره صفر تا پنج را به عنوان بهترین کیفیت تعریف می‌کنند، در حالی که سایر الگوریتم‌ها مقدار ۵ را به عنوان بیشینه کیفیت امکان پذیر تعریف می‌کنند. جدول الف ۴ نکاتی را در خصوص نحوه استفاده از محاسبات چندک در این شرایط بیان می‌کند.

جدول الف ۴

طبقه داده	انواع اطلاعات	روش مورد استفاده	بیان گزارش	اطلاعات اضافی	بندهای مرتبط
مقادیر دودویی (نرخ‌های موفقیت، نرخ‌های خطا، ...)	نرخ تضمین شده به علاوه بازه اطمینان	پیرسن-کلاپر	$x\%^{+y_1\%}_{-y_2\%}$	همیشه معتبر است، مرزهای بازه اطمینان متقارن هستند (مگر برای x=50)	۵-۷-۲-۱
		تقریب گوسی	$x\% \pm y\%$	کاربردی است اگر $npq \geq 9$، مرزهای متقارن بازه اطمینان	۵-۷-۲-۲
مقادیر دوره (تاخیر انتها به انتها، تاخیر برقراری)	تاخیر میانگین به علاوه انحراف معیار	میانگین تجربی به علاوه انحراف معیار تجربی	$x\ s \pm y\ s\ (N = z)$	همیشه معتبر است N: تعداد نمونه‌های در نظر گرفته شده	۵-۴ و ۵-۵
	چندک α به علاوه تعداد نمونه‌ها	محاسبه چارک	$q_\alpha = x\ s\ \ (N = z)$	N: تعداد نمونه‌های در نظر گرفته شده α: سطح چندک مطلوب، اکثراً $\alpha = 95\%$ یا $\alpha = 90\%$	۵-۴ و ۵-۵
مقادیر گذردهی (نرخ‌های داده)	نرخ داده میانگین به علاوه انحراف معیار استاندارد	میانگین تجربی به علاوه انحراف معیار تجربی	$x\ kbit/s + \pm y\ kbit/s$ $(N = z)$	همیشه معتبر است N: تعداد نمونه‌های در نظر گرفته شده	۵-۴ و ۵-۵
	چندک α به علاوه تعداد نمونه‌ها	محاسبه چارک	$q_\alpha = x\ kbit/s$ $(N = z)$	N: تعداد نمونه‌های در نظر گرفته شده α: سطح چندک مطلوب، اکثراً $\alpha = 5\%$ یا $\alpha = 10\%$	۵-۴ و ۵-۵
مقادیر کیفیت محتوا	امتیاز میانگین به علاوه انحراف معیار	میانگین تجربی به علاوه انحراف معیار تجربی	$x\ MOS \pm y\ MOS$ $(N = z)$	همیشه معتبر است N: تعداد نمونه‌های در نظر گرفته شده	۵-۴ و ۵-۵

طبقه داده	انواع اطلاعات	روش مورد استفاده	بیان گزارش	اطلاعات اضافی	بندهای مرتبط
(کیفیـــــت صدا، کیفیت تصویر)					
	چندک α به عـلاوه تعداد نمونه‌ها	محاسبه چارک	$q_{\alpha} = x\ MOS$ $(N = z)$	N: تعـداد نمونـه‌هـای در نظـر گرفته شده α: سطح چندک مطلوب، اکثراً $\alpha = 95\%$ یا $\alpha = 9\%0$ اگر مقـادیر پـایین‌تـر کیفیـت بهتری را نشان بدهند، $\alpha = 5\%$ یـا $\alpha = \%10$ اگـر مقادیر بالاتر کیفیت بهتـری را نشان بدهند،	۵-۴ و ۵-۵

الف-۷-۲ تعداد ارقام اعشار با معنی

هنگام ارائه نتایج نهایی، تعداد ارقام اعشار با معنی گزارش شده بهتر است با توجه به دقت روش ارزیابی مورد استفاده انتخاب شود. (به عنوان مثال، محاسبه انحراف معیار، بازه اطمینان و ...)

الف-۷-۳ گرد کردن نتایج نهایی

هنگام اجرای گام‌های محاسباتی متوالی، بهتر است هیچ قابلیت کارکردی گرد کردنی اعمال شود. تنها گردکردن نتایج نهایی مجاز است. بهتر است دست کم ۳ رقم اعشار پس از اعمال قابلیت کارکردی گرد کردن (هرگاه که ممکن است) باقی بماند.

پیوست ب

(آگاهی دهنده)

کتاب شناسی

[BAT] Bates, D.M. and Chambers, J.M: "Nonlinear regression Analysis and Applications", Wiley & Sons, 1988.

[BRO] I.N. Bronstein, K.A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig: "Handbook of Mathematics", Verlag Harri Deutsch; Frankfurt/Main, 1999.

[BOX] Box, Cox: "An analysis of transformations", Journal of the Royal Statistical Society, vol. B 26, p. 211-251, 1964.

[E.800] Terms and Definitions Related to Quality of Service and Network Performance including Dependability، ITU-T Recommendation (1994).

[HARD] W.C. Hardy: "QoS Measurement and Evaluation of Telecommunications Quality of Service", Wiley & Sons، 2001.

[HART] J. Hartung: "Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik", Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 13th meditation, 2002.

[LAW] A. M. Law, W. D. Kelton: "Simulation modeling and analysis", McGraw-Hill، 3rd edition, 2000.

[MOOD] Mood, Graybill, Boes: "Introduction to the theory of statistics", McCraw-Hill Statistics Series, 1974.

[VEN] Venables, W.N. and Ripley, B.D.: "Modern Applied Statistics with S-Plus", Springer Verlag, 1999.

پیوست پ

(آگاهی دهنده)

کلیه پارامترهای کیفیت خدمت تعریف شده و محاسبات آنها در این استاندارد براساس اندازه‌گیری میدانی بوده که نشان می دهد اندازه‌گیری‌ها براساس نظر مشتریان انجام شده است (دیدگاه انتها به انتهای کامل، با در نظر گرفتن نیازهای آزمون).

فرض می‌شود که مشتری، می‌تواند تلفن همراه و خدمات مورد نیاز خود را مدیریت کند (کنش‌پذیری[1] در این زمان محاسبه نمی‌شود). برای اندازه‌گیری فرض شده است که:

- خدمت در دسترس بوده و به هیچ دلیلی مسدود نمی شود
- مسیریابی بدون هیچگونه خطایی تعریف شده است
- تجهیزات مشترک هدف آماده پاسخگویی به تماس می باشد.

توصیه می‌شود مقادیر کیفیت خدمت اندازه‌گیری شده برای تحلیل‌های آماری تنها در تماس‌هایی در نظر گرفته شود که با موفقیت پایان یافته‌اند.

با این وجود، توصیه می‌شود مقادیر اندازه‌گیری شده تماس‌های ناموفق (به عنوان مثال تماس هایی که قطع شده‌اند) برای ارزیابی‌های اضافی در دسترس باشندT و بنابراین بهتر است ذخیره شوند.

اعمال سایر پیش شرط‌ها در صورتی مجاز است که منطقی باشد.

1 - Operability