INSO
7071-6
2nd.Revision
2015

جمهوری اسلامی ایران
Islamic Republic of Iran
سازمان ملی استاندارد ایران
Iranian National Standardization Organization

استاندارد ملی ایران
۷۰۷۱-۶
تجدیدنظر دوم
۱۳۹۳

تفسیر آماری داده‌ها- قسمت ۶: تعیین بازه‌های رواداری آماری

Statistical interpretation of data— Part 6: Determination of statistical tolerance intervals

ICS:03.120.30

به نام خدا

آشنایی باسازمان ملی استاندارد ایران

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک مادهٔ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

نام موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب یکصد و پنجاه و دومین جلسه شورای عالی اداری مورخ ۹۰/۶/۲۹ به سازمان ملی استاندارد ایران تغییر و طی نامه شماره ۲۰۶/۳۵۸۳۸ مورخ ۹۰/۷/۲۴ جهت اجرا ابلاغ شده است.

تدوین استاندارد در حوزه‌های مختلف در کمیسیون‌های فنی مرکب از کارشناسان سازمان، صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می‌شود وکوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانهٔ صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و وارد کنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان‌های دولتی و غیر دولتی حاصل می‌شود. پیش‌نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی نفع و اعضای کمیسیون‌های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیتهٔ ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به‌عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می‌شود.

پیش‌نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان‌های علاقه‌مند و ذی‌صلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می‌کنند در کمیتهٔ ملی طرح و بررسی و درصورت تصویب، به‌عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می‌شود. بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می‌شوند که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ تدوین و در کمیتهٔ ملی استاندارد مربوط که سازمان ملی استاندارد ایران تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

سازمان ملی استاندارد ایران از اعضای اصلی سازمان بین‌المللی استاندارد (ISO)[1]، کمیسیون بین‌المللی الکتروتکنیک (IEC)[2] و سازمان بین المللی اندازه شناسی قانونی (OIML)[3] است و به‌عنوان تنها رابط[4] کمیسیون کدکس غذایی (CAC)[5] در کشور فعالیت می‌کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی‌های خاص کشور، از آخرین پیشرفت‌های علمی، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود.

سازمان ملی استاندارد ایران می‌تواند با رعایت موازین پیش بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. سازمان می‌تواند به منظور حفظ بازارهای بین‌المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده کنندگان از خدمات سازمان‌ها و مؤسسات فعال در زمینهٔ مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدورگواهی سیستم های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست‌محیطی، آزمایشگاه‌ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، سازمان ملی استاندارد ایران این گونه سازمان‌ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامهٔ تأیید صلاحیت به آن‌ها اعطا و بر عملکرد آن‌ها نظارت می‌کند. ترویج دستگاه بین المللی یکاها، کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این سازمان است.

1- International Organization for Standardization
2 - International Electrotechnical Commission
3- International Organization of Legal Metrology (Organisation Internationale de Metrologie Legale)
4 - Contact point
5 - Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد

«تفسیر آماری داده‌ها- قسمت ۶: تعیین بازه‌های رواداری آماری»

رئیس:	**سمت و/ یا نمایندگی**
جعفری، زهرا (فوق لیسانس مدیریت صنعتی)	**کارشناس اداره کل استاندارد یزد**
دبیر:	
زحمت کش، مرضیه (فوق لیسانس مدیریت مالی)	**کارشناس اداره کل استاندارد یزد**
اعضاء: (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	
ارسلان، علیرضا (فوق لیسانس مدیریت)	**جهاد دانشگاهی یزد**
تقوی، محمد مسعود (فوق لیسانس کامپیوتر)	**کارشناس اداره کل استاندارد یزد**
حاتمی، راضیه (فوق لیسانس اقتصاد)	**کارشناس پایگاه داده ها شرکت نوسا**
حسینی، مهدیه سادات (فوق لیسانس حسابداری)	**مدرس دانشگاه پیام نور**
ماندگاری، مریم (فوق لیسانس مدیریت بهره‌وری)	**کارشناس اداره کل استاندارد یزد**
هادیان، الهام (لیسانس آمار)	**کارشناس شرکت پارس معیار سنجش ایساتیس**

فهرست مندرجات

	عنوان	صفحه
	آشنایی با سازمان ملی استاندارد	ب
	کمیسیون فنی تدوین استاندارد	ج
	پیش‌گفتار	ه
۱	هدف و دامنه کاربرد	۱
۲	مراجع الزامی	۱
۳	اصطلاحات و تعاریف، نمادها	۱
۴	رویه‌های اجرایی	۴
۵	مثال‌ها	۶
پیوست الف	(اطلاعاتی) عامل‌های دقیق k برای بازه‌های رواداری آماری برای توزیع نرمال	۱۴
پیوست ب	(اطلاعاتی) فرم‌هایی برای بازه‌های رواداری	۱۹
پیوست پ	(الزامی) عامل‌های حد رواداری آماری یک طرفه، $k_c (n; p; 1-\alpha)$، برای σ نامعلوم	۲۳
پیوست ت	(الزامی) عامل‌های حد رواداری آماری دو طرفه، $k_D (n; p; 1-\alpha)$، برای σ مشترک نامعلوم (m نمونه)	۲۸
پیوست ث	(الزامی) بازه‌های رواداری آماری نابسته به توزیع	۴۲
پیوست ج	(اطلاعاتی) محاسبه عامل‌های بازه‌های رواداری آماری پارامتری دو طرفه	۴۴
پیوست چ	(اطلاعاتی) ساختمان بازه رواداری آماری نابسته به توزیع برای هر نوع توزیع	۴۶
پیوست خ	(اطلاعاتی) کتاب‌نامه	۴۸

پیش گفتار

استاندارد «تفسیر آماری داده‌ها- قسمت ۶: تعیین بازه‌های رواداری آماری» نخستین بار در سال ۱۳۸۹ تدوین شد. این استاندارد بر اساس پیشنهادهای رسیده و بررسی توسط سازمان ملی استاندارد ایران و تایید کمیسیون‌های مربوط برای دومین بار مورد تجدیدنظر قرار گرفت و در یکصد و پنجاه و ششمین اجلاس کمیتهٔ ملی استاندارد مدیریت کیفیت مورخ ۱۳۹۳/۱۲/۲۵ تصویب شد. اینک به استناد بند یک مادهٔ ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات سازمان ملی استاندارد ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱، به‌عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود.

برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت‌های ملی و جهانی در زمینهٔ صنایع، علوم و خدمات، استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدید نظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدید نظر در کمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدید نظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

این استاندارد جایگزین استاندارد ملی ایران شماره ۶- ۷۰۷۱ سال ۱۳۸۹ می‌شود.

منبع و ماخذی که برای تهیهٔ این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

ISO 16269-6: 2014, Statistical interpretation of data - Part 6: Determination of statistical tolerance intervals

تفسیر آماری داده‌ها – قسمت ۶: تعیین بازه‌های رواداری آماری

۱ هدف و دامنه کاربرد

هدف از تدوین این استاندارد، تعیین رویه‌هایی اجرایی برای ایجاد بازه‌های رواداری است که حداقل یک نسبت مشخص از جامعه را با سطح اطمینانی مشخص شامل می‌شود. هر دو بازه رواداری آماری یک‌طرفه و دو طرفه فراهم شده‌اند، بازه یک‌طرفه یا حد بالا یا حد پایین دارد، در حالی‌که بازه دو طرفه دارای حد بالا و پایین است.

در این استاندارد دو رویه ارائه شده است، یک رویه پارامتری برای وقتی که ویژگی مورد مطالعه توزیعی نرمال دارد و رویه نابسته به توزیع[1] برای موردی که چیزی درباره توزیع معلوم نیست، جز این‌که پیوسته است. همچنین این استاندارد در مورد تشریح رویه اجرایی برای ایجاد بازه‌های رواداری آماری دو طرفه برای بیش از یک نمونه نرمال با واریانس مشترک نامعلوم کاربرد دارد.

۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی به آن‌ها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب آن مقررات جزئی از این استاندارد ملی محسوب می‌شود.

در صورتی که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد، اصلاحیه‌ها و تجدید نظرهای بعدی آن مورد نظر این استاندارد ملی نیست. در مورد مدارکی که بدون تاریخ انتشار به آن‌ها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدید نظر و اصلاحیه‌های بعدی آن‌ها مورد نظر است.

استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی‌است:

2-1 ISO 3534-1:2006, Statistics - Vocabulary and symbols - Part 1: General statistical terms and terms used in probability

2-2 ISO 3534-2:2006, Statistics - Vocabulary and symbols - Part 2: Applied statistics

۳ اصطلاحات و تعاریف، نمادها

۳-۱ اصطلاحات و تعاریف

در این استاندارد، علاوه بر اصطلاحات و تعاریفی که در استانداردهای ISO 3334-1 و ISO 3534-2 ارائه شده است، اصطلاحات و تعاریف زیر نیز به‌کار می‌رود:

۳-۱-۱

بازه رواداری آماری
Statistical tolerance interval

بازه‌ای از نمونه تصادفی که به این رویه تعیین شده است، می‌تواند سطح اطمینان مشخصی داشته باشد، که حداقل نسبت مشخصی از جامعه نمونه برداری را پوشش دهد.

---

1 - Distribution - free

یادآوری – سطح اطمینان در این استاندارد نسبت بلند مدت بازه‌های ساخته شده است، بدین طریق که حداقل نسبت مشخصی جامعه نمونه برداری شده را شامل خواهد شد.

۳-۱-۲

حد رواداری آماری
Statistical tolerance limit

آماره‌ای که نشان دهنده نقطه پایانی بازه رواداری آماری است.

یادآوری – بازه‌های رواداری آماری می‌توانند یک‌طرفه باشد، که در این مورد، آن‌ها حد رواداری آماری بالا یا پایین دارند یا دو طرفه باشد، که در این مورد هر دو حد را دارا است.

۳-۱-۳

پوشش
Coverage

نسبت اقلام در جامعه‌ای که در بازه رواداری آماری قرار دارد.

یادآوری – این مفهوم با مفهوم عامل پوشش که در «راهنمای بیان عدم قطعیت در اندازه‌گیری» [1](GUM) استفاده شده، اشتباه گرفته نشود.

۳-۱-۴

جامعه نرمال
Normal population

جامعه توزیع شده، به‌صورت نرمال است.

۳-۲ نمادها

در این استاندارد، نمادهای زیر به‌کار می‌رود:

i اندیس یک مشاهده

$k_1 (n; p; 1-\alpha)$ عامل استفاده شده برای تعیین x_L یا x_U، هنگامی‌که مقدار μ برای بازه رواداری یک‌طرفه معلوم و σ نامعلوم است.

$k_2 (n; p; 1-\alpha)$ عامل استفاده شده برای تعیین x_L یا x_U، هنگامی‌که مقدار μ برای بازه رواداری دو طرفه معلوم و σ نامعلوم است.

$k_3 (n; p; 1-\alpha)$ عامل استفاده شده برای تعیین x_L یا x_U، هنگامی‌که مقدار μ برای بازه رواداری یک‌طرفه نامعلوم و σ معلوم است.

$k_4 (n; p; 1-\alpha)$ عامل استفاده شده برای تعیین x_L یا x_U، هنگامی‌که مقدار μ و σ برای بازه رواداری دو طرفه نامعلوم است.

1 - Guide for the expression of uncertainly in measurement

k_c (n؛ p؛ 1- α) عامل استفاده شده برای تعیین x_L یا x_U، هنگامی‌که مقدار μ و σ برای بازه رواداری یک‌طرفه نامعلوم است. از آنجا که این عامل k در پیوست پ فهرست شده است، پسوند c برای آن انتخاب شده است.

k_D (n؛ p؛ 1- α) عامل استفاده شده برای تعیین x_{Li} یا x_u (i=1،2،3،……، m؛ m≥2)، هنگامی که مقادیر میانگین‌های μ_i و مقدار σ مشترک برای m بازه رواداری دو طرفه نامعلوم است. از آنجا که این عامل k در پیوست ت فهرست شده است، پسوند D برای آن انتخاب شده است.

n تعداد مشاهدات در نمونه

p مینیمم نسبت جامعه درخواست شده برای قرار گرفتن در بازه رواداری آماری

u_p چندک p توزیع نرمال استاندارد

x_j j امین مقدار مشاهده شده

x_{ij} j امین مقدار مشاهده شده (j= 1،2،3،……،m)، i امین نمونه (i= 1،2،3،……،n)

x_{max} ماکزیمم مقدار مقادیر مشاهده شده $x_{max} = \max \{x_1 ، x_2 \ldots ، x_n\}$

x_{mim} مینیمم مقدار مقادیر مشاهده شده $x_{mim} = \text{mim} \{x_1 ، x_2 \ldots ، x_n\}$

x_L j امین مقدار مشاهده شده

x_u j امین مقدار مشاهده شده

$\bar{x}$ میانگین نمونه،

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j$$

$\bar{x}_i$ میانگین نمونه i امین نمونه،

$$(i = 1,2,\ldots,m), \quad \bar{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$$

s انحراف معیار نمونه،

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(x_j - \bar{x}\right)^2} = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}}$$

s_i انحراف معیار استاندارد نمونه از i امین نمونه،

$$(i = 1,2,\ldots,m), \quad s_i = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij} - \bar{x}_i)^2}$$

s_p انحراف معیار استاندارد نمونه ادغام شده،

$$s_P = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}s_i^2}$$

$1-\alpha$ سطح اطمینان برای اطمینان از ادعای این‌که نسبت جامعه‌ای که در بازه رواداری قرار دارد بزرگ‌تر یا مساوی سطح مشخصی از p است.

μ میانگین جامعه

μ_i میانگین جامعه از i امین جامعه (i= 1،2،3،……،m)

σ انحراف معیار جامعه

۴ رویه‌های اجرایی

۴-۱ جامعه نرمال با واریانس معلوم و میانگین معلوم

هنگامی‌که مقادیر میانگین، μ، و واریانس، σ^2، جامعه‌ای با توزیع نرمال معلوم باشد، توزیع ویژگی‌های تحت بررسی کاملا تعیین شده‌اند. دقیقا نسبت p از جامعه وجود دارد:

الف - به سمت راست $x_L = \mu - u_\rho \times \sigma$ (بازه یک طرفه)؛

ب - به سمت چپ $x_U = \mu + u_\rho \times \sigma$ (بازه یک طرفه)؛

پ - بین $x_L = \mu - u_{(1+\rho)^2} \times \sigma$ و $x_U = \mu + u_{(1+\rho)^2} \times \sigma$ (بازه دو طرفه)؛

در روابط بالا μ_ρ چندک p از توزیع نرمال استاندارد، است.

یادآوری – روابط بالا با اطمینان ۱۰۰٪ صحیح هستند.

۴-۲ جامعه نرمال با واریانس معلوم و میانگین نامعلوم

هنگامی‌که یک یا دو پارامتر از توزیع نرمال معلوم نباشد و از یک نمونه تصادفی برآورد شده باشند، بازه‌هایی با مشخصه مشابه با بازه‌های بند ۴-۱ می‌تواند ایجاد شود. به‌عنوان مثال، در نظر می‌گیریم که میانگین نامعلوم و واریانس معلوم است. در این صورت عامل k به‌طور مداوم ظاهر می‌شود به طوری که بازه بین

$$x_L = \bar{x} - k\sigma \text{ and } x_U = \bar{x} + k\sigma$$

شامل حداقل یک نسبت p از جامعه با سطح اطمینان مشخص $1-\alpha$ است. به دو تفاوت مهم از وضعیت بند ۴-۱ که در آن پارامترها معلوم فرض می‌شوند، توجه شود. اولا هنگامی‌که یک یا بیش از یک پارامتر برآورد شده باشد، بازه حداقل نسبت p از جامعه را در برمی‌گیرد، در این مورد برخلاف بند ۴-۱، دقیقاً یک نسبت p از جامعه وجود ندارد. ثانیا هنگامی‌که پارامترها برآورد شده‌اند، این اظهار تنها با در نظر گرفتن یک سطح اطمینان از قبل مشخص $1-\alpha$، صحیح است. عامل k در حالتی که محدود به موارد ذکر شده در بالا است، به پارامترهای نامعلوم توزیع نرمال، نسبت p، سطح اطمینان $1-\alpha$ و تعداد مشاهدات نمونه تصادفی بستگی

دارد. عامل دقیق k در پیوست الف هنگامی‌که یکی از پارامترهای توزیع نرمال نامعلوم و دیگری معلوم است، ارائه شده است.

۳-۴ جامعه نرمال با واریانس نامعلوم و میانگین نامعلوم

فرم‌های الف و ب ارائه شده در پیوست ب برای موردی که در آن واریانس میانگین جامعه نرمال نامعلوم است، قابل اجرا می‌باشد. فرم الف در حالت یک‌طرفه به‌کار می‌رود، در حالی که فرم ب در حالت دو طرفه به‌کار می‌رود. فرم الف یا با جداول عامل‌های k در پیوست پ استفاده می‌شود یا از معادله دقیق در بند الف-۵ پیوست الف استفاده می‌کند. فرم ب همراه با عامل‌های k که در ستون اول جداول ت ارائه شده، استفاده می‌شود، جزئیات در مورد استخراج عامل‌های k که در پیوست ت آمده در پیوست ث ارائه شده است.

۴-۴ جامعه نرمال با واریانس مشترک نامعلوم و میانگین نامعلوم

فرم‌های پ ارائه شده در پیوست ب برای موردی که در آن واریانس و میانگین جامعه نرمال، هر دو نامعلوم است، قابل اجرا است. علاوه بر این واریانس‌ها برای تمام جوامع تحت بررسی یکسان در نظر گرفته شده‌اند، که در این صورت واریانس مشترک در نظر گرفته می‌شود.

۵-۴ هر نوع توزیع پیوسته نامعلوم

اگر ویژگی مورد بررسی، متغیری پیوسته از جامعه نامعلوم باشد، آن‌گاه امکان تعیین بازه رواداری آماری از مشاهدات طبقه‌بندی شده $X_{(i)}$ از یک نمونه از n مشاهده تصادفی مستقل وجود دارد. رویه اجرایی ارائه شده در فرم ت که در پیوست با جداول ت-۱ و ت-۲ استفاده شده، زمینه تعیین اندازه نمونه مورد نیاز را که بر اساس مقادیر طبقه‌بندی شده، یعنی سطح اطمینان مورد نظر و محتوای دلخواه قراردارد، فراهم می‌کند.

یادآوری ۱– بازه‌های رواداری آماری که در آن انتخاب نقاط پایانی (بر اساس مقادیر طبقه‌بندی شده) بستگی به جامعه مثال زده شده ندارد، بازه‌های رواداری آماری نابسته به توزیع نامیده می‌شود.

یادآوری ۲– این استاندارد رویه‌های اجرایی برای توزیع‌های نوع معلوم به غیر از توزیع‌های نرمال را فراهم می‌کند. به هر حال، اگر توزیع پیوسته باشد، رویه نابسته به توزیع، ممکن است مورد استفاده قرار گیرد. منابع علمی انتخابی که می‌تواند به تعیین بازه‌های رواداری برای توزیع‌های دیگر کمک کنند نیز در پایان این استاندارد ارائه شده است.

۵ مثال‌ها

۱-۵ داده‌ها برای مثال‌های ۱ و ۲

فرم‌های الف تا ب ارائه شده در پیوست ب توسط مثال‌هایی که از مقادیر عددی استاندارد ISO 2854:1976 بند ۲، پاراگراف ۱ توضیحات مقدماتی، جدول X، رشته ۱۲:۲ اندازه‌گیری از بار پاره‌کننده رشته کتان، تشریح شده‌اند. باید تذکر داده شود که تعداد مشاهداتی که برای این مثال‌ها در اینجا ارائه شده است، (n=12) به‌طور قابل ملاحظه‌ای کمتر از مشاهده توصیه شده در استاندارد ISO 2602 می‌باشد. داده‌های عددی و محاسبات در مثال‌های مختلف بر حسب سانتی‌نیوتن توضیح داده شده‌اند. (به جدول ۱ مراجعه شود).

جدول ۱- داده برای مثال‌های ۱ و ۲

مقدار برحسب سانتی - نیوتن

x	228,6	232,7	238,8	317,2	315,8	275,1	222,2	236,7	224,7	251,2	210,4	270,7

این اندازه‌گیری‌ها از دسته‌ای با ۱۲۰۰۰ قرقره که در یک کارگاه تولید شده، در ۱۲۰ بسته که هر کدام شامل ۱۰۰ قرقره بسته‌بندی شده، به‌دست آمده‌اند. دوازده جعبه به صورت تصادفی از دسته بیرون کشیده و یک قرقره به‌صورت تصادفی از هر کدام از این دسته‌ها انتخاب شده است. آزمونه‌ها با طول رشته 50cm از فاصله حدود 5cm از انتهای آزاد قرقره بریده شده است. این آزمونه‌ها در قسمت‌های مرکزی این آزمونه‌ها انجام شده‌اند. اطلاعات قبلی، این فرض را که بارهای پاره‌کننده‌ای که در این شرایط اندازه‌گیری شده‌اند، واقعا توزیع نرمالی دارند را قابل قبول می‌سازد. این موضوع در استاندارد ISO 2954:1976 اثبات شده که داده‌های فرض، توزیع نرمال را نقض نمی‌کنند.

داده‌های جدول ۱ نتایج موارد زیر را نتیجه می‌دهند:

اندازه نمونه:

N=12

میانگین نمونه:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j = 3024{,}1/12 = 252{,}01$$

انحراف معیار نمونه:

$$s = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{166\,772{,}27}{12\times 11}} = \sqrt{1\,263{,}426\,3} = 35{,}545$$

همچنین با استفاده از آزمون تصویری نمودار جعبه از نتایج پرتی که در استاندارد ISO 16269-4 ارائه شده است، می‌توان نتیجه گرفت که هیچ کدام از مقادیر داده نمی‌تواند به‌عنوان نتایج پرت با سطح اطمینان $\alpha = 0.05$ بیان شود.

نمایش رسمی محاسبات در مثال ۱ فقط برای فرم پ در پیوست الف ارائه می‌شود (بازه یک طرفه، واریانس نامعلوم و میانگین نامعلوم).

۲-۵ مثال ۱: بازه رواداری آماری یک‌طرفه با واریانس نامعلوم و میانگین نامعلوم

حد x_L چنین الزام شده است که ادعا کردن با سطح اطمینان $1-\alpha=0.95(095\%)$ امکان‌پذیر است، حداقل (٪۹۵/۰) ۰/۹۵ از بارهای پاره کننده اقلام در دسته هنگامی‌که تحت شرایط یکسان اندازه‌گیری شده‌اند، بالای x_L هستند. نمایش نتایج در جدول زیر به‌طور مفصل آمده است:

تعیین بازه رواداری آماری p:

الف- بازه یک‌طرفه «به سمت راست»

مقادیر تعیین شده:

ب- نسبت جامعه انتخاب شده برای بازه رواداری: $p=0.95$

پ- سطح اطمینان انتخاب شده: $1-\alpha=0.95$

ت- اندازه نمونه: n=12

مقدار عامل رواداری از جدول ت -۴:

$k_c\ (n; p; 1-\alpha)= 2.7364$

محاسبات:

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}x_j = 252{,}01$$

$$s=\sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n}x_j^2-\left(\sum_{j=1}^{n}x_j\right)^2}{n(n-1)}} = 35{,}545$$

$$k_C(n;p;1-\alpha)\times s = 97{,}2653$$

نتایج:

بازه یک‌طرفه «به سمت راست»

بازه رواداری که حداقل نسبت p جامعه با سطح اطمینان $1-\alpha$ را شامل خواهد شد، حد پایین دارد.

$$x_L=\overline{x}-k_C(n;p;1-\alpha)\times s = 154{,}7$$

۳-۵ مثال ۲: بازه رواداری آماری دو طرفه با واریانس نامعلوم و میانگین نامعلوم

فرض کنید که محاسبه حدود X_L و X_U مورد نیاز است و امکان ادعای سطح اطمینان $1-\alpha=0.95$ وجود دارد، که حداقل $p=0.90(0.90\%)$ از بارهای پاره‌کننده دسته، بین X_L و X_U قرار می‌گیرند.

جائی‌که ستون m=1 و n=12 در جدول ث -۴ ارائه می‌دهد:

$$k_D(n;1;p;1-\alpha)=2,6703$$

$$x_L=\overline{x}-k_D(n;1;p;1-\alpha)\times s=252,01-2,6703\times 35,545=157,0$$

$$x_U=\overline{x}+k_D(n;1;p;1-\alpha)\times s=252,01+2,6703\times 35,545=347,0$$

۴-۵ داده برای مثال‌های ۳ و ۴

فرض کنید قرار است درصد ناخالصی چهار دسته مخمر آبجو که هر دسته متعلق به فرویه‌ندگان متفاوت را اندازه‌گیری کنیم. درصد این چهار گروه به‌طور نرمال با میانگین نامعلوم μ_i، i =1،2،3،4 توزیع می‌شود. با توجه به تجارب قبلی فرویه‌ندگان، واریانس برای این چهار فرویه‌نده یکسان در نظر گرفته می‌شود. آزمون برای داده زیر خلاف این مورد را ثابت نمی‌کند. بنابراین فرض بر این است که داده‌ها دارای واریانس مشترک σ^2 هستند. محقق در نظر دارد بازه‌های رواداری آماری دو طرفه برای درصد ناخالصی هر چهار دسته را تعیین کند.

مقادیر نمونه‌های تصادفی با اندازه n=10 از چهار دسته در جدول ۲ ارائه شده است:

جدول ۲- داده برای مثال‌های ۳ و ۴

برحسب درصد

i	*j*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	20	18	16	21	19	17	20	16	19	18
2	19	14	17	13	10	16	14	12	15	11
3	11	12	14	10	8	10	13	9	12	8
4	10	7	11	9	6	11	8	12	13	14

یادآوری – j امین مقدار از i امین نمونه با x_{ij} مشخص شده است.

این نتایج حاصل موارد زیر است:

اندازه نمونه: n=10

تعداد نمونه‌ها: m=4

میانگین نمونه هر چهار دسته:

$$\overline{x}_1=184/10=18,4\ ;\quad \overline{x}_2=141/10=14,1\ ;\quad \overline{x}_3=107/10=10,7\ ;\quad \overline{x}_4=101/10=10,1$$

واریانس نمونه هر چهار دسته:

$$s_1^2=\frac{n\sum_{j=1}^{n}x_{1j}^2-\left(\sum_{j=1}^{n}x_{1j}\right)^2}{n(n-1)}=\frac{264}{10\times9}=2{,}9333\ ;\quad s_2^2=\frac{n\sum_{j=1}^{n}x_{2j}^2-\left(\sum_{j=1}^{n}x_{2j}\right)^2}{n(n-1)}=\frac{689}{10\times9}=7{,}6556$$

$$s_3^2=\frac{n\sum_{j=1}^{n}x_{3j}^2-\left(\sum_{j=1}^{n}x_{3j}\right)^2}{n(n-1)}=\frac{381}{10\times9}=4{,}2333\ ;\quad s_4^2=\frac{n\sum_{j=1}^{n}x_{4j}^2-\left(\sum_{j=1}^{n}x_{4j}\right)^2}{n(n-1)}=\frac{609}{10\times9}=6{,}7667$$

انحراف معیار استاندارد نمونه ادغام شده:

$$s_{\mathrm{P}}=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}s_i^2}=\sqrt{\frac{1}{4}(2{,}9333+7{,}6556+4{,}2333+6{,}7667)}=2{,}3232$$

درجه آزادی انحراف معیار استاندارد ادغام شده:

$$f=m(n-1)=nm-m=36$$

۵-۵ مثال ۳: بازه‌های رواداری آماری یک‌طرفه برای جوامع تفکیک‌پذیر با واریانس مشترک نامعلوم

فرض کنید قرار است بازه‌های رواداری آماری پایین‌تر برای چهار فرویه‌نده را محاسبه کنیم، به‌عبارتی، قرار است بازه‌هایی که شامل حداقل نسبت p برای تمام فرویه‌ندگان است را محاسبه کنیم. جدول پ قادر به ارائه پاسخ نیست، اما بازه‌ها همانند بازه‌های ارائه شده در مثال ۱ هستند، یعنی یک مقدار ثابت به انحراف معیار استاندارد برآوردی اضافه شده و از میانگین برآورد شده کم می‌شود.

$$x_{\mathrm{L}i}=\overline{x}_i-k(n_i;f;p;1-\alpha)\times s_{\mathrm{P}},$$

که در این صورت مقدار ثابت k (n_i ؛ f؛ p ؛ 1- α) به اندازه i امین نمونه و درجه آزادی انحراف معیار استاندارد ادغام شده بستگی دارد. حاصل عبارت، عدد ثابت در ستون الف -۵ در پیوست الف آمده است. به معادله (الف -۱۴) مراجعه شود.

$$k(n_i;f;p;1-\alpha)=\frac{1}{\sqrt{n_i}}t_{1-\alpha}(\sqrt{n_i}u_p;f),$$

جائی که $t_{1-\alpha}(\sqrt{n_i}u_\rho f)$ ،$1-\alpha$ چندک از توزیع غیر مرکزی t را با پارامتر غیر مرکزی $\sqrt{n_i}u_\rho$ و درجه آزادی f مشخص می‌کند. توزیع غیر مرکزی t، به ویژه چندک‌های آن‌ها در بسته نرم افزاری آماری موجود هستند. فرض کنید نسبت $p=0.95$ و سطح اطمینان $1-\alpha=0.95$ مطلوب است.

در این صورت $n_i = 10$ و $f = m(n-1) = nm-m = 36$، بنابراین عدد ثابت هنگامی‌که مقدار 0.95 از توزیع نرمال استاندارد $U_{0.95}= 1.6449$ قرار می‌گیرد به شرح زیر است:

$$k(10;36;0,95;0,95)=\frac{1}{\sqrt{10}}t_{0,95}(\sqrt{10}\times 1,6449;36)=2,3471,$$

مقادیر ارائه شده در جداول پیوست پ موارد خاصی هستند که درجه آزادی در آن با اندازه نمونه منهای ۱ یکسان است، که درجه آزادی انحراف معیار استاندارد بر اساس اندازه نمونه مجزای n به‌صورت زیر است:

$$k_C(n;p;1-\alpha)=k(n;n-1;p;1-\alpha)=\frac{1}{\sqrt{n}}t_{1-\alpha}(\sqrt{n}u_p;n-1),$$

به‌عبارتی در موارد خاص، هنگامی‌که درجه آزادی از برآورد واریانس n-1 است.

در زیر حدود رواداری آماری یک‌طرفه برای چهار دسته ارائه شده است.

دسته اول:

$$x_{L1}=\bar{x}_1-k(n_1;v;p;1-\alpha)\times s_P=18,40-2,3471\times 2,3232=12,94$$

دسته دوم:

$$x_{L2}=\bar{x}_2-k(n_2;v;p;1-\alpha)\times s_P=14,10-2,3471\times 2,3232=8,64$$

دسته سوم:

$$x_{L3}=\bar{x}_3-k(n;v;p;1-\alpha)\times s_P=10,70-2,3471\times 2,3232=4,66$$

دسته چهارم:

$$x_{L4}=\bar{x}_4-k(n;v;p;1-\alpha)\times s_P=10,10-2,3471\times 2,3232=4,06$$

در صورت نیاز به حدود رواداری آماری بالایی، مقادیر یکسان ترکیب می‌شوند جز در مواردی که خطای استاندارد در بازه‌های زمانی ثابت به میانگین برآورد شده اضافه می‌شوند.

۶-۵ مثال ۴: بازه‌های رواداری آماری دو طرفه برای جوامع تفکیک‌پذیر با واریانس مشترک نامعلوم

مورد ۱- محاسبه برای همه دسته‌ها (m=4)

جدول ت-۵ در پیوست ت برای $\rho = 0.95$ و $f= m\,(n-1) = 4(10-1) =36$ و $n=10$ و $m=4$ و $1-\alpha = 0.95$ ارائه شده است و مقدار عامل رواداری آماری دو طرفه برای واریانس مشترک نامعلوم σ^2 به‌صورت زیر است

$$k_D(n;m;p;1-\alpha)=2,5964.$$

حدود رواداری آماری دو طرفه به‌طور همزمان برای تمام دسته‌ها محاسبه شده که به‌صورت زیر است:

دسته اول:

$$x_{L1} = \bar{x}_1 - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P = 18,40 - 2,5964 \times 2,3232 = 12,36$$

$$x_{U1} = \bar{x}_1 + k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P = 18,40 + 2,5964 \times 2,3232 = 24,44$$

دسته دوم:

$$x_{L2} = \bar{x}_2 - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P = 14,10 - 2,5964 \times 2,3232 = 8,06$$

$$x_{U2} = \bar{x}_2 + k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P = 14,10 + 2,5964 \times 2,3232 = 20,14$$

دسته سوم:

$$x_{L3} = \bar{x}_3 - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P = 10,70 - 2,5964 \times 2,3232 = 4,66$$

$$x_{U3} = \bar{x}_3 + k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P = 10,70 + 2,5964 \times 2,3232 = 16,74$$

دسته چهارم:

$$x_{L4} = \bar{x}4 - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P = 10,10 - 2,5964 \times 2,3232 = 4,06$$

$$x_{U4} = \bar{x}_4 + k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P = 10,10 + 2,5964 \times 2,3232 = 16,14$$

یادآوری – برای نگه‌داشتن یکپارچگی عبارت سطح اطمینان، حدودپایینی به‌طرف پایین و حدود بالایی به‌طرف بالا (در دومین اعشار) گرد شده‌اند.

مورد ۲- محاسبه تکی هر دسته (m=1)

محاسبه حدود رواداری به‌طور جداگانه برای هر دسته امکان‌پذیر است. برای $p = 0.95$ و f= m (n-1) = 1(10-1) =9 و n=10 و m=1 و $1-\alpha = 0.95$، ارزش عامل رواداری آماری دو طرفه برای واریانس مشترک نامعلوم σ^2 برابر است با:

$$k_D(10;1;0,95;0,95) = 3,3935$$

و در پیوست ت (جدول ت-۴) ارائه شده است.

انحراف معیار استاندارد نمونه چهار دسته:

$$s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{2,9333} = 1,7127 \; ; \quad s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{7,6556} = 2,7669$$

$$s_3 = \sqrt{s_3^2} = \sqrt{4,2333} = 2,0575 \; ; \quad s_4 = \sqrt{s_4^2} = \sqrt{6,7667} = 2,6013$$

بنابراین حدود رواداری آماری دو طرفه به شرح زیر است:

دسته اول:

$$x_{L1} = \bar{x}_1 - k_D(n;m;0{,}95;0{,}95)\times s_1 = \bar{x}_1 - k_D(10;1;0{,}95;0{,}95)\times s_1$$
$$= 18{,}40 - 3{,}3935\times 1{,}7127 \quad = 12{,}58$$
$$x_{U1} = \bar{x}_1 + k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_1 = \bar{x}_1 + k_D(10;1;0{,}95;0{,}95)\times s_1$$
$$= 18{,}40 + 3{,}3935\times 1{,}7127 \quad = 24{,}22$$

دسته دوم:

$$x_{L2} = \bar{x}_2 - k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_2 = \bar{x}_2 - k_D(10;1;p;1-\alpha)\times s_2$$
$$= 14{,}10 - 3{,}3935\times 2{,}7669 \quad = 4{,}70$$
$$x_{U2} = \bar{x}_2 + k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_2 = \bar{x}_2 + k_D(10;1;p;1-\alpha)\times s_2$$
$$= 14{,}10 + 3{,}3935\times 2{,}7669 \quad = 23{,}50$$

دسته سوم:

$$x_{L3} = \bar{x}_3 - k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_3 = \bar{x}_3 - k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_3$$
$$= 10{,}70 - 3{,}394\times 2{,}0575 \quad = 3{,}71$$
$$x_{U3} = \bar{x}_3 + k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_3 = \bar{x}_3 + k_D(10;1;p;1-\alpha)\times s_3$$
$$= 10{,}70 + 3{,}3935\times 2{,}0575 \quad = 17{,}69$$

دسته چهارم:

$$x_{L4} = \bar{x}_4 - k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_4 = \bar{x}_4 - k_D(10;1;p;1-\alpha)\times s_4$$
$$= 10{,}10 - 3{,}3935\times 2{,}6013 \quad = 1{,}27$$
$$x_{U4} = \bar{x}_4 + k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_4 = \bar{x}_4 + k_D(10;1;p;1-\alpha)\times s_4$$
$$= 10{,}10 + 3{,}3935\times 2{,}6013 \quad = 18{,}93$$

هنگام مقایسه نتیجه دو دسته، می‌توان اظهار نمود که بازه‌های رواداری آماری برای دسته‌های ۲، ۳و ۴ در مورد ۱ به‌طور قابل توجه‌ای کوچک‌تر از مورد ۲ است. اما بازه رواداری آماری برای دسته اول فقط کمی بزرگ‌تر از مورد ۲ است. توضیح این که مقدار ثابت K_D در مورد ۱ نسبت به مورد ۲ کوچک‌تر است، زیرا درجه آزادی در مورد ۱ بزرگ‌تر هستند. دسته اول کوچک‌ترین انحراف معیار برآورد شده را دارد و این افزایش در عدد ثابت K_D را جبران می‌کند.

نتیجه می‌گیریم که بازه‌های رواداری آماری که به‌طور هم‌زمان برای چندین جامعه محاسبه شده‌اند، می‌توانند بر بازه‌های کوچک‌تر از بازه‌های رواداری آماری که برای هر نمونه تصادفی به‌طور جداگانه محاسبه و باعث شده‌اند که جامعه نرمال واریانس یکسان داشته باشند، تقدم داشته باشند. این ویژگی مطلوب از این حقیقت ناشی می‌شود که به‌طور متوسط برآورد واریانس محاسبه شده از چند نمونه تصادفی، بهتر از برآورد واریانس محاسبه شده از یک نمونه تصادفی است، زیرا مورد دومی بر پایه تعداد مشاهدات کمتری قرار دارد.

۷-۵ مثال ۵: هر نوع توزیع نامعلوم

فرض کنید یک نمونه X_1، X_2، ..... ، X_n از مشاهدات تصادفی مستقل در جامعه را داشته باشیم (پیوسته، گسسته، مرکب) و به‌صورت $x_1 \le x_2 \le ..... \le x_n$ مرتب شده باشند.

ممکن است بخواهیم اندازه نمونه مورد نیاز برای رسیدن به حداقل سطح اطمینان $100(1-\alpha)\%$ که حداقل $100p\%$ جامعه بین کوچک‌ترین v امین مشاهده (به‌عبارتی مقدار طبقه‌بندی شده $x_{(v)}$) و بزرگ‌ترین w امین مشاهده (به‌عبارتی مقدار طبقه‌بندی شده $x_{(n-w+1)}$) قرار گرفته است را تعیین کنیم.

۱- اندازه نمونه n مورد نیاز برای به‌دست آوردن حداقل سطح اطمینان 0.95% که حداقل 0.99% از مقادیر اندازه‌گیری شده جامعه بین مینیمم و ماکزیمم مشاهدات قرار گرفته است، به‌عبارتی بین اولین (v=1) و n امین (w = 1) مقادیر طبقه‌بندی شده نمونه را تعیین می‌کنیم.

بر اساس توضیحات بالا $p = 0.99$ و v + w = 2 و $1-\alpha = 0.95$ است. حداقل اندازه نمونه تعیین شده از جدول ت-۱، مقدار ۴۷۳ است. (سطح اطمینان واقعی 95.0020% است). چند مثال در زیر ارائه شده است.

۲- اندازه نمونه n مورد نیاز برای به‌دست آوردن حداقل سطح اطمینان 0.95% که حداقل 0.95% از مقادیر اندازه‌گیری شده جامعه، بزرگ‌تر یا مساوی با حداقل مشاهدات طبقه‌بندی شده هستند، (v = 1 و w = 0) را تعیین می‌کنیم.

بر اساس توضیحات بالا $p = 0.95$ و v + w = 1 و $1-\alpha = 0.95$ است. حداقل اندازه نمونه تعیین شده از جدول ت -۱، مقدار ۵۹ است. (سطح اطمینان واقعی 95.151% است).

۳- اندازه نمونه n مورد نیاز برای به‌دست آوردن حداقل سطح اطمینان 0.95% که حداقل 0.99% واحدهای جامعه با بیش از یک واحد ناهمگون مجاز در نمونه قابل قبول هستند، را تعیین می‌کنیم.

بر اساس توضیحات پیوست چ، v + w= 2 (v + w - 1=1 زیرا ماکزیمم تعداد مجاز اقلام ناهمگون در نمونه، ۱ است)، $p = 0.99$ و $1-\alpha = 0.95$، مینیمم اندازه نمونه تعیین شده از جدول ث-۱ مقدار ۴۷۳ است. (سطح اطمینان واقعی 95.020% است). توجه شود که این نتایج همانند نتایج اولین مثال در این قسمت است.

۴- فرض کنید، پیش‌بینی می‌شود که توزیع X دارای دنباله طولانی باشد (یعنی مقادیر زیاد مثبت و منفی تولید می‌کند) و معیارهای اضافی برای اطمینان از این که نتایج بازه‌های رواداری آماری دارای درجه اعتبار است، لازم هستند. آزمایشگر تصمیم می‌گیرد تا مقادیر طبقه‌بندی شده بالایی و پایینی را حذف کند، همان طور که بازه رواداری آماری بین پنجمین مقدار طبقه‌بندی شده کوچک (v = 5) و بزرگ (w = 5) قرار گرفته است. اندازه نمونه n مورد نیاز برای به‌دست آوردن حداقل سطح اطمینان 0.90 درصد که حداقل 0.99 مقادیر اندازه‌گیری شده جامعه در این بازه قراردارد، را تعیین می‌کنیم.

بر اساس توضیحات بالا در پیوست چ، $p = 0.99$ وv + w=10 و $1-\alpha = 0.95$ است. مینیمم اندازه نمونه تعیین شده از جدول ث–۱ مقدار 0.01418 (سطح اطمینان واقعی 90.000% است) و مقادیر طبقه‌بندی شده مربوط $X_{(5)}$ و $X_{(1414)}$ هستند.

پیوست الف

(اطلاعاتی)

عامل‌های دقیق k برای بازه‌های رواداری آماری برای توزیع نرمال

پیوست الف عامل‌های دقیق k را برای محاسبه بازه‌های رواداری بر اساس نمونه نرمال ساده، ارائه می‌دهد. در این پیوست، نمونه‌ای با اندازه n از توزیع $N(\mu,\sigma)$ در نظر گرفته شده است. $\bar{X}$ و S ارائه شده به‌ترتیب میانگین نمونه و انحراف معیار استاندارد نمونه هستند. در ابتدا، ما فرض می‌کنیم که $\bar{X}$ و S از نمونه یکسان برآورد شده‌اند، و در این مورد توزیع X^2، $(n-1)s^2/\sigma^2$، n-1 درجه آزادی دارد. اما ممکن است برآورد مستقلی از انحراف معیار با درجه‌های آزادی f داشته باشیم، جایی که به‌طور معمول f از n-1 بزرگ‌تر است. برای مثال، اگر برآورد انحراف معیار استاندارد بر اساس چندین نمونه مستقل با انحراف معیار مشترک استاندارد باشد یک حالت خاص است. معادله‌های دقیق به‌آسانی برای ارتباط با این وضعیت اصلاح شده‌اند.

نوع بازه	میانگین	انحراف معیار استاندارد	نماد
یک‌طرفه	معلوم	نامعلوم	k_1 (n، p، 1- α)
دو طرفه	معلوم	نامعلوم	k_2 (n، p، 1- α)
یک‌طرفه	نامعلوم	معلوم	k_3 (n، p، 1- α)
دو طرفه	نامعلوم	معلوم	k_4 (n، p، 1- α)
یک‌طرفه	نامعلوم	نامعلوم	k_c (n، p، 1- α)

الف – ۱ بازه رواداری آماری یک‌طرفه با میانگین معلوم و انحراف معیار استاندارد نامعلوم

بازه ($-\infty, \mu + u_p\sigma$) شامل یک نسبت p از جامعه است، و اگر

$$\mu + ks > \mu + u_p\sigma,$$

در آن موقع بازه ($-\infty, \mu + ks$) شامل یک نسبت از جامعه خواهد بود، که بزرگ‌تر از ρ است.

ما قصد مشخص کردن k را داریم، به‌طوری که این با احتمال $1-\alpha$ نشان داده می‌شود

$$P(\mu + ks > \mu + u_p\sigma) = P\left(\frac{s}{\sigma} > \frac{u_p}{k}\right) = 1-\alpha \qquad \text{(الف- ۱)}$$

توزیع s^2/σ^2، $\chi^2/(n-1)$ با n -1 درجه آزادی، بنابراین آن از تابع قبلی در معادله (الف – ۱) حاصل شده است

$$\frac{u_p}{k} = \sqrt{\frac{\chi^2_\alpha(n-1)}{n-1}} \qquad \text{(الف – ۲)}$$

بنابراین:

$$k = u_p \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi^2_\alpha(n-1)}}$$

در اینجا $\chi^2_\alpha(n-1)$، چندک α از توزیع χ^2 با n -1 درجه آزادی است، بنابراین، این مقداری است که با احتمال $1-\alpha$ توسط متغیر تصادفی $s^2(n-1)/\sigma^2$ افزایش می‌یابد.
متغیر k در معادله (الف -۲)، k_1 (n؛ p؛ 1- α) است.

الف – ۲ بازه رواداری آماری دو طرفه با میانگین معلوم و انحراف معیار استاندارد نامعلوم

بازه $[\mu+u_{\frac{1-p}{2}}\sigma,\mu+u_{\frac{1+p}{2}}\sigma]$ شامل یک نسبت p از جامعه است، و اگر

$$\mu+ks>\mu+u_p\sigma,$$

آن‌گاه بازه $[\mu-ks,\mu+ks]$ شامل یک نسبت از جامعه که بزرگ‌تر از p است، خواهد بود. ما قصد مشخص کردن k را داریم، همان طور که این با احتمال $1-\alpha$ اتفاق می‌افتد.

(الف-۳)
$$P\left(\mu+ks>\mu+u_{\frac{1+p}{2}}\sigma\right)=P\left(\frac{s}{\sigma}>\frac{1}{k}u_{\frac{1+p}{2}}\right)=1-\alpha$$

توزیع s^2/σ^2، $\chi^2/(n-1)$ با n -1 درجه آزادی، در ادامه آخرین تساوی در معادله (الف – ۳) می‌آید یعنی

(الف – ۴)
$$\frac{1}{k}u_{\frac{1+p}{2}}=\sqrt{\frac{\chi^2_\alpha(n-1)}{n-1}}$$

بنابراین

$$k=u_{\frac{1+p}{2}}\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi^2_\alpha(n-1)}}.$$

در اینجا $\chi^2_\alpha/(n-1)$، چندک α از توزیع χ^2 با n -1 درجه آزادی است، بنابراین، این مقداری است که با احتمال $1-\alpha$ توسط متغیر تصادفی $s^2(n-1)/\sigma^2$ افزایش می‌یابد.
متغیر k در معادله (الف - ۴)، k_2 (n؛ p؛ 1- α) است.

الف–۳ بازه رواداری آماری یک‌طرفه با میانگین نامعلوم و انحراف معیار استاندارد معلوم

پیدا کردن k ای که $\bar{X}+k\sigma$ آن را در جایی که حداقل یک نسبت p از جامعه زیر $\bar{X}+k\sigma$ است، راضی کند. توجه که $\mu+u_p\sigma$ مفهومی از حد رواداری جامعه است که دقیقاً یک نسبت p از جامعه، پایین آن حد است. بنابراین اگر

$$\bar{x}+k\sigma\geq\mu+u_p\sigma,$$

بنابراین، آن نسبت از جامعه که کوچک‌تر از $\mu+k\sigma$ است، حداقل p می‌باشد. بنابراین احتمال آن که یک نسبت از جامعه حداقل p باشد $1-\alpha$ است، اگر

(الف-۵)

$$P(\bar{x}+k\sigma \geq \mu + u_p\sigma) = 1-\alpha.$$

عبارت سمت چپ معادله (الف – ۵) به‌صورت زیر می‌تواند بازنویسی شود

$$P\left(\bar{x}+k\sigma \geq \mu + u_p\sigma\right) = P\left(\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma} \geq \sqrt{n}u_p - \sqrt{n}k\right) = 1-\alpha \qquad \text{(الف – ۶)}$$

متغیر $\frac{\sqrt{n}(\bar{X}-\mu)}{\sigma}$ در معادله (الف – ۶) دارای توزیع نرمال استاندارد است، در ادامه آخرین تساوی در (الف -۶) می‌آید که

$$\sqrt{n}u_p - \sqrt{n}k = u_\alpha,$$

که به‌صورت زیر هم می‌تواند بازنویسی شود

$$k = \frac{1}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha} + u_p \qquad \text{(الف – ۷)}$$

متغیر k در معادله (الف - ۷)، k_3 (n؛ p؛ 1- α) است.

توزیع، بر اساس بازه رواداری بالایی بود، همین معادله بر روی بازه رواداری آماری پایینی هم اعمال می‌شود و $X_L = \bar{X} - k_3(n؛ 1-p؛\alpha)$ حد پایین‌تر یک بازه روداری پایینی یک‌طرفه است.

الف–۴ بازه رواداری آماری دو طرفه با میانگین نامعلوم و انحراف معیار استاندارد معلوم

جواب دقیق کلی برای عامل k، آن k ای است که معادله را کامل می‌کند

$$P\left(\mu + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - k\sigma \leq X \leq \mu + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} + k\sigma\right) = p, \qquad \text{(الف – ۸)}$$

در جایی که χ، دارای توزیع $N(\mu؛\sigma)$ است. این می‌تواند برای ارائه معادله دقیقی برای K، در عبارت‌های تابع یک توزیع χ^2 غیر مرکزی با یک درجه آزادی بازنویسی شود.

اما ابتدا ثابت کنیم که چرا k در معادله (الف – ۸) جواب است. احتمال این که میانگین ساده $\bar{X}$ در بازه محدود به $\mu \pm U_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ باشد، $1-\alpha$ است.

بنابراین نسبت بازه‌هایی که توسط $\bar{X}+k\sigma$ محدود شده‌اند و مراکزشان درون بازه محدود به $\mu \pm U_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ است، $1-\alpha$ است.

اکنون k را در معادله (الف – ۸) قرار می‌دهیم. با در نظر گرفتن توزیع $N(\mu؛\sigma)$، واضح است که همه بازه‌های کراندار توسط $\bar{X}+k\sigma$ دارای احتمال بزرگ‌تر یا مساوی با p هستند اگر و تنها اگر، در صورتی که $\bar{X}$ در بازه محدود به $\mu \pm U_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ باشد، لیکن احتمال این اتفاق $1-\alpha$ است.

در صورتی که $b = U_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}}$ و U که بر $N(\mu,\sigma)$ یک تساوی متغیر تصادفی توزیع شده دلالت دارد، معادله (الف – ۸) می‌تواند به‌صورت زیر بازنویسی شود

$$P\left(\mu+u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}-k\sigma\le X\le\mu+u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}+k\sigma\right) = \quad \text{(الف – ۹)}$$

$$P\left(-k\sigma\le X-\mu-u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le k\sigma\right) =$$

$$P\left(-k\le\frac{X-\mu}{\sigma}-u_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}}\le k\right) =$$

$$P([U-b]^2\le k^2)=p.$$

در اینجا $[U-b]^2$ یک توزیع χ^2 غیر مرکزی با یک درجه آزادی و پارامتر غیر مرکزی $b^2=(U_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}})^2$ دارد، با توجه به آخرین تساوی در معادله (الف – ۹)

$$k^2=\chi_p^2\left(1,\left(u_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right) \quad \text{(الف – ۱۰)}$$

و

$$k=\sqrt{\chi_p^2\left(1,\left(u_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right)},$$

جایی‌که $\chi_p^2(1,k^2)$ بر چندک p از توزیع χ^2 غیرمرکزی با درجه آزادی ۱ و پارامتر غیر مرکزی b^2 دلالت دارد.

متغیر k در معادله (الف -۱۰)، k_4 (n؛ p؛ 1- α) است.

الف–۵ بازه رواداری آماری یک‌طرفه با میانگین نامعلوم و انحراف معیار استاندارد نامعلوم

قرار است k را در $\bar{X}+ks$ پیدا کنیم، به‌طوری که حداقل یک نسبت p از جامعه زیر $\bar{X}+ks$ است، کامل می‌کند. دقت کنید که $\mu+U_p\sigma$ حد رواداری جامعه است به مفهوم این که دقیقا یک نسبت p از جامعه در زیر آن حد قرار دارد. حال اگر

$$\bar{x}+ks\ge\mu+u_p\sigma$$

در آن موقع چندک جامعه‌ای که کوچک‌تر از $\bar{X}+ks$ است، در حداقل p است.

بنابراین احتمال این که یک نسبت جامعه حداقل p باشد، $1-\alpha$ است

$$P(\bar{x}+ks\ge\mu+u_p\sigma)=1-\alpha.$$

(الف–۱۱)

که به‌صورت زیر هم می‌تواند بازنویسی شود

$$P(\bar{x}+ks \geq \mu+u_p\sigma) = P(\bar{x}-\mu-u_p\sigma \geq -ks) =$$
$$P(\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)-\sqrt{n}u_p\sigma \geq -\sqrt{n}ks) = P\left(\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma}-\sqrt{n}u_p \geq -\sqrt{n}k\frac{s}{\sigma}\right) =$$
$$P\left(\frac{-\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma}+\sqrt{n}u_p}{\frac{s}{\sigma}} \leq \sqrt{n}k\right) = 1-\alpha \qquad \text{(الف – ۱۲)}$$

اینجا،

$$\frac{-\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma}+\sqrt{n}u_p}{\frac{s}{\sigma}}$$

تابع فوق یک توزیع غیر مرکزی با n-1 درجه آزادی و پارامتر غیر مرکزی $\sqrt{n}u_p$ دارد. بنابراین، از آخرین تساوی از بین تساوی‌های معادله (الف -۱۲) که $\sqrt{n}k = t_{1-\alpha}(\sqrt{n}u_p, n-1)$ حاصل می‌شود، و معادله دقیق برای k به‌صورت زیر است

$$k = \frac{1}{\sqrt{n}}t_{1-\alpha}(\sqrt{n}u_p, n-1). \qquad \text{(الف – ۱۳)}$$

متغیر k در معادله (الف -۱۳)، (k_c (n؛ p؛ 1- α) است. عامل (n؛ p؛ 1- α) برای α = 0.90؛0.95؛ 0.99 ؛ 0.999 و $p = 0.90$ و 0.99 ارائه شده است. مقادیر جدول‌بندی شده دقیقا بر اساس ارقام اعشاری داده شده هستند.

در مورد برآورد واریانس و s^2، مورد استفاده در نتیجه، یک توزیع χ^2 با f درجه آزادی دارد، برای مثال به این علت که واریانس از چندین نمونه مستقل با واریانس مشترک برآورده شده است. عامل k به‌صورت زیر است

$$k(n; f; p; 1-\alpha) = \frac{1}{\sqrt{n}}t_{1-\alpha}(\sqrt{n}u_p, f) \qquad \text{(الف – ۱۴)}$$

پیوست ب

(اطلاعاتی)

فرم‌هایی برای بازه‌های رواداری

فرم الف- بازه رواداری آماری یک‌طرفه (واریانس نامعلوم)

تعیین بازه رواداری آماری یک‌طرفه با پوشش p در سطح اطمینان $1-\alpha$:

الف- بازه یک‌طرفه «به سمت چپ»

ب- بازه یک‌طرفه «به سمت راست»

مقادیر معلوم:

پ- واریانس σ^2 =

ت- انحراف معیار= σ

مقادیر تعیین شده:

ث- نسبت جامعه انتخاب شده برای بازه رواداری: p

ج- سطح اطمینان انتخاب شده: $1-\alpha$

چ- اندازه نمونه: n=

عامل جدول‌بندی شده:

$k_C(n;p;1-\alpha)$ =

این مقدار می‌تواند از جدول‌های ارائه شده در پیوست پ برای گستره مقادیر n،p و $1-\alpha$ خوانده شود.

محاسبات:

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}x_j=$$

$$;\ s=\sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n}x_j^2-\left(\sum_{j=1}^{n}x_j\right)^2}{n(n-1)}}=$$

$k_C(n;p;1-\alpha)\times s$ =

نتایج:

الف- بازه یک‌طرفه «به سمت چپ»

بازه رواداری آماری دو طرفه با پوشش p در سطح اطمینان $1-\alpha$ حد بالا دارد

$$x_U=\bar{x}+k_C(n;p;1-\alpha)\times s=$$

الف- بازه یک‌طرفه «به سمت راست»

بازه رواداری آماری دو طرفه با پوشش p در سطح اطمینان $1-\alpha$ حد پایین دارد

$$x_L=\bar{x}-k_C(n;p;1-\alpha)\times s=$$

فرم ب- بازه رواداری آماری دو طرفه (واریانس نامعلوم)

تعیین بازه رواداری آماری یک‌طرفه با پوشش p در سطح اطمینان $1-\alpha$:

مقادیر معلوم:

الف- نسبت جامعه انتخاب شده برای بازه رواداری: $p =$

ب- سطح اطمینان انتخاب شده: $1-\alpha$

پ- اندازه نمونه: n=

عامل جدول‌بندی شده:

$$k_{\mathrm{D}}(n;1;p;1-\alpha) =$$

این مقدار می‌تواند از جدول‌های ارائه شده در پیوست ت برای گستره مقادیر p، n و $1-\alpha$ خوانده شود.

محاسبات:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j =$$

$$s = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} =$$

$$k_{\mathrm{D}}(n;1;p;1-\alpha) \times s =$$

نتایج:

بازه رواداری آماری دو طرفه با پوشش p در سطح اطمینان $1-\alpha$ حدود زیر را دارد

$$x_{\mathrm{L}} = \overline{x} - k_{\mathrm{D}}(n;1;p;1-\alpha)\times s =$$

$$x_{\mathrm{U}} = \overline{x} + k_{\mathrm{D}}(n;1;p;1-\alpha)\times s =$$

فرم پ- بازه رواداری آماری دو طرفه (واریانس مشترک نامعلوم)

تعیین بازه رواداری آماری دو طرفه با پوشش p در سطح اطمینان $1-\alpha$:

مقادیر تعیین شده:

الف- نسبت جامعه انتخاب شده برای بازه رواداری: $p =$

ب- سطح اطمینان انتخاب شده: $1-\alpha$

پ- اندازه نمونه: n=

عامل جدول‌بندی شده:

$k_D(n;1;p;1-\alpha) =$

این مقدار می‌تواند از جدول‌های ارائه شده در پیوست ت برای گستره مقادیر n،p و $1-\alpha$ خوانده شود.

محاسبات:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} =$$

$$s_P = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i^2} =$$

$$k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P =$$

نتایج:

بازه رواداری آماری دو طرفه با پوشش p در سطح اطمینان $1-\alpha$ حدود زیر را دارد

$$x_{Li} = \bar{x}_i - k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_P =$$

$$x_{Ui} = \bar{x}_i + k_D(n;m;p;1-\alpha)\times s_P =$$

$(i = 1,2,...,m;\ m \geq 2)$

فرم ت- بازه رواداری آماری برای هر توزیع

تعیین بازه رواداری آماری نابسته به توزیع دو طرفه با پوشش p در سطح اطمینان $1-\alpha$:

الف- بازه بالایی یک طرفه

$$(-\infty, X_{(n-w+1)}]$$

ب- بازه پایینی یک طرفه

$$[X_{(v)}, +\infty)$$

پ- بازه دو طرفه

$$[X_{(v)}, X_{(n-w+1)}]$$

مقادیر تعیین شده:

ت- نسبت جامعه انتخاب شده برای بازه رواداری: $p =$

ث- سطح اطمینان انتخاب شده: .... = $1 - \alpha$

ج- v امین کوچک‌ترین مقدار X برای استفاده: ..... = v

چ- w امین کوچک‌ترین مقدار X برای استفاده: ..... = w

یادآوری- v به‌صورت 0 برای بازه یک‌طرفه بالایی یا w به‌صورت 0 برای بازه یک‌طرفه پایینی مشخص شده است.

مقدار جدول‌بندی شده:

اندازه نمونه برای p داده شده و $1-\alpha$، و v + w:

این مقدار می‌تواند از جدول ث برای گستره مقادیر p و $1-\alpha$ خوانده شود.

محاسبات و نتایج:

برای رواداری آماری طرفه با پوشش p در سطح اطمینان دارد یک:

حد پایین:

$$X_{(v)} = X_{(_____)} = _____$$

و

حد بالا:

$$X_{(n-w+1)} = X_{(_____)} = _____$$

پیوست پ

(الزامی)

عامل‌های حد رواداری آماری یک طرفه، $k_c(n; p; 1-\alpha)$، برای σ نامعلوم

جدول پ-۱ سطح اطمینان ٪۹۹/۰

$(1-\alpha = 0{,}90)$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
2	10,2528	13,0898	18,5001
3	4,2582	5,3115	7,3405
4	3,1879	3,9566	5,4383
5	2,7424	3,3999	4,6660
6	2,4937	3,0919	4,2426
7	2,3327	2,8938	3,9721
8	2,2186	2,7543	3,7826
9	2,1329	2,6500	3,6415
10	2,0657	2,5684	3,5317
11	2,0113	2,5027	3,4435
12	1,9662	2,4483	3,3707
13	1,9281	2,4025	3,3095
14	1,8954	2,3632	3,2572
15	1,8669	2,3290	3,2119
16	1,8418	2,2990	3,1721
17	1,8195	2,2725	3,1369
18	1,7996	2,2487	3,1055
19	1,7816	2,2273	3,0772
20	1,7653	2,2078	3,0516
22	1,7367	2,1739	3,0069
24	1,7124	2,1452	2,9692
26	1,6915	2,1204	2,9368
28	1,6732	2,0989	2,9086
30	1,6571	2,0799	2,8838
35	1,6239	2,0408	2,8329
40	1,5979	2,0103	2,7932
45	1,5769	1,9857	2,7613
50	1,5595	1,9653	2,7349
60	1,5321	1,9333	2,6936
70	1,5113	1,9091	2,6623
80	1,4948	1,8899	2,6377
90	1,4813	1,8743	2,6177
100	1,4701	1,8613	2,6010

ادامه جدول پ-۱

$(1-\alpha = 0{,}90)$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
150	1,4329	1,8182	2,5459
200	1,4113	1,7934	2,5141
250	1,3969	1,7767	2,4930
300	1,3863	1,7646	2,4775
400	1,3717	1,7478	2,4562
500	1,3618	1,7365	2,4418
1 000	1,3377	1,7089	2,4069
2 000	1,3210	1,6897	2,3828
5 000	1,3063	1,6731	2,3618
10 000	1,2990	1,6647	2,3513
20 000	1,2939	1,6589	2,3440
∞	1,2816	1,6449	2.3264

جدول پ-۲ سطح اطمینان ۰٫۹۵٪

$(1-\alpha = 0{,}95)$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
2	20,5815	26,2597	37,0936
3	6,1553	7,6560	10,5528
4	4,1620	5,1439	7,0424
5	3,4067	4,2027	5,7411
6	3,0063	3,7077	5,0620
7	2,7555	3,3995	4,6418
8	2,5820	3,1873	4,3539
9	2,4538	3,0313	4,1431
10	2,3547	2,9110	3,9812
11	2,2754	2,8150	3,8524
12	2,2102	2,7364	3,7471
13	2,1555	2,6706	3,6592
14	2,1088	2,6145	3,5846
15	2,0684	2,5661	3,5202
16	2,0330	2,5237	3,4640
17	2,0018	2,4863	3,4145
18	1,9738	2,4530	3,3704
19	1,9487	2,4231	3,3309
20	1,9260	2,3961	3,2952
22	1,8865	2,3490	3,2332
24	1,8530	2,3093	3,1811
26	1,8243	2,2754	3,1365
28	1,7993	2,2458	3,0979
30	1,7774	2,2199	3,0640
35	1,7323	2,1668	2,9946
40	1,6972	2,1255	2,9410

ادامه جدول پ-۲

$(1-\alpha = 0{,}95)$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
45	1,6690	2,0924	2,8980
50	1,6456	2,0650	2,8625
60	1,6090	2,0222	2,8071
70	1,5813	1,9899	2,7654
80	1,5594	1,9645	2,7327
90	1,5416	1,9438	2,7061
100	1,5268	1,9266	2,6840
150	1,4778	1,8699	2,6114
200	1,4496	1,8373	2,5698
250	1,4307	1,8155	2,5421
300	1,4170	1,7997	2,5219
400	1,3979	1,7778	2,4941
500	1,3851	1,7631	2,4755
1 000	1,3539	1,7273	2,4302
2 000	1,3323	1,7026	2,3990
5 000	1,3134	1,6811	2,3719
10 000	1,3040	1,6704	2,3584
20 000	1,2974	1,6629	2,3490
∞	1,2816	1,6449	2,3264

جدول پ-۳ سطح اطمینان ۰٫۹۹٪

$(1-\alpha = 0{,}99)$			
n	P		
	0,90	0,95	0,99
2	103,0287	131,4263	185,6170
3	13,9955	17,3702	23,8956
4	7,3799	9,0835	12,3873
5	5,3618	6,5784	8,9391
6	4,4111	5,4056	7,3346
7	3,8592	4,7279	6,4120
8	3,4973	4,2853	5,8118
9	3,2405	3,9723	5,3889
10	3,0480	3,7384	5,0738
11	2,8977	3,5562	4,8291
12	2,7768	3,4100	4,6331
13	2,6770	3,2896	4,4721
14	2,5932	3,1886	4,3372
15	2,5215	3,1024	4,2224
16	2,4595	3,0279	4,1233
17	2,4051	2,9628	4,0367
18	2,3571	2,9052	3,9604
19	2,3142	2,8539	3,8925
20	2,2757	2,8079	3,8316

ادامه جدول پ-۳

$(1-\alpha = 0{,}99)$			
n	P		
	0,90	0,95	0,99
22	2,2092	2,7286	3,7268
24	2,1536	2,6624	3,6396
26	2,1063	2,6062	3,5656
28	2,0655	2,5578	3,5020
30	2,0299	2,5155	3,4466
35	1,9575	2,4299	3,3344
40	1,9018	2,3642	3,2486
45	1,8573	2,3118	3,1804
50	1,8208	2,2689	3,1247
60	1,7641	2,2024	3,0383
70	1,7216	2,1527	2,9740
80	1,6883	2,1138	2,9238
90	1,6614	2,0824	2,8832
100	1,6390	2,0563	2,8497
150	1,5658	1,9713	2,7405
200	1,5241	1,9230	2,6787
250	1,4963	1,8909	2,6377
300	1,4762	1,8676	2,6081
400	1,4484	1,8357	2,5674
500	1,4298	1,8143	2,5402
1 000	1,3847	1,7625	2,4746
2 000	1,3537	1,7270	2,4298
5 000	1,3267	1,6963	2,3910
10 000	1,3134	1,6810	2,3718
20 000	1,3040	1,6704	2,3584
∞	1,2816	1,6449	2,3264

جدول پ-۴ سطح اطمینان ۰٫۹۹۹٪

$(1-\alpha = 0{,}999)$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
2	1030,3362	1314,3157	1856,2311
3	44,4199	55,1055	75,7741
4	16,1217	19,8127	26,9791
5	9,7816	11,9695	16,2230
6	7,2465	8,8486	11,9645
7	5,9206	7,2223	9,7538
8	5,1127	6,2344	8,4151
9	4,5700	5,5725	7,5206
10	4,1801	5,0981	6,8810
11	3,8860	4,7410	6,4006
12	3,6558	4,4621	6,0261
13	3,4705	4,2378	5,7255

ادامه جدول پ-۴

$(1-\alpha = 0{,}999)$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
14	3,3177	4,0532	5,4786
15	3,1894	3,8984	5,2718
16	3,0800	3,7666	5,0960
17	2,9854	3,6528	4,9444
18	2,9027	3,5535	4,8122
19	2,8298	3,4659	4,6958
20	2,7649	3,3881	4,5925
22	2,6542	3,2555	4,4167
24	2,5630	3,1465	4,2725
26	2,4864	3,0551	4,1518
28	2,4210	2,9772	4,0490
30	2,3644	2,9098	3,9602
35	2,2509	2,7750	3,7829
40	2,1650	2,6732	3,6494
45	2,0973	2,5931	3,5447
50	2,0422	2,5281	3,4598
60	1,9576	2,4283	3,3299
70	1,8950	2,3548	3,2343
80	1,8464	2,2978	3,1604
90	1,8073	2,2520	3,1012
100	1,7750	2,2143	3,0524
150	1,6707	2,0927	2,8957
200	1,6120	2,0245	2,8082
250	1,5732	1,9796	2,7507
300	1,5453	1,9473	2,7094
400	1,5070	1,9031	2,6530
500	1,4814	1,8736	2,6155
1 000	1,4199	1,8029	2,5257
2 000	1,3780	1,7549	2,4649
5 000	1,3418	1,7135	2,4127
10 000	1,3239	1,6931	2,3870
20 000	1,3114	1,6788	2,3690
∞	1,2816	1,6449	2,3264

پیوست ت

(الزامی)

عامل‌های حد رواداری آماری دو طرفه، k_D (n؛ p؛ 1- α)، برای σ مشترک نامعلوم (m نمونه)

به جداول ت -۱ الی ت -۱۴ توجه شود.

جدول ت-۱- سطح اطمینان ٪۹۰/۰ و نسبت ٪۹۰/۰ $(1-\alpha=0.90p=0.90)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	15,5124	6,0755	4,5088	3,8875	3,5544	3,3461	3,2032	3,0989	3,0193	2,9565
3	5,7881	3,6819	3,1564	2,9142	2,7733	2,6805	2,6146	2,5652	2,5268	2,4961
4	4,1571	3,0537	2,7366	2,5822	2,4894	2,4272	2,3823	2,3483	2,3216	2,3001
5	3,4993	2,7522	2,5209	2,4046	2,3336	2,2853	2,2502	2,2234	2,2023	2,1852
6	3,1406	2,5712	2,3863	2,2915	2,2329	2,1927	2,1632	2,1406	2,1227	2,1082
7	2,9128	2,4489	2,2932	2,2121	2,1616	2,1266	2,1009	2,0812	2,0654	2,0526
8	2,7542	2,3600	2,2244	2,1530	2,1081	2,0769	2,0539	2,0361	2,0220	2,0104
9	2,6368	2,2921	2,1712	2,1069	2,0663	2,0380	2,0170	2,0008	1,9878	1,9771
10	2,5460	2,2384	2,1287	2,0700	2,0327	2,0066	1,9872	1,9722	1,9601	1,9502
11	2,4734	2,1946	2,0938	2,0396	2,0050	1,9807	1,9626	1,9485	1,9372	1,9279
12	2,4140	2,1581	2,0646	2,0141	1,9817	1,9589	1,9419	1,9286	1,9180	1,9092
13	2,3643	2,1273	2,0398	1,9923	1,9618	1,9403	1,9242	1,9116	1,9015	1,8931
14	2,3220	2,1008	2,0184	1,9735	1,9446	1,9242	1,9089	1,8969	1,8872	1,8793
15	2,2855	2,0777	1,9998	1,9571	1,9296	1,9101	1,8955	1,8840	1,8748	1,8671
16	2,2537	2,0574	1,9833	1,9426	1,9163	1,8977	1,8837	1,8727	1,8638	1,8564
17	2,2257	2,0394	1,9687	1,9298	1,9045	1,8866	1,8731	1,8626	1,8540	1,8469
18	2,2008	2,0233	1,9556	1,9182	1,8940	1,8767	1,8637	1,8535	1,8452	1,8384
19	2,1785	2,0089	1,9438	1,9078	1,8844	1,8678	1,8552	1,8453	1,8373	1,8307
20	2,1584	1,9958	1,9331	1,8984	1,8758	1,8596	1,8475	1,8379	1,8302	1,8237
22	2,1235	1,9729	1,9144	1,8819	1,8606	1,8455	1,8340	1,8250	1,8176	1,8115
24	2,0943	1,9536	1,8986	1,8679	1,8478	1,8335	1,8226	1,8140	1,8070	1,8013
26	2,0693	1,9371	1,8851	1,8559	1,8368	1,8232	1,8128	1,8046	1,7980	1,7924
28	2,0478	1,9227	1,8733	1,8455	1,8273	1,8142	1,8043	1,7965	1,7901	1,7848
30	2,0289	1,9101	1,8629	1,8363	1,8189	1,8063	1,7968	1,7893	1,7832	1,7780
35	1,9906	1,8843	1,8417	1,8176	1,8017	1,7902	1,7815	1,7747	1,7690	1,7643
40	1,9611	1,8643	1,8252	1,8030	1,7884	1,7778	1,7697	1,7634	1,7581	1,7538
45	1,9376	1,8483	1,8121	1,7914	1,7777	1,7679	1,7603	1,7543	1,7494	1,7454
50	1,9184	1,8352	1,8012	1,7818	1,7690	1,7597	1,7526	1,7469	1,7423	1,7385
60	1,8885	1,8147	1,7844	1,7670	1,7554	1,7470	1,7406	1,7355	1,7313	1,7278
70	1,8662	1,7994	1,7718	1,7558	1,7452	1,7375	1,7316	1,7269	1,7231	1,7199
80	1,8489	1,7874	1,7619	1,7471	1,7373	1,7301	1,7247	1,7203	1,7167	1,7137
90	1,8348	1,7778	1,7539	1,7401	1,7309	1,7242	1,7190	1,7149	1,7116	1,7087
100	1,8232	1,7697	1,7473	1,7343	1,7256	1,7193	1,7144	1,7105	1,7073	1,7047
150	1,7856	1,7436	1,7257	1,7154	1,7084	1,7033	1,6994	1,6963	1,6937	1,6915

ادامه جدول ت-۱

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
200	1,7643	1,7287	1,7136	1,7047	1,6987	1,6943	1,6910	1,6883	1,6861	1,6842
250	1,7502	1,7189	1,7055	1,6976	1,6923	1,6884	1,6854	1,6830	1,6811	1,6794
300	1,7401	1,7118	1,6997	1,6925	1,6877	1,6842	1,6815	1,6793	1,6775	1,6760
400	1,7262	1,7021	1,6917	1,6856	1,6814	1,6784	1,6761	1,6742	1,6726	1,6713
500	1,7169	1,6956	1,6864	1,6809	1,6773	1,6746	1,6725	1,6708	1,6694	1,6682
1 000	1,6947	1,6800	1,6736	1,6698	1,6672	1,6653	1,6639	1,6627	1,6617	1,6609
2 000	1,6795	1,6693	1,6649	1,6622	1,6604	1,6591	1,6581	1,6572	1,6565	1,6560
5 000	1,6665	1,6601	1,6574	1,6557	1,6546	1,6537	1,6531	1,6526	1,6521	1,6518
10 000	1,6601	1,6556	1,6536	1,6525	1,6517	1,6511	1,6506	1,6503	1,6500	1,6497
20 000	1,6556	1,6524	1,6511	1,6502	1,6497	1,6493	1,6489	1,6487	1,6485	1,6483
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

جدول ت-۲- سطح اطمینان ٪۹۰/۰ و نسبت ٪۹۵/۰ $(1-\alpha = 0.90p = 0.95)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	18,2208	7,1197	5,2743	4,5412	4,1473	3,9005	3,7308	3,6067	3,5117	3,4367
3	6,8233	4,3320	3,7087	3,4207	3,2528	3,1420	3,0630	3,0038	2,9575	2,9205
4	4,9127	3,6034	3,2262	3,0419	2,9311	2,8566	2,8027	2,7618	2,7297	2,7037
5	4,1425	3,2544	2,9787	2,8400	2,7551	2,6972	2,6551	2,6229	2,5974	2,5768
6	3,7226	3,0449	2,8245	2,7112	2,6411	2,5930	2,5577	2,5306	2,5091	2,4916
7	3,4558	2,9034	2,7176	2,6208	2,5604	2,5186	2,4878	2,4641	2,4452	2,4298
8	3,2699	2,8004	2,6385	2,5532	2,4996	2,4624	2,4348	2,4136	2,3966	2,3827
9	3,1323	2,7216	2,5773	2,5006	2,4521	2,4182	2,3931	2,3737	2,3581	2,3454
10	3,0258	2,6591	2,5282	2,4582	2,4137	2,3825	2,3593	2,3413	2,3269	2,3150
11	2,9406	2,6082	2,4880	2,4232	2,3819	2,3529	2,3313	2,3145	2,3010	2,2899
12	2,8707	2,5658	2,4542	2,3938	2,3552	2,3280	2,3077	2,2918	2,2791	2,2686
13	2,8123	2,5298	2,4254	2,3687	2,3323	2,3066	2,2874	2,2724	2,2603	2,2503
14	2,7625	2,4988	2,4006	2,3470	2,3125	2,2881	2,2699	2,2556	2,2440	2,2345
15	2,7196	2,4718	2,3789	2,3280	2,2951	2,2719	2,2545	2,2408	2,2298	2,2206
16	2,6821	2,4481	2,3597	2,3112	2,2798	2,2576	2,2408	2,2277	2,2171	2,2084
17	2,6491	2,4270	2,3427	2,2962	2,2661	2,2448	2,2287	2,2161	2,2059	2,1974
18	2,6197	2,4082	2,3274	2,2828	2,2539	2,2333	2,2178	2,2056	2,1958	2,1876
19	2,5934	2,3912	2,3136	2,2707	2,2428	2,2229	2,2079	2,1962	2,1866	2,1787
20	2,5697	2,3758	2,3011	2,2597	2,2327	2,2135	2,1990	2,1876	2,1783	2,1706
22	2,5285	2,3490	2,2793	2,2404	2,2151	2,1970	2,1833	2,1725	2,1638	2,1565
24	2,4940	2,3263	2,2607	2,2241	2,2001	2,1830	2,1700	2,1598	2,1515	2,1446
26	2,4645	2,3068	2,2448	2,2100	2,1873	2,1710	2,1586	2,1489	2,1409	2,1343
28	2,4390	2,2898	2,2309	2,1978	2,1761	2,1605	2,1487	2,1393	2,1317	2,1254
30	2,4166	2,2749	2,2187	2,1870	2,1662	2,1513	2,1399	2,1309	2,1236	2,1175
35	2,3712	2,2445	2,1937	2,1649	2,1460	2,1324	2,1220	2,1138	2,1071	2,1015
40	2,3363	2,2209	2,1743	2,1478	2,1303	2,1177	2,1081	2,1005	2,0943	2,0891
45	2,3084	2,2020	2,1587	2,1341	2,1178	2,1060	2,0970	2,0899	2,0841	2,0792
50	2,2855	2,1864	2,1459	2,1228	2,1075	2,0964	2,0879	2,0812	2,0757	2,0711
60	2,2500	2,1621	2,1260	2,1052	2,0914	2,0814	2,0737	2,0677	2,0627	2,0585

ادامه جدول ت-۲

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
70	2,2236	2,1440	2,1110	2,0920	2,0794	2,0702	2,0632	2,0576	2,0530	2,0491
80	2,2029	2,1297	2,0993	2,0817	2,0699	2,0614	2,0549	2,0497	2,0454	2,0418
90	2,1862	2,1182	2,0898	2,0733	2,0624	2,0544	2,0482	2,0433	2,0393	2,0360
100	2,1724	2,1087	2,0819	2,0664	2,0561	2,0485	2,0427	2,0381	2,0343	2,0311
150	2,1276	2,0775	2,0563	2,0439	2,0356	2,0296	2,0249	2,0212	2,0181	2,0155
200	2,1022	2,0599	2,0418	2,0312	2,0241	2,0189	2,0149	2,0117	2,0090	2,0068
250	2,0855	2,0482	2,0322	2,0228	2,0165	2,0119	2,0083	2,0055	2,0031	2,0011
300	2,0734	2,0397	2,0253	2,0168	2,0110	2,0068	2,0036	2,0010	1,9988	1,9970
400	2,0569	2,0282	2,0158	2,0085	2,0035	1,9999	1,9971	1,9949	1,9930	1,9915
500	2,0458	2,0204	2,0094	2,0029	1,9986	1,9953	1,9928	1,9908	1,9892	1,9878
1 000	2,0193	2,0018	1,9942	1,9897	1,9866	1,9844	1,9826	1,9812	1,9800	1,9791
2 000	2,0013	1,9891	1,9838	1,9806	1,9785	1,9769	1,9757	1,9747	1,9739	1,9732
5 000	1,9857	1,9782	1,9749	1,9729	1,9715	1,9705	1,9698	1,9691	1,9686	1,9682
10 000	1,9781	1,9728	1,9704	1,9690	1,9681	1,9674	1,9669	1,9664	1,9661	1,9658
20 000	1,9727	1,9690	1,9673	1,9664	1,9657	1,9652	1,9648	1,9645	1,9643	1,9640
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

جدول ت-۳- سطح اطمینان ۰٫۹۹٪ و نسبت ۰/۹۹٪ $(1-\alpha = 0.99p = 0.99)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	23,4235	9,1259	6,7452	5,7970	5,2861	4,9651	4,7436	4,5811	4,4565	4,3577
3	8,8187	5,5844	4,7723	4,3955	4,1749	4,0287	3,9242	3,8454	3,7837	3,7341
4	6,3722	4,6643	4,1701	3,9277	3,7814	3,6825	3,6108	3,5562	3,5131	3,4782
5	5,3868	4,2250	3,8628	3,6798	3,5674	3,4906	3,4344	3,3914	3,3573	3,3295
6	4,8498	3,9616	3,6715	3,5220	3,4291	3,3652	3,3182	3,2820	3,2532	3,2297
7	4,5085	3,7836	3,5389	3,4111	3,3311	3,2756	3,2347	3,2030	3,1778	3,1572
8	4,2707	3,6541	3,4408	3,3281	3,2572	3,2078	3,1712	3,1428	3,1202	3,1016
9	4,0945	3,5549	3,3646	3,2633	3,1991	3,1543	3,1210	3,0951	3,0744	3,0574
10	3,9580	3,4761	3,3035	3,2110	3,1521	3,1109	3,0802	3,0563	3,0371	3,0213
11	3,8488	3,4117	3,2533	3,1678	3,1132	3,0748	3,0462	3,0239	3,0059	2,9912
12	3,7591	3,3581	3,2110	3,1313	3,0803	3,0443	3,0174	2,9964	2,9795	2,9656
13	3,6840	3,3125	3,1750	3,1001	3,0520	3,0181	2,9927	2,9728	2,9568	2,9436
14	3,6201	3,2732	3,1438	3,0731	3,0275	2,9953	2,9711	2,9522	2,9370	2,9244
15	3,5649	3,2389	3,1165	3,0493	3,0060	2,9753	2,9522	2,9341	2,9196	2,9075
16	3,5166	3,2087	3,0923	3,0283	2,9869	2,9575	2,9354	2,9181	2,9041	2,8925
17	3,4741	3,1819	3,0708	3,0095	2,9698	2,9416	2,9204	2,9037	2,8902	2,8791
18	3,4362	3,1579	3,0515	2,9926	2,9545	2,9273	2,9069	2,8908	2,8778	2,8670
19	3,4022	3,1362	3,0340	2,9774	2,9406	2,9144	2,8946	2,8791	2,8665	2,8560
20	3,3716	3,1165	3,0181	2,9635	2,9279	2,9026	2,8835	2,8684	2,8562	2,8461
22	3,3183	3,0822	2,9903	2,9391	2,9057	2,8819	2,8639	2,8497	2,8381	2,8286
24	3,2736	3,0530	2,9667	2,9184	2,8869	2,8643	2,8472	2,8337	2,8228	2,8137
26	3,2354	3,0280	2,9464	2,9006	2,8706	2,8491	2,8328	2,8200	2,8095	2,8008
28	3,2023	3,0062	2,9286	2,8850	2,8564	2,8358	2,8203	2,8080	2,7980	2,7896
30	3,1734	2,9870	2,9130	2,8712	2,8438	2,8241	2,8092	2,7974	2,7878	2,7797

ادامه جدول ت-۳

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
35	3,1143	2,9477	2,8808	2,8430	2,8180	2,8001	2,7864	2,7756	2,7668	2,7594
40	3,0688	2,9171	2,8558	2,8210	2,7980	2,7814	2,7687	2,7587	2,7505	2,7437
45	3,0325	2,8926	2,8357	2,8033	2,7818	2,7663	2,7545	2,7451	2,7375	2,7310
50	3,0027	2,8724	2,8191	2,7887	2,7685	2,7539	2,7428	2,7339	2,7267	2,7206
60	2,9564	2,8408	2,7932	2,7659	2,7477	2,7346	2,7245	2,7165	2,7099	2,7045
70	2,9218	2,8171	2,7737	2,7488	2,7321	2,7201	2,7108	2,7035	2,6974	2,6924
80	2,8947	2,7985	2,7585	2,7353	2,7199	2,7087	2,7001	2,6932	2,6876	2,6829
90	2,8729	2,7835	2,7461	2,7245	2,7100	2,6995	2,6914	2,6850	2,6797	2,6753
100	2,8548	2,7710	2,7358	2,7155	2,7018	2,6919	2,6843	2,6782	2,6732	2,6690
150	2,7960	2,7302	2,7023	2,6861	2,6751	2,6672	2,6610	2,6561	2,6521	2,6487
200	2,7627	2,7070	2,6833	2,6694	2,6600	2,6532	2,6479	2,6437	2,6402	2,6373
250	2,7407	2,6917	2,6707	2,6584	2,6501	2,6440	2,6393	2,6355	2,6324	2,6298
300	2,7249	2,6806	2,6616	2,6504	2,6429	2,6374	2,6331	2,6297	2,6269	2,6245
400	2,7031	2,6654	2,6491	2,6396	2,6331	2,6283	2,6246	2,6217	2,6193	2,6172
500	2,6886	2,6553	2,6408	2,6323	2,6265	2,6223	2,6190	2,6164	2,6142	2,6124
1 000	2,6538	2,6308	2,6208	2,6148	2,6108	2,6079	2,6056	2,6037	2,6022	2,6009
2 000	2,6301	2,6141	2,6071	2,6030	2,6002	2,5981	2,5965	2,5952	2,5941	2,5932
5 000	2,6097	2,5998	2,5954	2,5928	2,5910	2,5897	2,5887	2,5879	2,5872	2,5866
10 000	2,5996	2,5926	2,5896	2,5877	2,5865	2,5856	2,5849	2,5843	2,5838	2,5834
20 000	2,5926	2,5877	2,5855	2,5842	2,5834	2,5827	2,5822	2,5818	2,5815	2,5812
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

جدول ت-۴- سطح اطمینان ٪۹۵/۰ و نسبت ٪۹۰/۰ $(1-\alpha=0.95p=0.90)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	31,0923	8,7252	5,8380	4,7912	4,2571	3,9341	3,7179	3,5630	3,4468	3,3565
3	8,3060	4,5251	3,6939	3,3300	3,1251	2,9934	2,9017	2,8341	2,7824	2,7416
4	5,3681	3,5647	3,0909	2,8693	2,7400	2,6550	2,5949	2,5502	2,5157	2,4883
5	4,2907	3,1276	2,7925	2,6300	2,5332	2,4688	2,4229	2,3885	2,3618	2,3405
6	3,7326	2,8726	2,6100	2,4796	2,4009	2,3480	2,3100	2,2814	2,2592	2,2414
7	3,3896	2,7033	2,4852	2,3750	2,3077	2,2623	2,2294	2,2046	2,1851	2,1696
8	3,1561	2,5818	2,3937	2,2974	2,2381	2,1978	2,1685	2,1463	2,1289	2,1149
9	2,9861	2,4899	2,3234	2,2372	2,1839	2,1474	2,1208	2,1005	2,0846	2,0717
10	2,8564	2,4175	2,2674	2,1891	2,1403	2,1067	2,0822	2,0634	2,0487	2,0367
11	2,7537	2,3589	2,2217	2,1495	2,1044	2,0732	2,0503	2,0328	2,0190	2,0077
12	2,6703	2,3104	2,1835	2,1164	2,0742	2,0450	2,0235	2,0070	1,9939	1,9833
13	2,6011	2,2694	2,1512	2,0883	2,0485	2,0210	2,0006	1,9850	1,9726	1,9625
14	2,5425	2,2343	2,1233	2,0640	2,0264	2,0002	1,9809	1,9659	1,9541	1,9444
15	2,4922	2,2039	2,0991	2,0428	2,0070	1,9821	1,9636	1,9493	1,9379	1,9286
16	2,4486	2,1771	2,0777	2,0241	1,9899	1,9661	1,9483	1,9346	1,9237	1,9147
17	2,4103	2,1535	2,0588	2,0075	1,9748	1,9518	1,9348	1,9215	1,9110	1,9023
18	2,3764	2,1324	2,0418	1,9926	1,9612	1,9391	1,9226	1,9099	1,8996	1,8913
19	2,3461	2,1135	2,0266	1,9793	1,9489	1,9276	1,9117	1,8993	1,8894	1,8813
20	2,3188	2,0963	2,0128	1,9671	1,9378	1,9172	1,9017	1,8898	1,8801	1,8722

ادامه جدول ت-۴

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
22	2,2718	2,0665	1,9887	1,9460	1,9184	1,8990	1,8844	1,8731	1,8640	1,8565
24	2,2325	2,0414	1,9683	1,9281	1,9020	1,8836	1,8698	1,8590	1,8503	1,8432
26	2,1991	2,0199	1,9509	1,9127	1,8880	1,8704	1,8573	1,8470	1,8386	1,8318
28	2,1703	2,0012	1,9357	1,8994	1,8758	1,8590	1,8464	1,8365	1,8285	1,8219
30	2,1452	1,9849	1,9225	1,8877	1,8651	1,8490	1,8369	1,8273	1,8197	1,8133
35	2,0943	1,9515	1,8953	1,8638	1,8432	1,8285	1,8174	1,8087	1,8016	1,7957
40	2,0553	1,9258	1,8743	1,8453	1,8263	1,8127	1,8024	1,7943	1,7877	1,7822
45	2,0244	1,9052	1,8575	1,8306	1,8128	1,8001	1,7905	1,7828	1,7767	1,7715
50	1,9991	1,8883	1,8437	1,8184	1,8018	1,7898	1,7807	1,7735	1,7676	1,7627
60	1,9599	1,8621	1,8223	1,7996	1,7846	1,7738	1,7655	1,7590	1,7537	1,7492
70	1,9308	1,8425	1,8062	1,7855	1,7717	1,7618	1,7542	1,7482	1,7433	1,7392
80	1,9082	1,8271	1,7937	1,7745	1,7617	1,7525	1,7455	1,7399	1,7353	1,7314
90	1,8899	1,8147	1,7835	1,7656	1,7537	1,7450	1,7384	1,7331	1,7288	1,7252
100	1,8749	1,8044	1,7752	1,7583	1,7470	1,7388	1,7326	1,7276	1,7235	1,7201
150	1,8260	1,7710	1,7478	1,7344	1,7254	1,7188	1,7137	1,7097	1,7064	1,7036
200	1,7985	1,7521	1,7324	1,7209	1,7132	1,7075	1,7032	1,6997	1,6968	1,6944
250	1,7803	1,7395	1,7221	1,7120	1,7051	1,7001	1,6962	1,6931	1,6906	1,6884
300	1,7673	1,7305	1,7148	1,7055	1,6993	1,6948	1,6912	1,6884	1,6861	1,6842
400	1,7494	1,7181	1,7046	1,6967	1,6914	1,6875	1,6844	1,6820	1,6800	1,6783
500	1,7374	1,7098	1,6979	1,6908	1,6861	1,6826	1,6799	1,6777	1,6760	1,6744
1 000	1,7088	1,6898	1,6816	1,6767	1,6734	1,6709	1,6690	1,6675	1,6663	1,6652
2 000	1,6894	1,6762	1,6705	1,6670	1,6647	1,6630	1,6617	1,6606	1,6598	1,6590
5 000	1,6726	1,6645	1,6609	1,6587	1,6573	1,6562	1,6554	1,6547	1,6542	1,6537
10 000	1,6644	1,6586	1,6561	1,6546	1,6536	1,6528	1,6523	1,6518	1,6514	1,6511
20 000	1,6586	1,6546	1,6528	1,6517	1,6510	1,6505	1,6501	1,6497	1,6495	1,6492
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

جدول ت-۵- سطح اطمینان ٪۹۵/۰ و نسبت ٪۹۵/۰ ($1-\alpha=0.95p=0.95$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	36,5193	10,2199	6,8215	5,5868	4,9552	4,5720	4,3146	4,1298	3,9907	3,8821
3	9,7888	5,3184	4,3321	3,8987	3,6535	3,4952	3,3844	3,3025	3,2395	3,1895
4	6,3411	4,2013	3,6366	3,3713	3,2157	3,1130	3,0401	2,9855	2,9432	2,9095
5	5,0769	3,6939	3,2936	3,0986	2,9820	2,9041	2,8482	2,8062	2,7734	2,7472
6	4,4222	3,3981	3,0841	2,9276	2,8327	2,7687	2,7225	2,6876	2,6603	2,6384
7	4,0196	3,2018	2,9408	2,8085	2,7275	2,6725	2,6326	2,6024	2,5786	2,5595
8	3,7456	3,0609	2,8357	2,7201	2,6488	2,6001	2,5646	2,5376	2,5163	2,4992
9	3,5459	2,9541	2,7548	2,6515	2,5873	2,5433	2,5111	2,4865	2,4671	2,4514
10	3,3935	2,8700	2,6904	2,5964	2,5377	2,4973	2,4677	2,4450	2,4271	2,4125
11	3,2728	2,8018	2,6376	2,5511	2,4969	2,4594	2,4318	2,4106	2,3938	2,3802
12	3,1747	2,7452	2,5936	2,5131	2,4625	2,4273	2,4015	2,3815	2,3657	2,3528
13	3,0932	2,6975	2,5561	2,4807	2,4331	2,4000	2,3755	2,3566	2,3416	2,3294
14	3,0242	2,6565	2,5238	2,4527	2,4077	2,3763	2,3530	2,3350	2,3207	2,3090
15	2,9650	2,6209	2,4957	2,4283	2,3854	2,3555	2,3333	2,3161	2,3024	2,2912

ادامه جدول ت-۵

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
16	2,9135	2,5897	2,4709	2,4067	2,3658	2,3371	2,3158	2,2993	2,2862	2,2754
17	2,8684	2,5620	2,4488	2,3875	2,3483	2,3208	2,3003	2,2844	2,2717	2,2613
18	2,8283	2,5373	2,4291	2,3702	2,3326	2,3061	2,2864	2,2710	2,2587	2,2487
19	2,7926	2,5151	2,4113	2,3547	2,3184	2,2928	2,2738	2,2589	2,2470	2,2373
20	2,7604	2,4950	2,3952	2,3406	2,3055	2,2808	2,2623	2,2479	2,2364	2,2269
22	2,7048	2,4599	2,3670	2,3160	2,2830	2,2598	2,2423	2,2287	2,2178	2,2088
24	2,6583	2,4304	2,3432	2,2951	2,2640	2,2419	2,2254	2,2125	2,2021	2,1935
26	2,6188	2,4051	2,3227	2,2771	2,2476	2,2266	2,2108	2,1985	2,1886	2,1803
28	2,5847	2,3831	2,3049	2,2615	2,2333	2,2133	2,1982	2,1864	2,1768	2,1689
30	2,5549	2,3638	2,2893	2,2478	2,2208	2,2016	2,1871	2,1757	2,1665	2,1589
35	2,4946	2,3244	2,2573	2,2197	2,1952	2,1776	2,1643	2,1539	2,1455	2,1384
40	2,4484	2,2940	2,2326	2,1980	2,1753	2,1591	2,1468	2,1371	2,1292	2,1227
45	2,4117	2,2696	2,2128	2,1806	2,1594	2,1443	2,1327	2,1237	2,1163	2,1101
50	2,3816	2,2496	2,1964	2,1663	2,1464	2,1321	2,1212	2,1126	2,1056	2,0998
60	2,3351	2,2185	2,1710	2,1440	2,1261	2,1132	2,1033	2,0956	2,0892	2,0839
70	2,3005	2,1952	2,1520	2,1273	2,1109	2,0991	2,0900	2,0828	2,0770	2,0721
80	2,2736	2,1770	2,1371	2,1142	2,0990	2,0880	2,0796	2,0729	2,0675	2,0629
90	2,2519	2,1622	2,1251	2,1037	2,0895	2,0792	2,0713	2,0650	2,0598	2,0555
100	2,2339	2,1500	2,1151	2,0950	2,0815	2,0718	2,0643	2,0584	2,0535	2,0495
150	2,1758	2,1102	2,0826	2,0666	2,0558	2,0480	2,0420	2,0372	2,0332	2,0299
200	2,1430	2,0877	2,0642	2,0505	2,0413	2,0346	2,0294	2,0253	2,0219	2,0190
250	2,1214	2,0728	2,0520	2,0399	2,0317	2,0258	2,0212	2,0175	2,0144	2,0119
300	2,1058	2,0620	2,0432	2,0322	2,0248	2,0194	2,0152	2,0119	2,0091	2,0068
400	2,0845	2,0472	2,0312	2,0217	2,0154	2,0107	2,0071	2,0042	2,0018	1,9998
500	2,0703	2,0373	2,0231	2,0147	2,0091	2,0049	2,0017	1,9991	1,9970	1,9952
1 000	2,0362	2,0135	2,0037	1,9979	1,9939	1,9910	1,9888	1,9870	1,9855	1,9842
2 000	2,0130	1,9973	1,9905	1,9864	1,9836	1,9816	1,9800	1,9788	1,9777	1,9768
5 000	1,9930	1,9833	1,9790	1,9765	1,9748	1,9735	1,9725	1,9717	1,9710	1,9705
10 000	1,9832	1,9764	1,9734	1,9716	1,9704	1,9695	1,9688	1,9682	1,9677	1,9674
20 000	1,9763	1,9715	1,9694	1,9682	1,9673	1,9667	1,9662	1,9658	1,9655	1,9652
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

جدول ت-۶- سطح اطمینان ٪۹۵/۰ و نسبت ٪۹۹/۰ $(1-\alpha=0.95p=0.99)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	46,9445	13,0925	8,7128	7,1173	6,2983	5,7995	5,4632	5,2207	5,0372	4,8934
3	12,6472	6,8474	5,5623	4,9943	4,6711	4,4612	4,3133	4,2032	4,1180	4,0500
4	8,2207	5,4302	4,6896	4,3392	4,1324	3,9949	3,8965	3,8225	3,7647	3,7182
5	6,5980	4,7884	4,2614	4,0029	3,8472	3,7425	3,6668	3,6095	3,5645	3,5283
6	5,7578	4,4149	4,0005	3,7926	3,6657	3,5796	3,5170	3,4694	3,4320	3,4017
7	5,2411	4,1672	3,8223	3,6464	3,5381	3,4640	3,4100	3,3688	3,3362	3,3099
8	4,8893	3,9893	3,6916	3,5378	3,4424	3,3769	3,3290	3,2922	3,2632	3,2396
9	4,6329	3,8544	3,5909	3,4534	3,3677	3,3085	3,2651	3,2317	3,2052	3,1837
10	4,4370	3,7481	3,5105	3,3856	3,3073	3,2531	3,2131	3,1824	3,1580	3,1381

ادامه جدول ت-۶

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	4,2818	3,6618	3,4447	3,3297	3,2573	3,2071	3,1700	3,1414	3,1186	3,1000
12	4,1556	3,5901	3,3896	3,2828	3,2152	3,1682	3,1334	3,1066	3,0852	3,0677
13	4,0506	3,5295	3,3426	3,2426	3,1791	3,1349	3,1021	3,0767	3,0564	3,0398
14	3,9617	3,4775	3,3021	3,2078	3,1478	3,1059	3,0747	3,0506	3,0313	3,0155
15	3,8853	3,4323	3,2667	3,1774	3,1204	3,0804	3,0507	3,0277	3,0093	2,9941
16	3,8189	3,3925	3,2355	3,1504	3,0960	3,0579	3,0295	3,0074	2,9897	2,9752
17	3,7606	3,3572	3,2077	3,1264	3,0743	3,0377	3,0104	2,9892	2,9722	2,9582
18	3,7089	3,3257	3,1828	3,1048	3,0548	3,0196	2,9933	2,9728	2,9564	2,9429
19	3,6626	3,2973	3,1603	3,0853	3,0372	3,0032	2,9778	2,9580	2,9421	2,9290
20	3,6210	3,2716	3,1398	3,0676	3,0211	2,9883	2,9637	2,9445	2,9291	2,9164
22	3,5491	3,2267	3,1041	3,0365	2,9929	2,9620	2,9389	2,9208	2,9062	2,8942
24	3,4888	3,1888	3,0737	3,0102	2,9690	2,9398	2,9178	2,9006	2,8868	2,8753
26	3,4375	3,1562	3,0476	2,9874	2,9483	2,9205	2,8996	2,8833	2,8700	2,8591
28	3,3933	3,1280	3,0249	2,9676	2,9303	2,9038	2,8838	2,8681	2,8554	2,8449
30	3,3546	3,1031	3,0049	2,9501	2,9144	2,8890	2,8698	2,8547	2,8425	2,8324
35	3,2762	3,0522	2,9638	2,9143	2,8818	2,8586	2,8411	2,8273	2,8161	2,8068
40	3,2160	3,0128	2,9320	2,8864	2,8564	2,8350	2,8188	2,8059	2,7955	2,7869
45	3,1680	2,9812	2,9063	2,8640	2,8361	2,8160	2,8008	2,7888	2,7791	2,7709
50	3,1288	2,9552	2,8852	2,8455	2,8193	2,8004	2,7861	2,7748	2,7655	2,7578
60	3,0681	2,9147	2,8523	2,8166	2,7931	2,7761	2,7631	2,7528	2,7445	2,7375
70	3,0228	2,8843	2,8275	2,7950	2,7734	2,7578	2,7459	2,7364	2,7287	2,7223
80	2,9876	2,8605	2,8081	2,7780	2,7580	2,7435	2,7324	2,7236	2,7164	2,7104
90	2,9591	2,8413	2,7924	2,7643	2,7456	2,7320	2,7216	2,7133	2,7065	2,7009
100	2,9356	2,8253	2,7794	2,7529	2,7352	2,7224	2,7126	2,7048	2,6984	2,6930
150	2,8593	2,7732	2,7369	2,7158	2,7016	2,6913	2,6834	2,6771	2,6719	2,6676
200	2,8163	2,7436	2,7127	2,6947	2,6826	2,6738	2,6670	2,6616	2,6571	2,6533
250	2,7879	2,7240	2,6968	2,6808	2,6701	2,6622	2,6562	2,6513	2,6473	2,6440
300	2,7675	2,7099	2,6852	2,6708	2,6610	2,6539	2,6484	2,6440	2,6404	2,6373
400	2,7395	2,6905	2,6694	2,6570	2,6486	2,6425	2,6377	2,6339	2,6308	2,6282
500	2,7208	2,6775	2,6588	2,6478	2,6403	2,6349	2,6307	2,6273	2,6245	2,6221
1 000	2,6760	2,6462	2,6333	2,6256	2,6205	2,6166	2,6137	2,6113	2,6094	2,6077
2 000	2,6455	2,6249	2,6159	2,6105	2,6069	2,6042	2,6022	2,6005	2,5991	2,5980
5 000	2,6193	2,6065	2,6009	2,5975	2,5952	2,5936	2,5923	2,5912	2,5904	2,5896
10 000	2,6064	2,5974	2,5934	2,5911	2,5895	2,5883	2,5874	2,5867	2,5860	2,5855
20 000	2,5973	2,5910	2,5882	2,5866	2,5855	2,5846	2,5840	2,5835	2,5830	2,5827
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

جدول ت-۷- سطح اطمینان ٪۰/۹۹ و نسبت ٪۰/۹۰ $(1-\alpha = 0.99p = 0.90)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	155,5690	19,7425	10,2697	7,4789	6,2048	5,4874	5,0311	4,7170	4,4884	4,3150
3	18,7825	7,0392	5,1183	4,3676	3,9720	3,7293	3,5660	3,4492	3,3617	3,2939
4	9,4162	4,9212	3,9582	3,5449	3,3166	3,1727	3,0742	3,0028	2,9489	2,9068
5	6,6550	4,0660	3,4311	3,1453	2,9835	2,8800	2,8086	2,7565	2,7170	2,6860

ادامه جدول ت-۷

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	5,3832	3,5984	3,1231	2,9026	2,7757	2,6938	2,6369	2,5953	2,5636	2,5388
7	4,6576	3,3006	2,9183	2,7369	2,6314	2,5628	2,5149	2,4798	2,4530	2,4319
8	4,1887	3,0928	2,7709	2,6156	2,5244	2,4647	2,4229	2,3922	2,3687	2,3502
9	3,8602	2,9387	2,6590	2,5223	2,4414	2,3882	2,3507	2,3231	2,3020	2,2853
10	3,6167	2,8193	2,5709	2,4481	2,3748	2,3265	2,2923	2,2671	2,2477	2,2324
11	3,4286	2,7239	2,4994	2,3874	2,3202	2,2756	2,2440	2,2206	2,2026	2,1884
12	3,2786	2,6456	2,4402	2,3368	2,2744	2,2329	2,2033	2,1814	2,1645	2,1512
13	3,1561	2,5801	2,3902	2,2939	2,2355	2,1964	2,1686	2,1479	2,1319	2,1192
14	3,0538	2,5244	2,3474	2,2569	2,2019	2,1649	2,1385	2,1188	2,1036	2,0915
15	2,9672	2,4763	2,3102	2,2248	2,1726	2,1374	2,1122	2,0934	2,0788	2,0672
16	2,8926	2,4344	2,2776	2,1965	2,1468	2,1132	2,0890	2,0709	2,0569	2,0458
17	2,8278	2,3975	2,2488	2,1715	2,1239	2,0917	2,0684	2,0510	2,0374	2,0267
18	2,7708	2,3647	2,2231	2,1491	2,1034	2,0724	2,0500	2,0331	2,0200	2,0095
19	2,7203	2,3354	2,2000	2,1290	2,0850	2,0550	2,0334	2,0170	2,0043	1,9941
20	2,6752	2,3089	2,1791	2,1108	2,0683	2,0393	2,0183	2,0024	1,9900	1,9801
22	2,5979	2,2631	2,1429	2,0791	2,0393	2,0120	1,9921	1,9770	1,9652	1,9558
24	2,5340	2,2247	2,1124	2,0525	2,0148	1,9889	1,9700	1,9556	1,9443	1,9352
26	2,4801	2,1920	2,0864	2,0297	1,9939	1,9692	1,9511	1,9373	1,9264	1,9177
28	2,4340	2,1638	2,0638	2,0099	1,9758	1,9521	1,9348	1,9215	1,9110	1,9025
30	2,3940	2,1391	2,0441	1,9926	1,9599	1,9372	1,9205	1,9076	1,8975	1,8893
35	2,3137	2,0891	2,0040	1,9575	1,9277	1,9069	1,8915	1,8796	1,8702	1,8625
40	2,2529	2,0507	1,9732	1,9304	1,9030	1,8837	1,8693	1,8582	1,8493	1,8421
45	2,2050	2,0202	1,9486	1,9089	1,8833	1,8652	1,8517	1,8412	1,8328	1,8259
50	2,1660	1,9953	1,9285	1,8913	1,8672	1,8502	1,8374	1,8274	1,8194	1,8128
60	2,1063	1,9567	1,8974	1,8641	1,8424	1,8269	1,8153	1,8062	1,7989	1,7928
70	2,0623	1,9280	1,8742	1,8439	1,8240	1,8098	1,7990	1,7906	1,7838	1,7781
80	2,0282	1,9056	1,8562	1,8281	1,8097	1,7964	1,7864	1,7785	1,7721	1,7668
90	2,0009	1,8876	1,8416	1,8154	1,7982	1,7858	1,7763	1,7689	1,7629	1,7578
100	1,9784	1,8727	1,8296	1,8050	1,7887	1,7770	1,7680	1,7610	1,7552	1,7505
150	1,9061	1,8245	1,7906	1,7711	1,7581	1,7486	1,7414	1,7357	1,7310	1,7270
200	1,8657	1,7973	1,7686	1,7520	1,7409	1,7328	1,7266	1,7216	1,7176	1,7142
250	1,8392	1,7794	1,7541	1,7394	1,7296	1,7224	1,7168	1,7124	1,7088	1,7058
300	1,8202	1,7665	1,7437	1,7304	1,7214	1,7149	1,7099	1,7059	1,7026	1,6998
400	1,7943	1,7488	1,7293	1,7179	1,7103	1,7047	1,7003	1,6969	1,6940	1,6916
500	1,7771	1,7369	1,7197	1,7097	1,7029	1,6979	1,6940	1,6909	1,6884	1,6862
1 000	1,7359	1,7086	1,6967	1,6897	1,6850	1,6815	1,6788	1,6767	1,6749	1,6734
2 000	1,7081	1,6892	1,6810	1,6762	1,6729	1,6704	1,6685	1,6670	1,6658	1,6647
5 000	1,6842	1,6726	1,6675	1,6644	1,6624	1,6608	1,6597	1,6587	1,6579	1,6573
10 000	1,6725	1,6643	1,6608	1,6586	1,6572	1,6561	1,6553	1,6546	1,6541	1,6536
20 000	1,6643	1,6586	1,6561	1,6546	1,6535	1,6528	1,6522	1,6517	1,6513	1,6510
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

جدول ت-۸- سطح اطمینان ٪۰/۹۹ و نسبت ٪۰/۹۵ $(1-\alpha = 0.99p = 0.95)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	182,7201	23,1159	11,9855	8,7010	7,1975	6,3481	5,8059	5,4311	5,1573	4,9489
3	22,1308	8,2618	5,9854	5,0908	4,6163	4,3233	4,1249	3,9820	3,8745	3,7907
4	11,1178	5,7889	4,6406	4,1439	3,8673	3,6914	3,5701	3,4816	3,4143	3,3616
5	7,8698	4,7921	4,0321	3,6869	3,4897	3,3624	3,2737	3,2086	3,1589	3,1198
6	6,3735	4,2479	3,6775	3,4103	3,2552	3,1542	3,0833	3,0311	2,9911	2,9596
7	5,5196	3,9016	3,4420	3,2221	3,0929	3,0081	2,9484	2,9043	2,8704	2,8436
8	4,9677	3,6599	3,2727	3,0843	2,9726	2,8989	2,8468	2,8082	2,7784	2,7550
9	4,5810	3,4807	3,1443	2,9784	2,8793	2,8136	2,7670	2,7324	2,7057	2,6846
10	4,2942	3,3419	3,0430	2,8940	2,8045	2,7449	2,7024	2,6708	2,6464	2,6271
11	4,0727	3,2308	2,9608	2,8251	2,7430	2,6881	2,6489	2,6196	2,5970	2,5791
12	3,8959	3,1396	2,8927	2,7674	2,6913	2,6403	2,6037	2,5764	2,5552	2,5384
13	3,7514	3,0633	2,8350	2,7185	2,6473	2,5994	2,5650	2,5393	2,5193	2,5034
14	3,6309	2,9983	2,7856	2,6763	2,6093	2,5640	2,5315	2,5070	2,4881	2,4730
15	3,5286	2,9422	2,7427	2,6395	2,5761	2,5331	2,5021	2,4788	2,4606	2,4462
16	3,4406	2,8932	2,7050	2,6072	2,5468	2,5057	2,4761	2,4537	2,4364	2,4225
17	3,3641	2,8501	2,6716	2,5784	2,5207	2,4814	2,4529	2,4314	2,4147	2,4013
18	3,2968	2,8117	2,6418	2,5527	2,4973	2,4596	2,4321	2,4114	2,3952	2,3822
19	3,2372	2,7774	2,6150	2,5295	2,4763	2,4399	2,4134	2,3933	2,3776	2,3650
20	3,1838	2,7464	2,5908	2,5086	2,4572	2,4220	2,3963	2,3769	2,3616	2,3494
22	3,0924	2,6926	2,5486	2,4720	2,4239	2,3908	2,3666	2,3482	2,3337	2,3221
24	3,0168	2,6475	2,5131	2,4411	2,3957	2,3644	2,3414	2,3239	2,3101	2,2989
26	2,9530	2,6091	2,4826	2,4146	2,3716	2,3417	2,3198	2,3030	2,2898	2,2791
28	2,8984	2,5759	2,4563	2,3916	2,3506	2,3221	2,3011	2,2850	2,2722	2,2619
30	2,8510	2,5468	2,4332	2,3715	2,3322	2,3049	2,2846	2,2691	2,2568	2,2468
35	2,7558	2,4878	2,3861	2,3304	2,2947	2,2697	2,2511	2,2368	2,2254	2,2161
40	2,6836	2,4425	2,3498	2,2987	2,2658	2,2427	2,2254	2,2120	2,2013	2,1926
45	2,6267	2,4064	2,3209	2,2735	2,2428	2,2211	2,2049	2,1923	2,1822	2,1739
50	2,5805	2,3768	2,2971	2,2527	2,2239	2,2035	2,1881	2,1762	2,1666	2,1587
60	2,5095	2,3311	2,2603	2,2206	2,1947	2,1762	2,1623	2,1514	2,1426	2,1353
70	2,4571	2,2970	2,2329	2,1967	2,1729	2,1559	2,1431	2,1330	2,1249	2,1181
80	2,4165	2,2705	2,2115	2,1780	2,1560	2,1402	2,1282	2,1188	2,1112	2,1048
90	2,3840	2,2491	2,1942	2,1630	2,1424	2,1276	2,1163	2,1074	2,1002	2,0942
100	2,3573	2,2314	2,1799	2,1506	2,1311	2,1171	2,1065	2,0981	2,0912	2,0855
150	2,2712	2,1740	2,1336	2,1103	2,0948	2,0835	2,0749	2,0681	2,0625	2,0578
200	2,2231	2,1416	2,1074	2,0876	2,0743	2,0647	2,0573	2,0514	2,0465	2,0425
250	2,1915	2,1203	2,0901	2,0726	2,0609	2,0523	2,0457	2,0405	2,0361	2,0325
300	2,1689	2,1049	2,0777	2,0618	2,0512	2,0434	2,0374	2,0326	2,0287	2,0254
400	2,1380	2,0838	2,0606	2,0470	2,0379	2,0312	2,0261	2,0219	2,0185	2,0157
500	2,1175	2,0697	2,0492	2,0372	2,0291	2,0231	2,0185	2,0149	2,0118	2,0093
1 000	2,0684	2,0359	2,0218	2,0134	2,0078	2,0037	2,0005	1,9979	1,9958	1,9940
2 000	2,0353	2,0128	2,0030	1,9973	1,9933	1,9904	1,9882	1,9864	1,9849	1,9836
5 000	2,0069	1,9930	1,9869	1,9833	1,9808	1,9790	1,9776	1,9765	1,9755	1,9747
10 000	1,9929	1,9832	1,9789	1,9764	1,9746	1,9734	1,9724	1,9716	1,9709	1,9704

ادامه جدول ت-۸

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20 000	1,9831	1,9763	1,9733	1,9715	1,9703	1,9694	1,9687	1,9682	1,9677	1,9673
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

جدول ت-۹ سطح اطمینان ٪۰/۹۹ و نسبت ٪۰/۹۹ $(1-\alpha = 0.99p = 0.99)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	234,8775	29,6006	15,2876	11,0563	9,1134	8,0113	7,3045	6,8136	6,4531	6,1774
3	28,5857	10,6204	7,6599	6,4888	5,8628	5,4728	5,2065	5,0131	4,8663	4,7512
4	14,4054	7,4658	5,9599	5,3025	4,9324	4,6945	4,5286	4,4063	4,3126	4,2384
5	10,2201	6,1969	5,1946	4,7343	4,4681	4,2942	4,1716	4,0806	4,0105	3,9547
6	8,2916	5,5053	4,7503	4,3924	4,1820	4,0431	3,9445	3,8709	3,8140	3,7687
7	7,1908	5,0656	4,4559	4,1605	3,9847	3,8678	3,7844	3,7220	3,6736	3,6350
8	6,4791	4,7591	4,2445	3,9911	3,8389	3,7371	3,6643	3,6096	3,5670	3,5331
9	5,9802	4,5318	4,0843	3,8610	3,7260	3,6352	3,5700	3,5210	3,4828	3,4523
10	5,6102	4,3557	3,9580	3,7574	3,6354	3,5531	3,4938	3,4491	3,4142	3,3863
11	5,3242	4,2147	3,8554	3,6727	3,5609	3,4852	3,4305	3,3893	3,3570	3,3312
12	5,0960	4,0989	3,7702	3,6018	3,4983	3,4280	3,3771	3,3386	3,3085	3,2844
13	4,9093	4,0019	3,6982	3,5415	3,4448	3,3790	3,3312	3,2951	3,2667	3,2440
14	4,7535	3,9192	3,6363	3,4895	3,3986	3,3365	3,2914	3,2572	3,2303	3,2088
15	4,6212	3,8478	3,5825	3,4441	3,3581	3,2992	3,2564	3,2238	3,1983	3,1777
16	4,5074	3,7855	3,5352	3,4040	3,3223	3,2662	3,2254	3,1942	3,1698	3,1501
17	4,4084	3,7304	3,4933	3,3684	3,2904	3,2368	3,1976	3,1678	3,1443	3,1254
18	4,3212	3,6815	3,4558	3,3365	3,2618	3,2103	3,1727	3,1440	3,1213	3,1031
19	4,2439	3,6376	3,4220	3,3077	3,2359	3,1864	3,1501	3,1224	3,1005	3,0829
20	4,1748	3,5979	3,3915	3,2816	3,2124	3,1646	3,1296	3,1027	3,0816	3,0644
22	4,0563	3,5291	3,3381	3,2359	3,1713	3,1265	3,0935	3,0682	3,0483	3,0321
24	3,9581	3,4713	3,2931	3,1972	3,1364	3,0941	3,0629	3,0389	3,0199	3,0045
26	3,8752	3,4220	3,2545	3,1639	3,1063	3,0662	3,0365	3,0136	2,9955	2,9807
28	3,8042	3,3792	3,2209	3,1350	3,0801	3,0418	3,0135	2,9916	2,9742	2,9600
30	3,7425	3,3418	3,1915	3,1095	3,0571	3,0204	2,9932	2,9721	2,9554	2,9417
35	3,6185	3,2656	3,1312	3,0574	3,0099	2,9765	2,9516	2,9323	2,9169	2,9043
40	3,5244	3,2070	3,0847	3,0171	2,9733	2,9425	2,9194	2,9015	2,8871	2,8753
45	3,4502	3,1602	3,0474	2,9847	2,9440	2,9152	2,8936	2,8768	2,8632	2,8521
50	3,3898	3,1218	3,0167	2,9581	2,9199	2,8928	2,8724	2,8565	2,8437	2,8331
60	3,2970	3,0623	2,9691	2,9167	2,8824	2,8580	2,8395	2,8250	2,8133	2,8037
70	3,2284	3,0179	2,9334	2,8857	2,8544	2,8319	2,8150	2,8016	2,7908	2,7818
80	3,1753	2,9832	2,9056	2,8615	2,8325	2,8116	2,7958	2,7834	2,7732	2,7648
90	3,1327	2,9552	2,8831	2,8420	2,8148	2,7953	2,7804	2,7687	2,7592	2,7512
100	3,0976	2,9321	2,8644	2,8258	2,8002	2,7817	2,7677	2,7566	2,7475	2,7400
150	2,9847	2,8569	2,8038	2,7732	2,7527	2,7379	2,7266	2,7176	2,7102	2,7041
200	2,9215	2,8144	2,7695	2,7434	2,7260	2,7133	2,7036	2,6958	2,6894	2,6841
250	2,8801	2,7864	2,7468	2,7238	2,7084	2,6971	2,6884	2,6815	2,6758	2,6711
300	2,8504	2,7662	2,7305	2,7096	2,6956	2,6854	2,6775	2,6713	2,6661	2,6617
400	2,8098	2,7385	2,7080	2,6902	2,6782	2,6694	2,6627	2,6572	2,6528	2,6490

ادامه جدول ت-۹

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
500	2,7828	2,7200	2,6931	2,6773	2,6666	2,6588	2,6528	2,6479	2,6440	2,6406
1 000	2,7184	2,6756	2,6570	2,6461	2,6387	2,6332	2,6290	2,6257	2,6229	2,6205
2 000	2,6748	2,6453	2,6324	2,6248	2,6197	2,6158	2,6129	2,6105	2,6086	2,6069
5 000	2,6374	2,6192	2,6112	2,6065	2,6032	2,6008	2,5990	2,5975	2,5963	2,5952
10 000	2,6191	2,6063	2,6007	2,5974	2,5951	2,5934	2,5921	2,5911	2,5902	2,5895
20 000	2,6062	2,5973	2,5934	2,5910	2,5894	2,5882	2,5873	2,5866	2,5860	2,5855
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

جدول ت-۱۰- سطح اطمینان ٪۹۹.۹ و نسبت ٪۹۰/۰ $(1-\alpha = 0.99.9p = 0.90)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1555,7340	62,5942	22,3691	13,5933	10,1615	8,4070	7,3630	6,6785	6,1986	5,8452
3	59,5426	12,7713	7,8069	6,1415	5,3341	4,8647	4,5605	4,3485	4,1926	4,0734
4	20,4870	7,4872	5,3963	4,5921	4,1750	3,9224	3,7543	3,6346	3,5453	3,4760
5	12,0557	5,6774	4,4228	3,9067	3,6300	3,4592	3,3439	3,2610	3,1986	3,1500
6	8,7591	4,7730	3,8891	3,5106	3,3035	3,1742	3,0863	3,0227	2,9746	2,9369
7	7,0628	4,2289	3,5480	3,2483	3,0821	2,9775	2,9060	2,8541	2,8148	2,7839
8	6,0427	3,8639	3,3091	3,0597	2,9202	2,8318	2,7712	2,7271	2,6936	2,6672
9	5,3650	3,6009	3,1312	2,9167	2,7957	2,7187	2,6658	2,6272	2,5978	2,5747
10	4,8829	3,4016	2,9930	2,8039	2,6964	2,6279	2,5806	2,5461	2,5199	2,4992
11	4,5224	3,2450	2,8821	2,7122	2,6152	2,5531	2,5101	2,4788	2,4549	2,4361
12	4,2426	3,1183	2,7909	2,6362	2,5473	2,4902	2,4507	2,4219	2,3999	2,3826
13	4,0189	3,0135	2,7145	2,5719	2,4896	2,4366	2,3999	2,3730	2,3525	2,3364
14	3,8358	2,9253	2,6494	2,5167	2,4398	2,3902	2,3558	2,3306	2,3113	2,2962
15	3,6830	2,8499	2,5932	2,4689	2,3965	2,3497	2,3171	2,2933	2,2751	2,2608
16	3,5536	2,7845	2,5441	2,4269	2,3583	2,3139	2,2830	2,2603	2,2430	2,2294
17	3,4423	2,7274	2,5009	2,3897	2,3245	2,2821	2,2525	2,2309	2,2143	2,2013
18	3,3456	2,6769	2,4624	2,3566	2,2942	2,2536	2,2252	2,2044	2,1885	2,1760
19	3,2607	2,6319	2,4280	2,3268	2,2670	2,2279	2,2006	2,1805	2,1652	2,1532
20	3,1856	2,5916	2,3970	2,3000	2,2424	2,2046	2,1783	2,1589	2,1441	2,1324
22	3,0583	2,5221	2,3434	2,2533	2,1995	2,1641	2,1393	2,1210	2,1070	2,0960
24	2,9544	2,4644	2,2984	2,2141	2,1634	2,1299	2,1064	2,0890	2,0757	2,0652
26	2,8678	2,4155	2,2602	2,1807	2,1326	2,1007	2,0782	2,0616	2,0489	2,0388
28	2,7944	2,3736	2,2273	2,1519	2,1060	2,0755	2,0539	2,0379	2,0256	2,0159
30	2,7313	2,3371	2,1986	2,1267	2,0828	2,0534	2,0326	2,0171	2,0052	1,9958
35	2,6061	2,2636	2,1405	2,0757	2,0358	2,0088	1,9894	1,9750	1,9639	1,9551
40	2,5127	2,2077	2,0962	2,0368	1,9999	1,9747	1,9566	1,9430	1,9324	1,9241
45	2,4399	2,1636	2,0611	2,0061	1,9715	1,9478	1,9307	1,9177	1,9077	1,8996
50	2,3814	2,1278	2,0326	1,9810	1,9485	1,9260	1,9097	1,8973	1,8876	1,8799
60	2,2925	2,0727	1,9886	1,9426	1,9132	1,8927	1,8777	1,8662	1,8571	1,8499
70	2,2276	2,0321	1,9562	1,9142	1,8873	1,8683	1,8543	1,8435	1,8350	1,8281
80	2,1779	2,0006	1,9310	1,8923	1,8673	1,8496	1,8364	1,8262	1,8181	1,8115
90	2,1383	1,9754	1,9109	1,8748	1,8513	1,8347	1,8222	1,8125	1,8048	1,7985
100	2,1059	1,9546	1,8943	1,8603	1,8382	1,8224	1,8106	1,8014	1,7940	1,7879

ادامه جدول ت-۱۰

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
150	2,0029	1,8878	1,8408	1,8140	1,7963	1,7835	1,7739	1,7662	1,7601	1,7549
200	1,9461	1,8504	1,8109	1,7881	1,7730	1,7621	1,7537	1,7471	1,7417	1,7372
250	1,9091	1,8259	1,7912	1,7711	1,7578	1,7481	1,7406	1,7347	1,7299	1,7258
300	1,8827	1,8083	1,7771	1,7590	1,7468	1,7380	1,7313	1,7259	1,7215	1,7178
400	1,8469	1,7842	1,7577	1,7423	1,7319	1,7244	1,7185	1,7139	1,7101	1,7069
500	1,8232	1,7682	1,7449	1,7312	1,7220	1,7153	1,7101	1,7060	1,7026	1,6997
1 000	1,7671	1,7300	1,7140	1,7046	1,6982	1,6936	1,6900	1,6871	1,6847	1,6827
2 000	1,7294	1,7040	1,6930	1,6865	1,6820	1,6788	1,6763	1,6743	1,6726	1,6712
5 000	1,6974	1,6817	1,6749	1,6709	1,6681	1,6661	1,6645	1,6632	1,6622	1,6613
10 000	1,6817	1,6708	1,6660	1,6631	1,6612	1,6598	1,6587	1,6578	1,6571	1,6564
20 000	1,6707	1,6631	1,6597	1,6577	1,6564	1,6554	1,6546	1,6540	1,6535	1,6530
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

جدول ت-۱۱- سطح اطمینان ٪۰/۹۹.۹ و نسبت ٪۰/۹۵ $(1-\alpha = 0.99.9p = 0.95)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1827,2522	73,2838	26,0939	15,7955	11,7620	9,6947	8,4608	7,6494	7,0787	6,6574
3	70,1538	14,9785	9,1103	7,1319	6,1666	5,6019	5,2338	4,9760	4,7860	4,6403
4	24,1850	8,7950	6,3062	5,3407	4,8352	4,5266	4,3198	4,1720	4,0613	3,9754
5	14,2518	6,6792	5,1776	4,5531	4,2145	4,0035	3,8602	3,7567	3,6785	3,6175
6	10,3659	5,6230	4,5609	4,1002	3,8451	3,6842	3,5740	3,4939	3,4332	3,3856
7	8,3658	4,9882	4,1678	3,8015	3,5958	3,4650	3,3748	3,3091	3,2592	3,2199
8	7,1627	4,5627	3,8928	3,5874	3,4141	3,3032	3,2265	3,1704	3,1277	3,0940
9	6,3633	4,2562	3,6884	3,4253	3,2747	3,1779	3,1107	3,0615	3,0240	2,9944
10	5,7945	4,0241	3,5298	3,2976	3,1638	3,0774	3,0174	2,9733	2,9397	2,9131
11	5,3691	3,8417	3,4025	3,1939	3,0730	2,9947	2,9402	2,9001	2,8695	2,8453
12	5,0388	3,6941	3,2979	3,1079	2,9972	2,9252	2,8751	2,8382	2,8099	2,7877
13	4,7747	3,5721	3,2102	3,0351	2,9327	2,8659	2,8193	2,7850	2,7587	2,7380
14	4,5585	3,4692	3,1354	2,9727	2,8771	2,8146	2,7709	2,7387	2,7140	2,6946
15	4,3780	3,3813	3,0708	2,9185	2,8286	2,7697	2,7285	2,6980	2,6747	2,6563
16	4,2251	3,3050	3,0144	2,8709	2,7858	2,7300	2,6909	2,6620	2,6399	2,6224
17	4,0936	3,2383	2,9646	2,8287	2,7479	2,6947	2,6574	2,6298	2,6086	2,5919
18	3,9793	3,1793	2,9204	2,7910	2,7139	2,6630	2,6272	2,6008	2,5805	2,5645
19	3,8789	3,1268	2,8807	2,7572	2,6833	2,6344	2,6000	2,5746	2,5551	2,5396
20	3,7900	3,0796	2,8449	2,7266	2,6555	2,6085	2,5753	2,5507	2,5319	2,5170
22	3,6394	2,9983	2,7829	2,6733	2,6071	2,5632	2,5320	2,5090	2,4912	2,4772
24	3,5164	2,9307	2,7309	2,6285	2,5663	2,5248	2,4954	2,4735	2,4567	2,4434
26	3,4138	2,8734	2,6866	2,5901	2,5313	2,4919	2,4639	2,4431	2,4270	2,4143
28	3,3269	2,8241	2,6483	2,5570	2,5010	2,4634	2,4366	2,4166	2,4012	2,3890
30	3,2521	2,7812	2,6149	2,5280	2,4745	2,4384	2,4126	2,3934	2,3785	2,3667
35	3,1037	2,6947	2,5471	2,4690	2,4205	2,3876	2,3638	2,3460	2,3322	2,3212
40	2,9928	2,6288	2,4952	2,4238	2,3791	2,3486	2,3264	2,3097	2,2967	2,2863
45	2,9064	2,5767	2,4540	2,3879	2,3463	2,3176	2,2967	2,2809	2,2685	2,2586
50	2,8368	2,5343	2,4204	2,3587	2,3195	2,2924	2,2725	2,2574	2,2456	2,2361

ادامه جدول ت-۱۱

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
60	2,7311	2,4691	2,3686	2,3135	2,2783	2,2536	2,2355	2,2216	2,2106	2,2017
70	2,6540	2,4209	2,3303	2,2801	2,2478	2,2251	2,2083	2,1953	2,1849	2,1766
80	2,5949	2,3835	2,3005	2,2543	2,2243	2,2031	2,1873	2,1751	2,1653	2,1573
90	2,5478	2,3535	2,2766	2,2335	2,2054	2,1855	2,1706	2,1590	2,1497	2,1421
100	2,5092	2,3288	2,2569	2,2164	2,1899	2,1711	2,1569	2,1459	2,1370	2,1297
150	2,3865	2,2493	2,1933	2,1614	2,1402	2,1250	2,1135	2,1044	2,0970	2,0909
200	2,3188	2,2048	2,1577	2,1306	2,1126	2,0995	2,0896	2,0817	2,0753	2,0699
250	2,2748	2,1757	2,1343	2,1104	2,0945	2,0829	2,0740	2,0670	2,0612	2,0564
300	2,2434	2,1547	2,1175	2,0959	2,0815	2,0710	2,0629	2,0565	2,0512	2,0468
400	2,2007	2,1260	2,0944	2,0760	2,0637	2,0547	2,0478	2,0422	2,0377	2,0338
500	2,1725	2,1070	2,0791	2,0628	2,0519	2,0439	2,0377	2,0328	2,0287	2,0253
1 000	2,1056	2,0614	2,0423	2,0311	2,0235	2,0180	2,0137	2,0102	2,0074	2,0050
2 000	2,0607	2,0305	2,0173	2,0095	2,0043	2,0004	1,9974	1,9950	1,9930	1,9913
5 000	2,0225	2,0039	1,9958	1,9909	1,9877	1,9852	1,9834	1,9819	1,9806	1,9796
10 000	2,0038	1,9908	1,9851	1,9817	1,9794	1,9777	1,9764	1,9754	1,9745	1,9737
20 000	1,9908	1,9817	1,9777	1,9753	1,9737	1,9725	1,9716	1,9708	1,9702	1,9697
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

جدول ت-۱۲- سطح اطمینان ٪۰/۹۹۹ و نسبت ٪۰/۹۹ $(1-\alpha = 0.999p = 0.99)$

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2348,8387	93,8333	33,2653	20,0444	14,8573	12,1910	10,5938	9,5391	8,7942	8,2420
3	90,6105	19,2385	11,6321	9,0532	7,7853	7,0373	6,5458	6,1990	5,9416	5,7433
4	31,3298	11,3247	8,0703	6,7950	6,1194	5,7024	5,4200	5,2164	5,0629	4,9431
5	18,5010	8,6194	6,6422	5,8089	5,3506	5,0612	4,8622	4,7173	4,6071	4,5206
6	13,4784	7,2704	5,8646	5,2452	4,8967	4,6737	4,5189	4,4055	4,3188	4,2505
7	10,8920	6,4607	5,3703	4,8753	4,5924	4,4096	4,2820	4,1880	4,1161	4,0592
8	9,3356	5,9183	5,0256	4,6112	4,3716	4,2158	4,1065	4,0258	3,9639	3,9148
9	8,3012	5,5280	4,7697	4,4117	4,2029	4,0663	3,9702	3,8991	3,8444	3,8010
10	7,5649	5,2325	4,5713	4,2549	4,0689	3,9468	3,8606	3,7968	3,7475	3,7085
11	7,0142	5,0002	4,4124	4,1278	3,9595	3,8486	3,7702	3,7120	3,6670	3,6314
12	6,5864	4,8124	4,2817	4,0223	3,8682	3,7663	3,6940	3,6403	3,5989	3,5659
13	6,2443	4,6570	4,1722	3,9332	3,7906	3,6960	3,6288	3,5788	3,5402	3,5095
14	5,9641	4,5260	4,0788	3,8568	3,7237	3,6352	3,5723	3,5254	3,4891	3,4603
15	5,7303	4,4139	3,9981	3,7903	3,6653	3,5820	3,5226	3,4784	3,4441	3,4169
16	5,5319	4,3168	3,9276	3,7319	3,6138	3,5349	3,4787	3,4366	3,4041	3,3782
17	5,3613	4,2317	3,8654	3,6802	3,5680	3,4930	3,4394	3,3993	3,3683	3,3436
18	5,2130	4,1565	3,8099	3,6339	3,5270	3,4553	3,4041	3,3657	3,3360	3,3123
19	5,0827	4,0894	3,7602	3,5923	3,4900	3,4213	3,3721	3,3353	3,3067	3,2840
20	4,9673	4,0291	3,7154	3,5546	3,4564	3,3904	3,3430	3,3075	3,2800	3,2581
22	4,7717	3,9252	3,6375	3,4889	3,3978	3,3362	3,2920	3,2588	3,2330	3,2125
24	4,6118	3,8385	3,5720	3,4335	3,3481	3,2903	3,2486	3,2173	3,1929	3,1735
26	4,4784	3,7650	3,5161	3,3859	3,3054	3,2507	3,2112	3,1815	3,1583	3,1398
28	4,3653	3,7018	3,4677	3,3447	3,2683	3,2163	3,1786	3,1502	3,1281	3,1104

ادامه جدول ت-۱۲

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
30	4,2679	3,6466	3,4254	3,3085	3,2357	3,1860	3,1499	3,1227	3,1014	3,0844
35	4,0745	3,5352	3,3393	3,2347	3,1690	3,1239	3,0911	3,0661	3,0466	3,0310
40	3,9299	3,4501	3,2731	3,1778	3,1175	3,0759	3,0455	3,0223	3,0042	2,9895
45	3,8170	3,3827	3,2203	3,1323	3,0764	3,0376	3,0091	2,9873	2,9702	2,9563
50	3,7261	3,3277	3,1772	3,0951	3,0427	3,0061	2,9792	2,9586	2,9423	2,9291
60	3,5879	3,2430	3,1104	3,0374	2,9904	2,9574	2,9330	2,9141	2,8992	2,8870
70	3,4870	3,1802	3,0607	2,9944	2,9515	2,9213	2,8987	2,8812	2,8673	2,8559
80	3,4095	3,1314	3,0221	2,9610	2,9213	2,8932	2,8721	2,8557	2,8426	2,8319
90	3,3478	3,0923	2,9910	2,9341	2,8970	2,8706	2,8508	2,8353	2,8229	2,8127
100	3,2972	3,0600	2,9653	2,9119	2,8769	2,8520	2,8333	2,8186	2,8067	2,7970
150	3,1362	2,9559	2,8822	2,8402	2,8123	2,7923	2,7771	2,7651	2,7553	2,7472
200	3,0474	2,8975	2,8356	2,7999	2,7762	2,7590	2,7459	2,7355	2,7270	2,7200
250	2,9896	2,8592	2,8049	2,7734	2,7525	2,7372	2,7256	2,7163	2,7087	2,7024
300	2,9483	2,8317	2,7828	2,7544	2,7354	2,7216	2,7110	2,7026	2,6956	2,6898
400	2,8922	2,7940	2,7525	2,7283	2,7121	2,7003	2,6911	2,6839	2,6779	2,6729
500	2,8551	2,7690	2,7324	2,7110	2,6966	2,6861	2,6780	2,6715	2,6661	2,6616
1 000	2,7672	2,7091	2,6840	2,6693	2,6594	2,6521	2,6464	2,6419	2,6382	2,6350
2 000	2,7083	2,6685	2,6512	2,6410	2,6340	2,6290	2,6250	2,6219	2,6192	2,6170
5 000	2,6580	2,6336	2,6229	2,6165	2,6122	2,6090	2,6066	2,6046	2,6030	2,6016
10 000	2,6334	2,6164	2,6089	2,6044	2,6014	2,5992	2,5975	2,5961	2,5949	2,5939
20 000	2,6163	2,6044	2,5991	2,5960	2,5939	2,5923	2,5911	2,5901	2,5893	2,5886
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

پیوست ث
(الزامی)
بازه‌های رواداری آماری نابسته به توزیع

به جداول ث-۱ و ث -۲ توجه شود.

جدول ث-۱ بازه‌های رواداری آماری نابسته به توزیع –اندازه نمونه برای نسبت p در سطح اطمینان $1-\alpha$، v و w ارائه شده

	Confidence level 90 % ($1-\alpha = 0{,}90$)				Confidence level 95 % ($1-\alpha = 0{,}95$)		
	Proportion $p \times 100$ %				Proportion $p \times 100$ %		
$v+w$	90	95	99		90	95	99
1	22	45	230		29	59	299
2	38	77	388		46	93	473
3	52	105	531		61	124	628
4	65	132	667		76	153	773
5	78	158	798		89	181	913
6	91	184	926		103	208	1049
7	104	209	1051		116	234	1182
8	116	234	1175		129	260	1312
9	128	258	1297		142	286	1441
10	140	282	1418		154	311	1568
11	152	306	1538		167	336	1693
12	164	330	1658		179	361	1818
13	175	353	1776		191	386	1941
14	187	377	1893		203	410	2064
15	199	400	2010		215	434	2185
16	210	423	2127		227	458	2306
17	222	446	2242		239	482	2426
18	233	469	2358		251	506	2546
19	245	492	2473		263	530	2665
20	256	515	2587		275	554	2784

جدول ث-۲ بازه‌های رواداری آماری نابسته به توزیع (ادامه) – اندازه نمونه برای نسبت p در سطح اطمینان $1-\alpha$، v و w ارائه شده

	Confidence level 99 % (1 - α = 0,99)				Confidence level 99,9 % (1 - α = 0,999)		
	Proportion p × 100 %				Proportion p × 100 %		
v + w	90	95	99		90	95	99
1	44	90	459		66	135	688
2	64	130	662		89	181	920
3	81	165	838		108	220	1119
4	97	198	1001		126	257	1302
5	113	229	1157		143	291	1475
6	127	259	1307		159	324	1640
7	142	288	1453		175	356	1801
8	156	316	1596		190	387	1957
9	170	344	1736		205	417	2110
10	183	371	1874		220	447	2259
11	197	398	2010		235	476	2407
12	210	425	2144		249	505	2552
13	223	451	2277		263	533	2696
14	236	478	2409		277	562	2837
15	249	504	2539		291	590	2978
16	262	529	2669		305	617	3117
17	275	555	2798		318	645	3255
18	287	580	2925		332	672	3391
19	300	606	3052		345	699	3527
20	312	631	3179		358	726	3662

پیوست ج

(اطلاعاتی)

محاسبه عامل‌های بازه‌های رواداری آماری پارامتری دو طرفه

در رشته آمار ریاضی، بازه در حالت میانگین نامعلوم μ و انحراف معیار نامعلوم σ، بازه رواداری محتوی p با سطح اطمینان 1-α برای توزیع نرمال، نامیده می‌شود. نماد β گاهی اوقات به جای نماد p استفاده می‌شود. اگرچه تعریف بازه رواداری دارای p ساده است، محاسبه مقادیر دقیق عامل‌های رواداری، مخصوصا بدون استفاده از رایانه، تا اندازه‌ای مشکل است. ما بازه رواداری ساخته شده با $\left[\bar{X}-k\times s, \bar{X}+k\times s\right]$، که در آن $\bar{X}$ و s به‌ترتیب میانگین نمونه و انحراف معیار نمونه هستند، را در نظر می‌گیریم.

مقدار عامل رواداری، جواب k است که در تابع انتگرال زیر آمده است:

$$\sqrt{\frac{n}{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} F(x,k)\, e^{-\frac{nx^2}{2}}\, dx - 1 + \alpha = 0, \qquad (ج-۱)$$

که:

$$F(x,k) = \int_{\frac{f\,R^2(x)}{k^2}}^{\infty} \frac{t^{\frac{f}{2}-1}\, e^{-\frac{t}{2}}}{2^{\frac{f}{2}}\,\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)}\, dt,$$

و R (x) جواب تابع $\Phi(X+R)-\Phi(X-R)-p=0$ است.

در معادله برای $F(x,k)$، معادله (ج − ۱)، علامت f تعداد درجه آزادی است، که به تعداد نمونه‌ها و تعداد مشاهدات در هر نمونه بستگی دارد.

یادآوری ۱ – برای یک نمونه با اندازه n، دارای f= n-1 درجه آزادی است.

یادآوری ۲– برای m نمونه با اندازه‌های یکسان n (مدل متعادل)، درجه آزادی f = m(n-1) درجه آزادی است.

یادآوری ۳– برای m نمونه با اندازه‌های $n_1, n_2, \ldots, n_m$ (مدل غیر متعادل)، درجه آزادی به‌صورت زیر است

$$f=\sum_{i=1}^{m}(n_i-1)=\left(\sum_{i=1}^{m}n_i\right)-m.$$

در این مورد معادله (ج − ۱) اصلاح شده است؛ n جانشین n_i و k جانشین k_i شده است و ما برای هر نمونه، جواب‌های جداگانه k_i را به‌دست می‌آوریم.

نتیجه تحلیلی جواب معادله (ج − ۱) با توجه به k اگر غیرممکن نباشد، بسیار مشکل است، بنابراین رویه‌های تقریبی برای محاسبه عامل k در گذشته استفاده شده است. در استاندارد بازه رواداری پیشین (ISO 3207:

(1975، عامل‌های موجود در جدول بازه رواداری آماری دو طرفه برای μ و ∂ نامعلوم، توسط چنین رویه‌ی به‌دست می‌آمدند.

اخیرا، برنامه‌های رایانه‌ای که از انتگرال‌گیری عددی برای محاسبه دقیق عامل‌ها استفاده می‌کنند، توسعه پیدا کرده‌اند. در پیوست ت عامل‌هایی که توسط فرآیند تکراری با استفاده از انتگرال‌گیری عددی مشتق می‌شوند، برای ارائه حداقل سطح اطمینان مورد نیاز محاسبه شده‌اند.

جداول گسترده‌ای از عامل k برای بازه رواداری آماری دو طرفه برای توزیع نرمال با μ و σ نامعلوم توسط گاراج و جانیگا با معرفی جداول آمده به زبان انگلیسی، فرانسوی، آلمانی و اسلواکی منتشر شده‌اند.

این جداول با ستون‌های m=1 از جداول در پیوست ت در این استاندارد هم‌خوانی دارد، اما تعداد ورودی‌ها و گستره‌های n، p و α در جداول گارج و جانیگا بزرگ‌تر می‌باشد.

در پیوست ت جداولی از عامل k برای بازه‌های رواداری آماری دوطرفه برای توزیع نرمال با μ_i (i = 1، 2، ... m. .. = 2(1)10) نامعلوم و واریانس مشترک نامعلوم ارائه شده‌اند.

هم چنین جداول گسترده‌ای از عامل k برای بازه رواداری آماری دو طرفه برای توزیع نرمال با μ و σ نامعلوم توسط گاراج و جانیگا با معرفی جداول آمده به زبان انگلیسی، فرانسوی، آلمانی و اسلواکی منتشر شده‌اند.

این جداول با ستون‌های m = 2 (1) 10 از جداول در پیوست ت در این استاندارد همخوانی دارد، اما تعداد ورودی‌ها، تعداد مناطق اعشاری و گستره‌های m، n، p و α در جداول گارج و جانیگا بزرگ‌تر می‌باشند.

پیوست چ
(اطلاعاتی)
ساختمان بازه رواداری آماری نابسته به توزیع برای هر نوع توزیع

چ –۱ جوامع نامحدود

فرض کنید یک نمونهX_n،..... X_2 ،X_1 از مشاهدات تصادفی مستقل در جامعه را داشته باشیم (پیوسته، گسسته، مرکب) و مقادیر طبقه‌بندی شده آن به‌صورت $x_1 \le x_2 \le ..... \le x_n$ باشد.

بازه‌ای با سطح اطمینان $100(1-\alpha)\%$ در حداقل $100\%p$ جامعه بین کوچک‌ترین v امین مشاهده (به‌عبارتی مقدار طبقه‌بندی شده $x_{(v)}$) و بزرگ‌ترین w امین مشاهده (به‌عبارتی مقدار طبقه‌بندی شده $x_{(n-w+1)}$) از نمونه قرار دارد، با جواب دادن به توزیع دو جمله‌ای تجمعی برای کوچک‌ترین اندازه نمونه n به‌صورت زیر تعیین می‌شود.

$$\sum_{x=0}^{v+w-1} \binom{n}{x} p^{n-x}(1-p)^x \le \alpha, \qquad (چ - ۱)$$

که در آن:

$$v \ge 0, w \ge 0, v + w \ge 1, 0 < p < 1, \text{ and } 0 < \alpha < 1.$$

هنگامی‌که تابع توزیع تجمعی مشخصه جامعه X پیوسته نباشد، عبارت بالا به صورتی اصلاح می‌شود که حداقل سطح اطمینان $100(1-\alpha)\%$ است که حداقل $100\%p$ جامعه بین $x_{(v)}$ و $x_{(n-w+1)}$ یا مساوی $x_{(v)}$ یا $x_{(n-w+1)}$ باشد.

هنگامی‌که v=0، x_0 با کران پایین X (به‌عنوان مثال ۴-) یا مطابق باشد و بازه مرتبط، به‌عنوان یک بازه آماری بالایی یک‌طرفه اشاره دارد. هنگامی‌که w=0، $x_{(n+1)}$ با کران بالای X (به‌عنوان مثال ۴+) متناظر است و بازه مرتبط، به‌عنوان بازه آماری پایینی یک‌طرفه مشخص شده است. هنگامی‌که $v \ge 1$ و $w \ge 1$ باشد، بازه مرتبط بین دو مقدار طبقه‌بندی شده، به‌عنوان بازه دو طرفه مشخص می‌شود. هنگام ارتباط با مقادیر گسسته که یا قابل قبول هستند یا نیستند، v + w-1 مساوی با ماکزیمم تعداد مجاز اقلام ناهمگون در نمونه تعیین می‌شود.

هنگامی‌که v + w = 1 است، معادله (چ -۱) به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$p^n \le \alpha \qquad (چ - ۲)$$

هنگامی‌که v + w = 2 است، معادله (چ -۱) به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$np^{n-1} - (n-1)p^n \le \alpha \qquad (چ-۲)$$

چ – ۲ جوامع محدود

فرض کنید جامعه محدودی با مقادیر $x_1 \le x_2 \le ..... \le x_n$ مرتبط با N مقدار داشته باشیم. یک نمونه تصادفی ساده با اندازه n بدون جایگزینی بیرون کشیده می‌شود و مقادیر طبقه‌بندی شده آن $x_1 \le x_2 \le ..... \le x_n$ هستند.

بازه‌ای با سطح اطمینان $100(1-\alpha)\%$ در حداقل $100\%p$ جامعه بین کوچک‌ترین v امین مشاهده (به‌عبارتی مقدار طبقه‌بندی شده $x_{(v)}$) و بزرگ‌ترین w امین مشاهده (به‌عبارتی مقدار طبقه‌بندی شده $x_{(n-w+1)}$) از نمونه قرار دارد، توسط جواب توزیع فوق هندسی تجمعی برای کوچک‌ترین اندازه نمونه به‌صورت زیر تعیین می‌شود.

$$\sum_{x=0}^{v+w-1} \frac{\binom{N-M+c}{x}\binom{M-c}{n-x}}{\binom{N}{n}} \le \alpha \qquad (چ - ۴)$$

جایی‌که $v \ge 0$، $w \ge 0$، $v + w \ge 1$، $0 < p < 1$، $0 < \alpha < 1$، $M = \lceil N_p \rceil$ (کوچک‌ترین اعداد صحیح بزرگ‌تر یا مساوی با N_p)، و $c = 0$ یا ۱ بستگی دارد به این که آیا بازه با یک مقدار گسسته متناظر است به‌ترتیب یک‌طرفه یا دو طرفه است.

هنگامی‌که $v = 0$، x_0 با کران پایین X (به‌عنوان مثال ۴-) متناظر است و بازه مرتبط، به‌عنوان یک بازه آماری بالایی یک‌طرفه مشخص شده است. هنگامی‌که $w = 0$، $x_{(n+1)}$ با کران بالای X (به‌عنوان مثال ۴+) متناظر است و بازه مرتبط، به‌عنوان یک بازه آماری پایینی یک‌طرفه مشخص می‌شود. هنگامی‌که $v \ge 1$ و $w \ge 1$ باشد، بازه مرتبط بین دو مقدار طبقه‌بندی شده، به‌عنوان بازه دو طرفه مشخص می‌شود. هنگامی‌که $c = 0$، $v + w - 1$ مساوی با ماکزیمم تعداد مجاز اقلام ناهمگون در نمونه تعیین می‌شود.

اطلاعات اضافی در منبع [7] یافت می‌شود.

پیوست خ
(اطلاعاتی)
کتابنامه

[1] ISO 2602:1980, Statistical interpretation of test results — Estimation of the mean — Confidence interval

[2] ISO 2854:1976, Statistical interpretation of data — Techniques of estimation and tests relating to means and variances

[3] ISO 3207:1975, Statistical interpretation of data — Determination of a statistical tolerance interval

[4] ISO 5479:1979, Statistical interpretation of data — Tests for departure from the normal distribution

[5] ISO/IEC Guide 98-3:2008, Uncertainty of measurement — Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM: 1995)

[6] Eberhardt K.R., Mee R.W., Reeve C.P. Computing factors for exact two-sided tolerance limits for a normal distribution. Communications in Statistics Part B. 1989, 18 pp. 397–413

[7] Fountain R.L., & Chou Y.-M. Minimum Sample Sizes for Two-Sided Tolerance Intervals for Finite Populations. Journal of Quality Technology. 1991, 23 pp. 90–95

[8] Fujino Y. Exact two-sided tolerance limits for a normal distribution.Japanese Journal of Applied Statistics. 1989, 18 pp. 29–36 [in Japanese

[9] Garaj I., & J aniga I. Two-sided tolerance limits of normal distribution for unknown mean and variability. Vydavatelstvo STU, Bratislava, 2002, pp. 147.

[10] Garaj I., & Janiga I. Two-sided tolerance limits of normal distributions with unknown means and unknown common variability. Vydavatelstvo STU, Bratislava, 2004, pp. 218.

[11] Garaj I., & J aniga I. On-sided tolerance limits of normal distribution for unknown mean and variability. Vydavatelstvo STU, Bratislava, 2005, pp. 214.

[12] Hanson D.L., & Owen D.B. Distribution-free tolerance limits elimination of the requirement that cumulative distribution functions be continuous. Technometrics 1963, 5 pp. 518–522

[13] Hahn G., & Meeker W.Q. Statistical Intervals: A guide for practitioners John Wiley & Sons, 1991

[14] Havlicek L.L., & Crain R.D. Practical Statistics for the Physical Sciences. American Chemical Society, Washington, 1988, pp. 489.

[15] Odeh R.E., & Owen D.B. Tables for normal tolerance limits, Sampling Plans, and Screening. Marcel Dekker, Inc, New York, Basel, 1980

[16] Patel J.K. Tolerance Limits — A Review. Comm. Statist. Theory Methods. 1986, 15 pp. 2719 – ۲۷۶۲

[17] Scheffé H., & Tukey J.W. Non-parametric estimation. I. Validation of order statistics. Ann. Math. Stat. 1945, 16 pp. 187–192

[18] Vangel M.G. One-sided nonparametric tolerance limits. Comm. Statist. Simulation Comput. 1994, ٢٣pp. 1137–1154

[19] Wilks S.S. Determination of Sample Sizes for Setting Tolerance Limits. Ann. Math. Stat. 1941, 12 pp. 91–96