



**INSO**  
**11502-2**  
**1st. Edition**  
**2015**

جمهوری اسلامی ایران  
Islamic Republic of Iran  
سازمان ملی استاندارد ایران

Iranian National Standardization Organization

استاندارد ملی ایران

۱۱۵۰۲-۲

چاپ اول

۱۳۹۳

روش‌های آماری در مدیریت فرایند- قابلیت  
و عملکرد- قسمت ۲: قابلیت و عملکرد  
فرایند مدل‌های فرایند وابسته به زمان

Statistical methods in process management-  
capability and performance-Part 2: Process  
capability and performance of time-dependent  
process models

**ICS:03.120.30**

## به نام خدا

### آشنایی با سازمان ملی استاندارد ایران

مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

نام مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب یکصد و پنجاه و دومین جلسه شورای عالی اداری مورخ ۱۳۹۰/۰۶/۲۹ به سازمان ملی استاندارد ایران تغییر و طی نامه شماره ۲۰۶/۳۵۸۳۸ مورخ ۹۰/۷/۲۴ جهت اجرا ابلاغ شده است.

تدوین استاندارد در حوزه‌های مختلف در کمیسیون‌های فنی مرکب از کارشناسان سازمان، صاحبان نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می‌شود و کوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانه صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و واردکنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان‌های دولتی و غیردولتی حاصل می‌شود. پیشنویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی‌نفع و اعضای کمیسیون‌های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادهای در کمیته ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می‌شود.

پیشنویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان‌های علاقه‌مند و ذیصلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می‌کنند در کمیته ملی طرح و بررسی و در صورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می‌شود. بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می‌شود که براساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شماره ۵ تدوین و در کمیته ملی استاندارد مربوط که سازمان ملی استاندارد ایران تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

سازمان ملی استاندارد ایران از اعضای اصلی سازمان بین‌المللی استاندارد (ISO)<sup>۱</sup> کمیسیون بین‌المللی الکتروتکنیک (IEC)<sup>۲</sup> و سازمان بین‌المللی اندازه‌شناسی قانونی (OIML)<sup>۳</sup> است و به عنوان رابط<sup>۴</sup> کمیسیون کدکس غذایی (CAC)<sup>۵</sup> در کشور فعالیت می‌کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی‌های خاص کشور، از آخرین پیشرفتهای علمی، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود.

سازمان ملی استاندارد ایران می‌تواند با رعایت موازین پیش‌بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف‌کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست‌محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. سازمان می‌تواند به منظور حفظ بازارهای بین‌المللی برای محصولات کشور، اجرای استانداردهای کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده‌کنندگان از خدمات سازمان‌ها و مؤسسات فعال در زمینه مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدور گواهی سیستم‌های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست‌محیطی، آزمایشگاه‌ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) و وسایل سنجش، سازمان استاندارد اینگونه سازمان‌ها و مؤسسات را براساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامه تأیید صلاحیت به آن‌ها اعطا و بر عملکرد آن‌ها نظارت می‌کند. ترویج دستگاه بین‌المللی یکاها، کالیبراسیون (واسنجی) و وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این سازمان است.

1- International organization for Standardization

2- International Electro technical Commission

3- International Organization for Legal Metrology (Organization International de Metrology Legal)

4- Contact point

5- Codex Alimentarius Commission

## کمیسیون فنی تدوین استاندارد

### «روش‌های آماری در مدیریت فرایند- قابلیت و عملکرد- قسمت ۲: قابلیت و عملکرد فرایند مدل‌های فرایند وابسته به زمان»

#### رئیس:

جعفری ندوشن، زهرا

(فوق لیسانس مدیریت صنعتی)

#### دبیر:

هادیان ندوشن، اعظم

(فوق لیسانس مدیریت صنعتی)

#### اعضاء: (اسامی به ترتیب حروف الفبا)

احمدی ندوشن، علیرضا

(دانشجوی دکتری مدیریت)

شرکت گاز استان یزد

افضل آبادی، محمدرضا

دکتری مدیریت صنعتی

سازمان صنایع و معادن استان یزد

ارسلان، علیرضا

(فوق لیسانس مدیریت اجرایی)

رئیس انجمن کارشناسان استاندارد استان یزد

بهاری فرد، ناهید

(لیسانس مهندسی صنایع)

مجتمع تولیدی صنایع لاستیک یزد

خلیل زاده، فائزه

(لیسانس الکترونیک)

کارشناس اداره کل استاندارد یزد

قنبریان، علی

(لیسانس مهندسی صنایع)

شرکت بازرسی نمونه برداری کیفیت آوران باستان

موسوی، سیدمحمورضا

(لیسانس مهندسی صنایع)

شرکت رهپویان کیفیت

هادیان، الهام

(لیسانس آمار)

شرکت پارس معیارسنجش ایساتیس

## فهرست مندرجات

صفحه	عنوان
ب	آشنایی با سازمان ملی استاندارد ایران
ج	کمیسیون فنی تدوین استاندارد
ه	پیش گفتار
۱	۱ هدف و دامنه کاربرد
۱	۲ مراجع الزامی
۱	۳ اصطلاحات، تعاریف، نمادها و اختصارات
۴	۴ تجزیه و تحلیل فرایند
۴	۵ مدل‌های توزیع وابسته به زمان
۹	۶ شاخص‌های عملکرد و قابلیت فرایند
۱۵	۷ گزارش‌دهی شاخص‌های عملکرد/ قابلیت فرایند
۱۶	پیوست الف (اطلاعاتی) کتابنامه

## پیش گفتار

استاندارد « روش‌های آماری در مدیریت فرایند- قابلیت و عملکرد- قسمت ۲: قابلیت و عملکرد فرایند مدل‌های فرایند وابسته به زمان » که پیش‌نویس آن در کمیسیون‌های مربوط توسط سازمان ملی استاندارد ایران تهیه و تدوین شده و در یکصد و شصت و دومین اجلاس کمیته ملی مدیریت کیفیت مورخ ۱۳۹۳/۱۲/۲۵ مورد تصویب قرار گرفته است، اینک به استناد بندیک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود.

برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت‌های ملی و جهانی در زمینه صنایع، علوم و خدمات، استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدیدنظرخواهد شد و هرپیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدیدنظر در کمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدیدنظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و ماخذی که برای تهیه این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

- 1- ISO 22514-2:2013 „Statistical methods in process management- capability and performance-Part 2: Process capability and performance of time-dependent process models

۲- واژه نامه مرکز آمار ایران

## روش‌های آماری در مدیریت فرایند- قابلیت و عملکرد- قسمت ۲: قابلیت و عملکرد فرایند مدل‌های فرایند وابسته به زمان

### ۱ هدف و دامنه کاربرد

هدف از تدوین این استاندارد، ایجاد رویه‌ای به منظور تعیین آماره‌هایی برای تخمین قابلیت کیفی یا عملکرد مشخصه‌های محصول و فرایند است. نتایج فرایندی این مشخصه‌های کیفی در هشت نوع توزیع ممکن، طبقه‌بندی می‌شود. فرمول محاسبه معیارهای آماری همراه با هر توزیع ارائه شده است. روش‌های کیفی توصیف شده در این استاندارد، فقط با مشخصه‌های کیفی پیوسته ارتباط دارد. این روش‌ها برای فرایندها در هر بخش صنعتی یا اقتصادی کاربرد دارند.

یادآوری- این روش معمولاً در مورد تعداد انبوهی از نتایج متوالی فرایند به کار می‌رود، اما همچنین می‌تواند برای سری‌های کوچک (تعداد کم نتایج فرایند) نیز استفاده شود.

### ۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی ایران به آن‌ها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب آن مقررات جزئی از این استاندارد ملی ایران محسوب می‌شود. در صورتی که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد، اصلاحیه‌ها و تجدیدنظرهای بعدی آن مورد نظر این استاندارد ملی ایران نیست. در مورد مدارکی که بدون تاریخ انتشار به آن‌ها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدید نظر و اصلاحیه‌های بعدی آن‌ها مورد نظر است. استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی است:

۱-۲ استاندارد ملی ایران به شماره ۱-۱۱۵۰۲ سال ۱۳۹۳، روش‌های آماری در مدیریت فرایند، قابلیت و عملکرد- قسمت ۱: اصول و مفاهیم کلی

2-2 ISO 3534-2, Statistics- Vocabulary and symbols- Part 2: Applied statistics

2-3 ISO 5479, Statistical interpretation of data- Tests for departure from the normal distribution

### ۳ اصطلاحات، تعاریف، نمادها و اختصارات

در این استاندارد، علاوه بر اصطلاحات و تعاریف تعیین شده در استاندارد ISO3534-2:2006 و استاندارد ملی ایران به شماره ۱-۱۱۵۰۲، نمادها و اختصارات زیر نیز به کار می‌رود:

#### ۱-۳ نمادها

$C_p$  شاخص قابلیت فرایند

$C_{pk}$  شاخص حداقل قابلیت فرایند

$C_{pkL}$  شاخص پایینی قابلیت فرایند

$C_{pkU}$	شاخص بالایی قابلیت فرایند
$c_4$	ثابت عددی بر مبنای زیرگروه با اندازه $n$
$\Delta$	پراکندگی فرایند
$\Delta_L$	تفاوت بین $X_{mid}$ و $X_{0.135\%}$ از توزیع مشخصه محصول
$\Delta_U$	تفاوت بین $X_{mid}$ و $X_{99.865\%}$ از توزیع مشخصه محصول
$d_2$	ثابت عددی بر مبنای زیرگروه اندازه $n$
$k$	تعداد زیرگروه‌ها با اندازه یکسان $n$
$\mu$	موقعیت میانگین فرایند
$L$	حد پایینی مشخصه
$M_{l,d}$	روش‌های محاسبه با روش موقعیت با برچسب $l$ و روش پراکندگی با برچسب $d$
$N$	اندازه نمونه
$p_L$	کسر پایینی عدم انطباق
$p_t$	کسر کل عدم انطباق
$p_U$	کسر بالایی عدم انطباق
$P_p$	شاخص عملکرد فرایند
$P_{pk}$	شاخص حداقل عملکرد فرایند
$P_{pkL}$	شاخص پایینی عملکرد فرایند
$P_{pkU}$	شاخص بالایی عملکرد فرایند
$R_i$	دامنه آمین زیرگروه
$S$	انحراف استاندارد، مقدار واقعی
$\sigma$	انحراف استاندارد، جامعه
$S$	انحراف استاندارد، آماره نمونه
$S_i$	انحراف استاندارد نمونه مشاهده شده از $i$ مین زیرگروه
$S_t$	انحراف استاندارد، همراه با زیرنویس "t" نشان‌دهنده انحراف استاندارد کل
$U$	حد بالایی مشخصه
$X_{0.135\%}$	چندک توزیع $0.135\%$
$X_{99.865\%}$	چندک توزیع $99.865\%$
$X_{50\%}$	چندک توزیع $50\%$

$X_{mid}$  نقطه میانی توزیع

### ۲-۳ اختصارات

ANOVA تحلیل واریانس

SPC کنترل فرایند آماری

### ۴ تجزیه و تحلیل فرایند

هدف از تجزیه و تحلیل فرایند این است که دانش یک فرایند را به دست آوریم. این دانش برای کنترل کارایی و اثربخشی فرایند الزامی است به طوری که محصولات ایجاد شده توسط فرایند، الزامات کیفیت را تکمیل می‌کند. فرض کلی این استاندارد این است که تجزیه و تحلیل فرایند انجام و بهبود فرایند متوالی اجرا شده است.

رفتار مشخصه مورد نظر می‌تواند به طور کلی توسط توزیع، موقعیت، پراکندگی و شکل پارامترهایی که توابع وابسته به زمان هستند، توصیف شود. مدل‌های متفاوت از چنین پارامترهای توزیع نتیجه که توابع وابسته به زمان هستند، در بندهای ۶ و ۷ بحث می‌شوند. برای نشان دادن تناسب یک مدل توزیع وابسته به زمان، روش‌های آماری [به طور مثال، برآورد پارامترها، تحلیل واریانس (ANOVA)] شامل ابزارهای نموداری (به طور مثال، رسم‌های<sup>۱</sup> احتمالی، نمودارهای کنترل) استفاده می‌شوند.

مقادیر مشخصه‌های مورد نظر، به طور معمول بر مبنای نمونه‌های گرفته شده از جریان فرایند، تعیین می‌شوند. اندازه نمونه و تناوب<sup>۲</sup> آن باید بسته به نوع فرایند و نوع محصول انتخاب شود به طوری که همه تغییرات مهم، به موقع مشخص شوند. نمونه‌ها باید نماینده مشخصه مورد نظر باشند. برای ارزیابی پایداری فرایند باید از یک نمودار کنترل استفاده شود. اطلاعات در مورد استفاده از نمودارهای کنترل را می‌توان در استاندارد ملی ایران به شماره ۲-۷۵۳۲ سال ۱۳۹۲ به دست آورد.

### ۵ مدل‌های توزیع وابسته به زمان

توزیع لحظه‌ای، رفتار مشخصه مورد نظر را در طی یک فاصله کوتاه، مشخص می‌کند. که این فاصله زمانی، طول مدتی است که در آن، نمونه (به طور مثال، زیرگروه) می‌تواند از فرایند برداشته شود. با مشاهده پیوستگی فرایند برای یک فاصله زمانی طولانی‌تر، خروجی فرایند، نتیجه توزیع فرایند نامیده می‌شود و توسط یک مدل توزیع وابسته به زمان مربوطه که موارد زیر را منعکس می‌کند، توصیف می‌شود:

- توزیع لحظه‌ای مشخصه مورد نظر و

- تغییرات موقعیت، پراکندگی و شکل پارامترهای آن در طی فاصله زمانی مشاهده فرایند.

در عمل، توزیع نتیجه می‌تواند توسط کل مجموعه داده، به طور مثال، هنگامی که SPC به کار می‌رود، توسط زیرگروه‌های به دست آمده در طی فاصله مشاهده فرایند، نمایش داده شود.

---

1 - Plots

2 - Frequency



مدل‌های توزیع وابسته به زمان می‌توانند بر این اساس که آیا موقعیت و پراکندگی در آن لحظه، ثابت هستند یا تغییر می‌کنند، به چهار گروه رده‌بندی شوند (جدول ۱ را ببینید).

الف- فرایندی که موقعیت و پراکندگی آن ثابت باشد، در مدل توزیع وابسته به زمان A قرار می‌گیرد. فقط در این مورد، همه میانگین‌ها و انحراف‌های توزیع لحظه‌ای، معادل با همدیگر و معادل با توزیع نتیجه هستند. ب- اگر پراکندگی فرایند، همراه با زمان تغییر کند، اما موقعیت ثابت بماند، فرایند در مدل توزیع وابسته به زمان B قرار می‌گیرد.

پ- اگر پراکندگی ثابت باشد اما موقعیت تغییر کند، مدل توزیع وابسته به زمان C را داریم.

ت- در غیر این صورت، مدل وابسته به زمان D را داریم.

جدول ۱- طبقه‌بندی مدل‌های توزیع وابسته به زمان

میانگین فرایند $\mu(t)$							انحراف استاندارد فرایند $s(t)$
غیر ثابت				ثابت			
C				A			
C4	C3	C2	C1	A2	A1		
نظام‌مند و تصادفی (به طور مثال، بهره‌به‌بهر)	نظام‌مند (به طور مثال، روند)	تصادفی	تصادفی	موقعیت  توزیع کوتاه‌مدت  توزیع نتیجه	به صورت غیرنرمال توزیع شده - تک‌مدی	به صورت نرمال توزیع شده	توزیع کوتاه‌مدت
به صورت نرمال توزیع شده	به صورت نرمال توزیع شده	به صورت نرمال توزیع شده	به صورت نرمال توزیع شده				
هرنوع شکلی (به‌طورمثال، چندمدی)	هرنوع شکلی	به صورت غیرنرمال توزیع شده - تک‌مدی	به صورت نرمال توزیع شده				
<b>D</b>				<b>B</b>			غیر ثابت
هرنوع شکلی				توزیع نتیجه			
				هرنوع شکلی - تک‌مدی			توزیع نتیجه

در لحظات تغییر، مدل‌ها می‌تواند براساس این‌که آیا تغییرات، تصادفی، نظام‌مند یا هردو هستند، رده‌بندی شوند.

**یادآوری** - مدل A2، در ادبیات تحلیل سری‌های زمانی، تحت عنوان مدل ایستا معروف است و مدل A1، با عنوان ایستای مرتبه دوم شناخته می‌شود.

جدول ۲، ویژگی اصلی مدل‌های توزیع وابسته به زمان را به طور مجزا، خلاصه می‌کند. نمایش نموداری آن‌ها در شکل‌های ۱ تا ۸ ارائه می‌شود. رده‌های فرعی از مدل‌های توزیع وابسته به زمان A و C وجود دارند که به سبب اهمیت عملی آن‌ها، معرفی می‌شوند. آن‌ها در شکل توزیع نتیجه و در علت این‌که فرایند در وضعیت خارج از کنترل قرار می‌گیرد، متفاوتند.

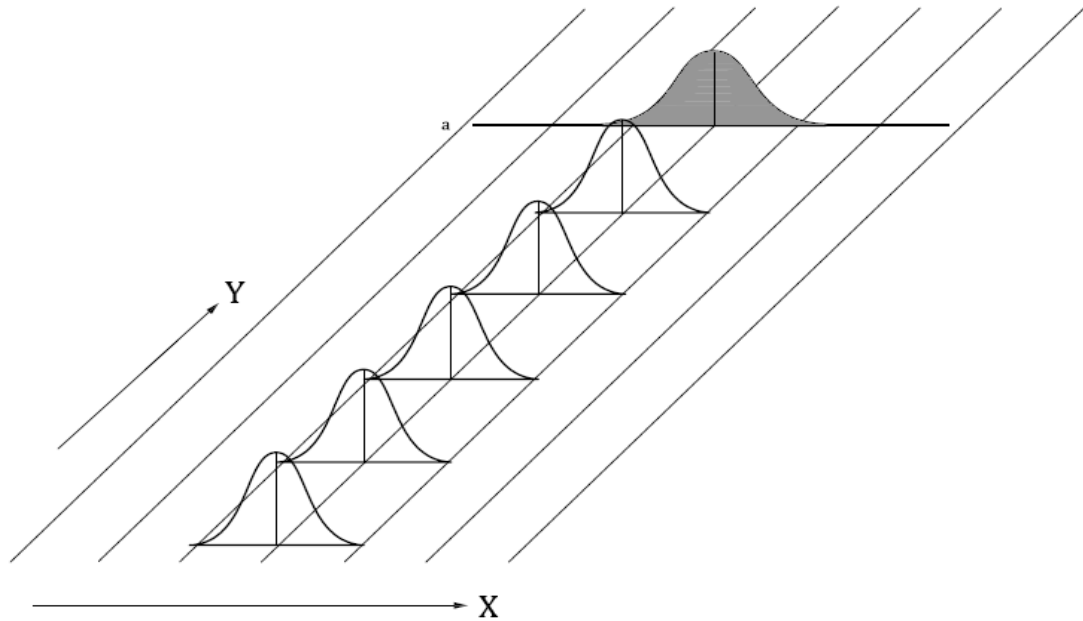
**جدول ۲- ویژگی‌های اصلی مدل‌های توزیع وابسته به زمان**

مدل‌های توزیع وابسته به زمان <sup>۱</sup>								مشخصه
D	C4	C3	C2	C1	B	A2	A1	
S	S	s	r	r	c	C	C	موقعیت
s/r	C	c	c	c	s/r	C	C	پراکندگی
as	as	as	nd	nd	nd	lm	Nd	توزیع لحظه‌ای
as	as	as	lm	nd	lm	lm	Nd	توزیع نتیجه
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	شکل
<p><b>موقعیت / پراکندگی</b></p> <p>c پارامتر ثابت باقی می‌ماند</p> <p>r پارامتر فقط به طور تصادفی تغییر می‌کند</p> <p>s پارامتر فقط به طور نظام‌مند تغییر می‌کند</p> <p><b>توزیع لحظه‌ای / نتیجه</b></p> <p>nd به طور نرمال توزیع شده</p> <p>lm به طور نرمال توزیع نشده، فقط یک حالتی</p> <p>as هر نوع شکلی</p>								
<p>۱- انتخاب مدل، نتیجه تجزیه و تحلیل فرایند است.</p>								

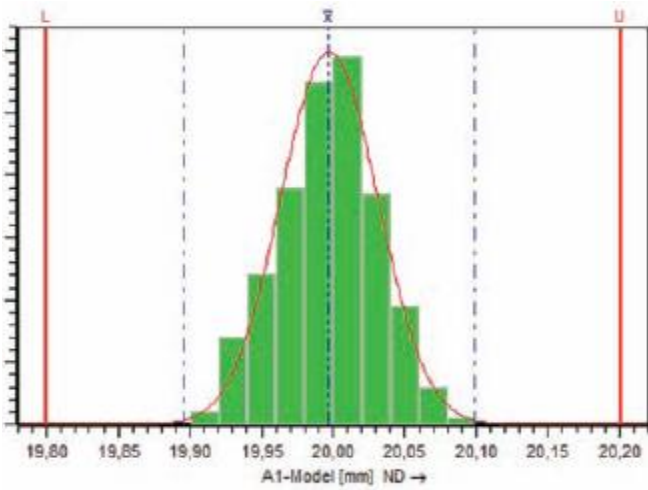
برای هر نوع مدل توزیع وابسته به زمان، چندین توزیع لحظه‌ای به عنوان یک تابع از زمان نشان داده می‌شود. همچنین، توزیع نتایج مربوطه نشان داده می‌شود. این توزیعات همراه با مقیاس رسم نمی‌شوند. انتخاب مدل‌ها و تصدیق آن‌ها تجزیه و تحلیل وسیع داده‌ها را الزام می‌کند. معمولاً برای این کار نیاز به یک نرم‌افزار آماری است.

مدل توزیع وابسته به زمان A1 (شکل ۱ را ببینید) دارای مشخصه‌های زیر است (به طور مثال: طول اندازه‌گیری شده از یک قلم از یک فرایند در وضعیت کنترل آماری):

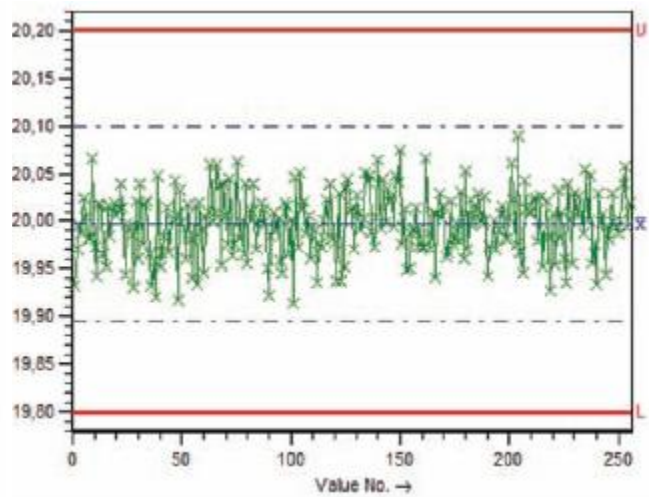
- موقعیت: ثابت؛
  - پراکندگی: ثابت؛
  - توزیع لحظه‌ای: به صورت نرمال توزیع شده؛
  - توزیع نتیجه: به صورت نرمال توزیع شده.
- این فرایند تحت کنترل آماری است.



الف- مدل توزیع وابسته به زمان A1



پ- مثالی از مدل هیستوگرام A1



ب- مثالی از مدل نمودار مسیر A1

راهنما:

a توزیع نتیجه

Y زمان

X مقدار مشخصه

شکل ۱- نمایش نموداری از مدل توزیع وابسته به زمان A1

مدل توزیع وابسته به زمان A2 (شکل ۲ را ببینید)، مشخصه‌های زیر را دارد (به طور مثال، زبری سطح یک قلم به عنوان مثالی از مشخصه محدود شده از نظر فیزیکی):

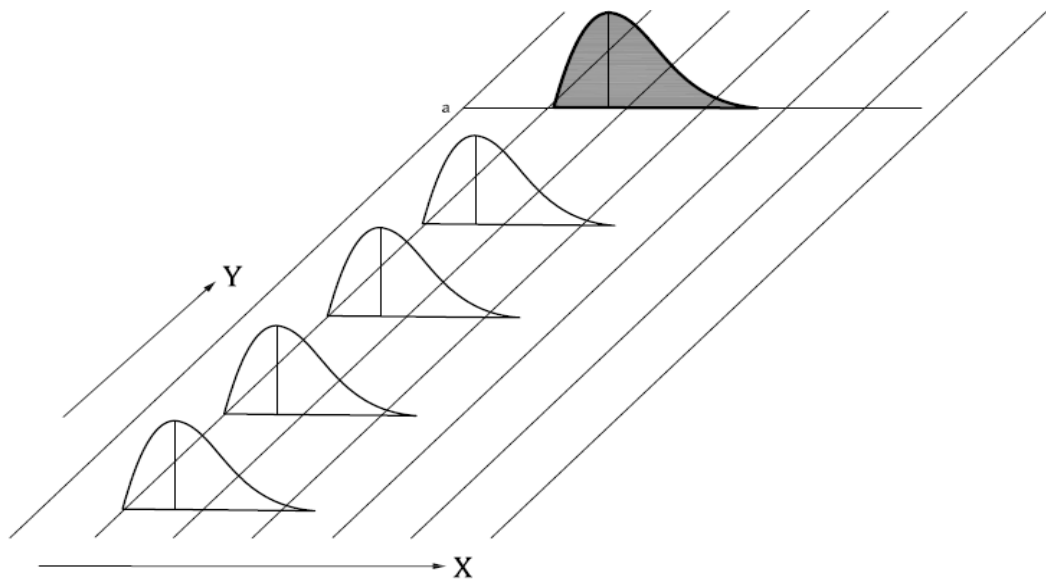
موقعیت: ثابت؛

پراکندگی: ثابت؛

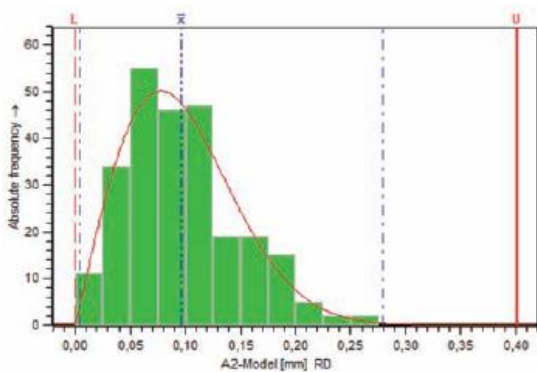
توزیع لحظه‌ای: به صورت نرمال توزیع نشده، تک‌مدی؛

توزیع نتیجه: غیر نرمال، تک‌مدی.

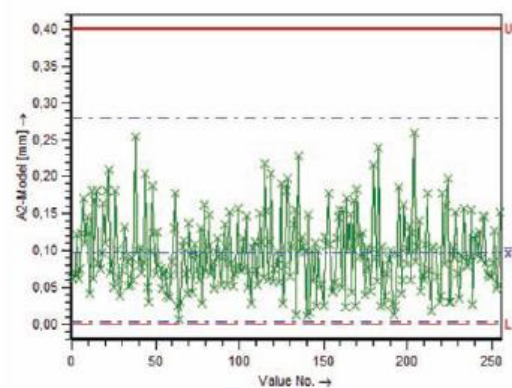
این فرایند تحت کنترل آماری است.



الف- مدل توزیع وابسته به زمان A2



پ- مثالی از مدل هیستوگرام A2



ب- مثالی از مدل نمودار مسیر A2

راهنما:

a توزیع نتیجه

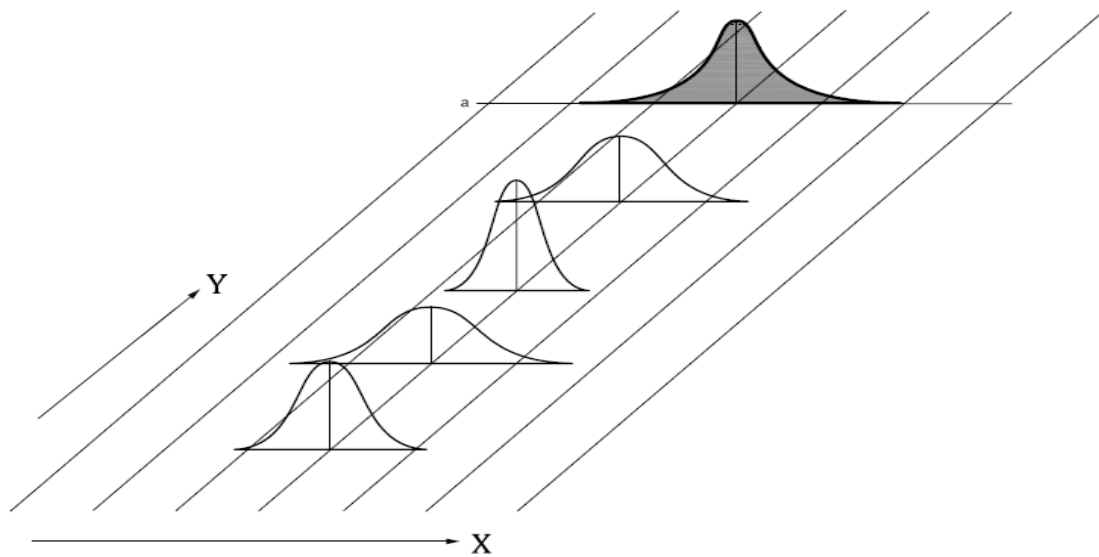
Y زمان

X مقدار مشخصه

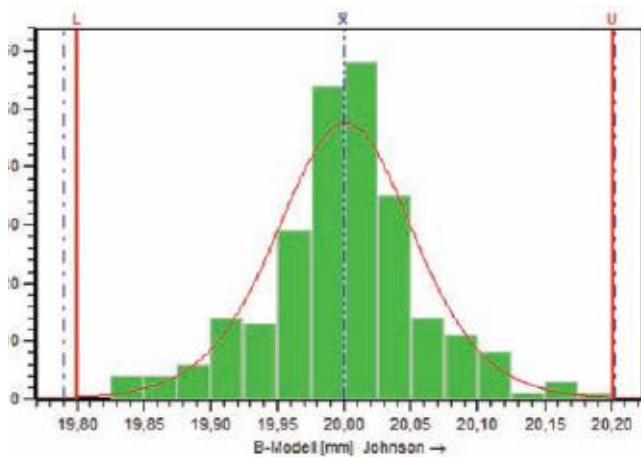
شکل ۲- نمایش نموداری از مدل توزیع وابسته به زمان A2

مدل توزیع وابسته به زمان B (شکل ۳ را ببینید) مشخصه‌های زیر را دارد (به طور مثال، سایش متفاوت محوره‌های موجود بر روی ماشین خودکار چندمحوری با مرکز یکسان):

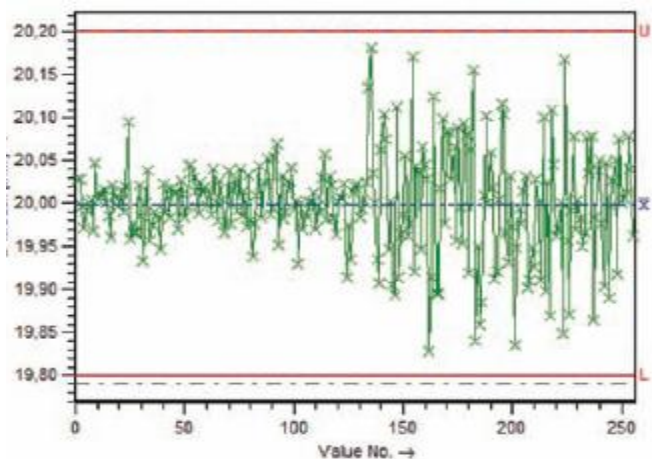
- موقعیت: ثابت؛
  - پراکندگی: انحراف نظام‌مند یا تصادفی؛
  - توزیع لحظه‌ای: به صورت نرمال توزیع شده؛
  - نتیجه توزیع: غیر نرمال - تک‌مدی.
- این فرایند تحت کنترل آماری نیست.



الف- مدل توزیع وابسته به زمان B



پ- مثالی از مدل هیستوگرام B



ب- مثالی از مدل نمودار مسیر B

راهنما:

a توزیع نتیجه

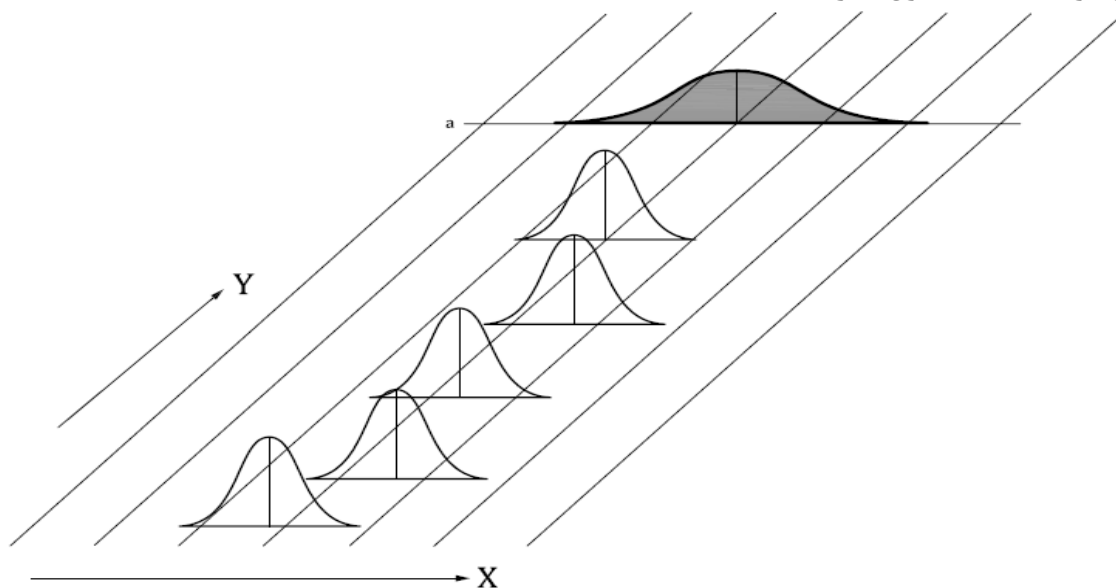
Y زمان

X مقدار مشخصه

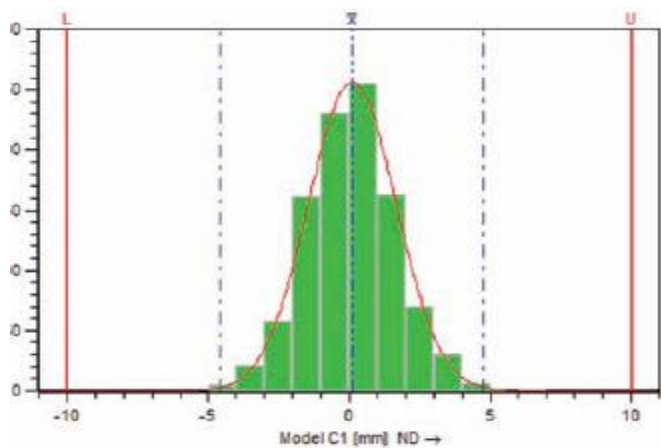
شکل ۳- نمایش نموداری از مدل توزیع وابسته به زمان B

مدل توزیع وابسته به زمان C1 (شکل ۴ را ببینید) مشخصه‌های زیر را دارد (تفاوت مرکز تجهیزات نگهدار قطعه):

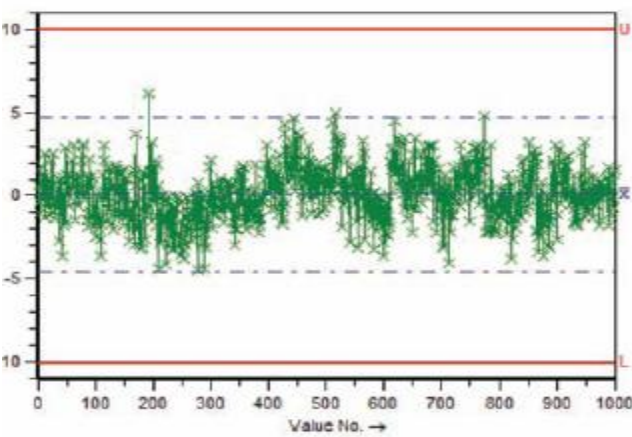
- موقعیت: تصادفی (به صورت نرمال توزیع شده)؛
  - پراکندگی: ثابت؛
  - توزیع لحظه‌ای: به صورت نرمال توزیع شده؛
  - توزیع نتیجه: به صورت نرمال توزیع شده.
- این فرایند تحت کنترل آماری نیست.



الف- مدل توزیع وابسته به زمان C1



پ- مثالی از مدل هیستوگرام C1



ب- مثالی از مدل نمودار مسیر C1

راهنما:

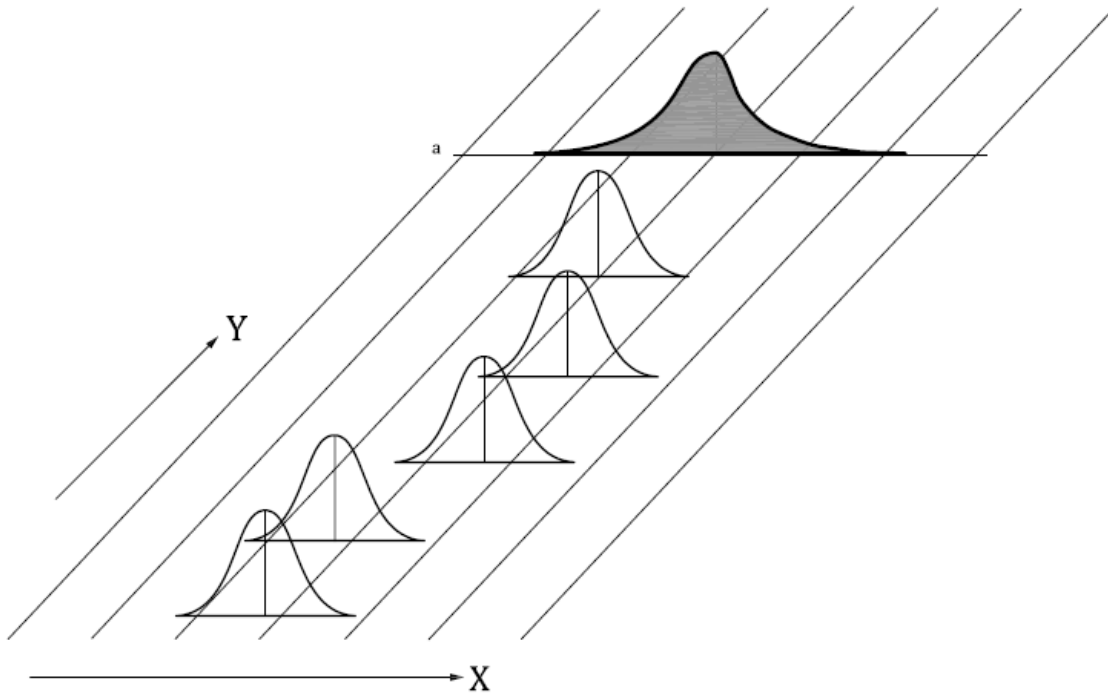
a توزیع نتیجه

Y زمان

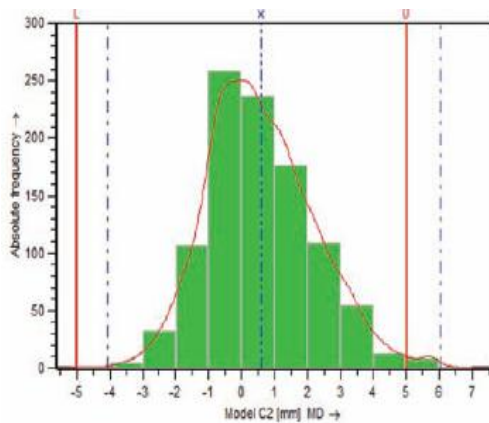
X مقدار مشخصه

شکل ۴- نمایش نموداری از مدل توزیع وابسته به زمان C1

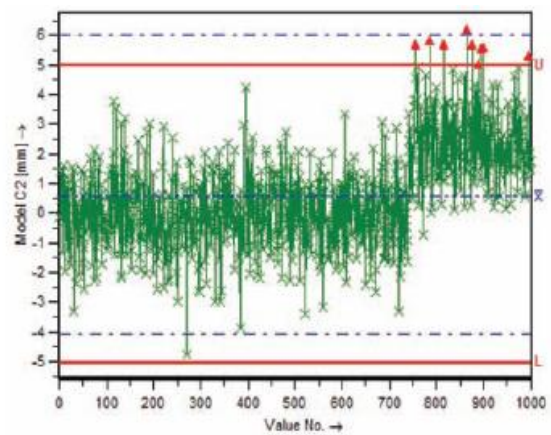
- نمودار توزیع وابسته به زمان (شکل ۵ را ببینید) مشخصه‌های زیر را دارد (به طور مثال، ابزار ثابت):
- موقعیت: تصادفی (به صورت نرمال توزیع نشده، تک‌مدی)؛
  - پراکندگی: ثابت؛
  - توزیع لحظه‌ای: به صورت نرمال توزیع شده؛
  - توزیع نتیجه: به صورت نرمال توزیع نشده، تک‌مدی.
- فرایند تحت کنترل آماری نیست.



الف- مدل توزیع وابسته به زمان C2



پ- مثالی از مدل هیستوگرام C2



ب- مثالی از مدل نمودار مسیر C2

راهنما:

a توزیع نتیجه

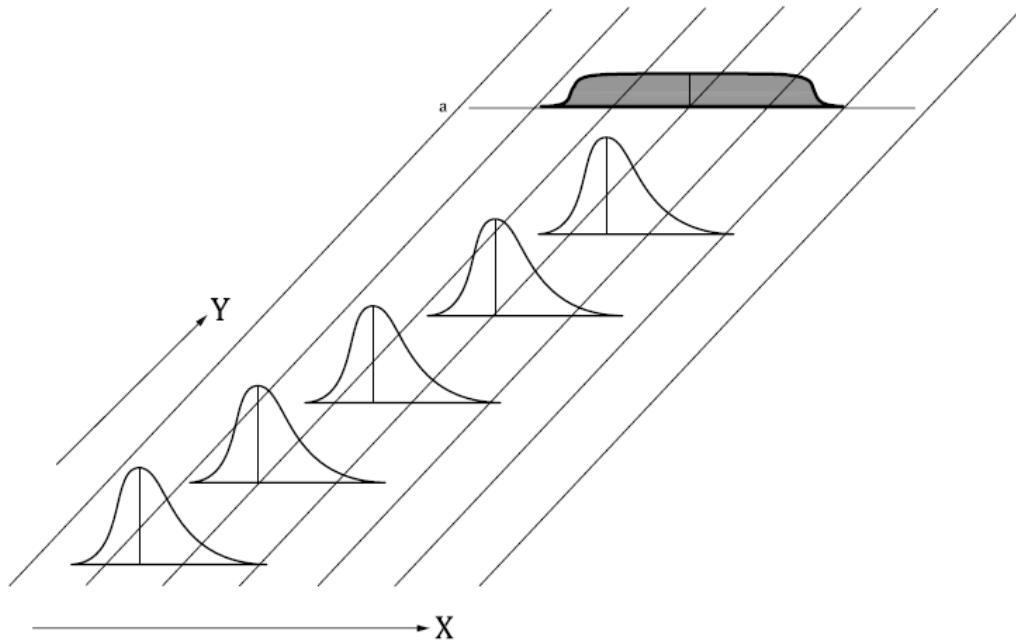
Y زمان

X مقدار مشخصه

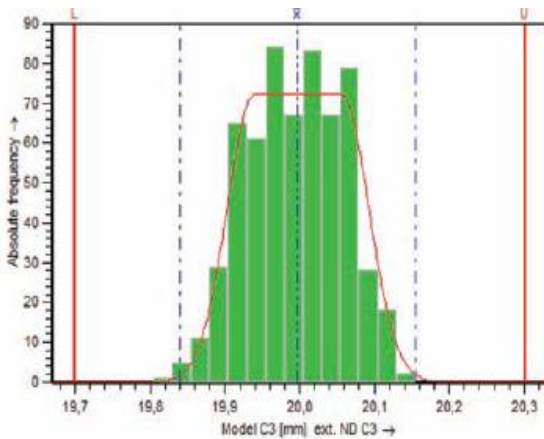
شکل ۵- نمایش نموداری از مدل توزیع وابسته به زمان C2



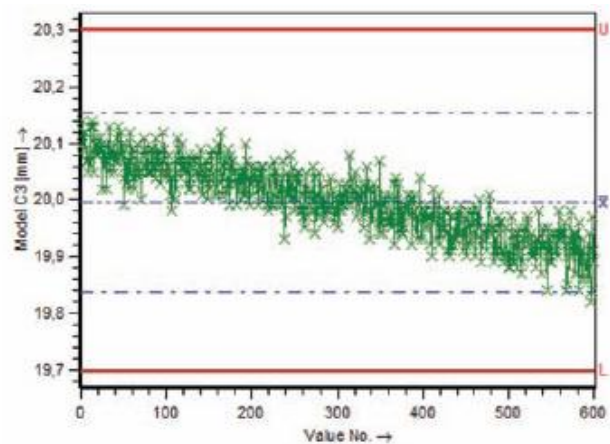
مدل توزیع وابسته به زمان C3 (شکل ۶ را ببینید) مشخصه‌های زیر را دارد:  
 موقعیت: تابع محور (به طور مثال: روند، در نتیجه سایش و دوره)؛  
 پراکندگی: ثابت؛  
 توزیع لحظه‌ای: هر نوع شکلی؛  
 توزیع نتیجه: هر نوع شکلی.  
 فرایند تحت کنترل آماری نیست.



الف- مدل توزیع وابسته به زمان C3



ب- مثالی از مدل هیستوگرام C3



ب- مثالی از مدل نمودار مسیر C3

راهنما:

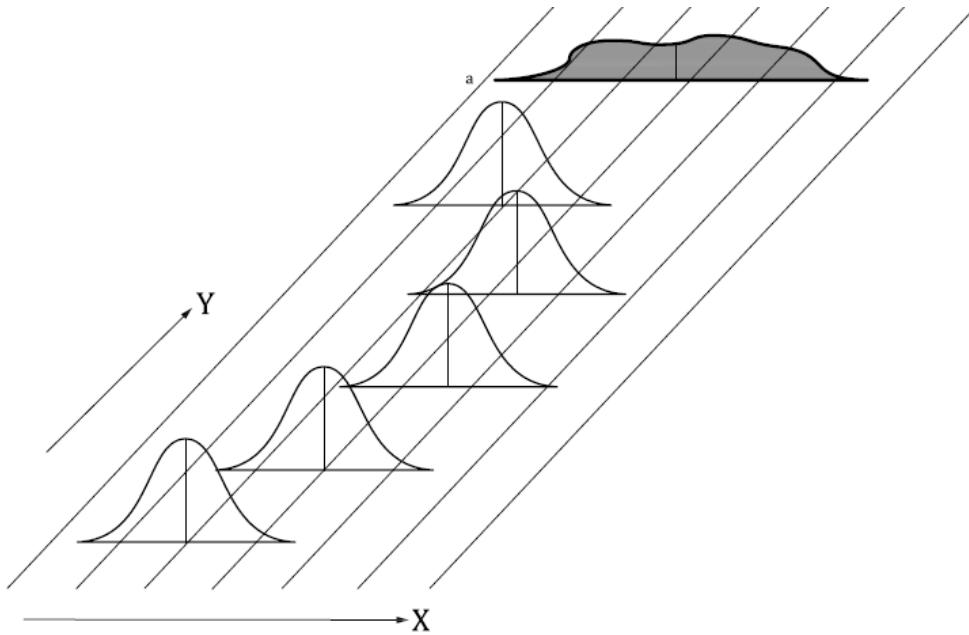
a توزیع نتیجه

Y زمان

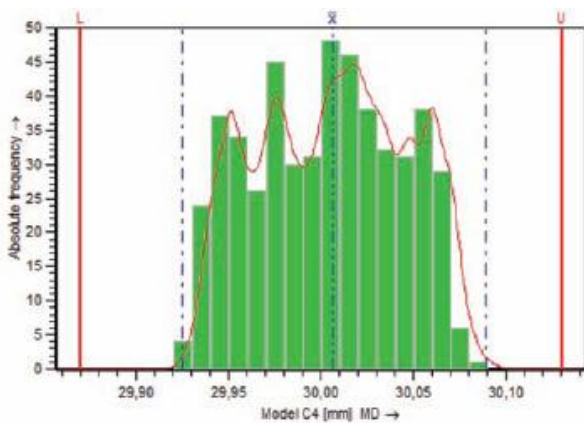
X مقدار مشخصه

شکل ۶- نمایش نموداری از مدل توزیع وابسته به زمان C3

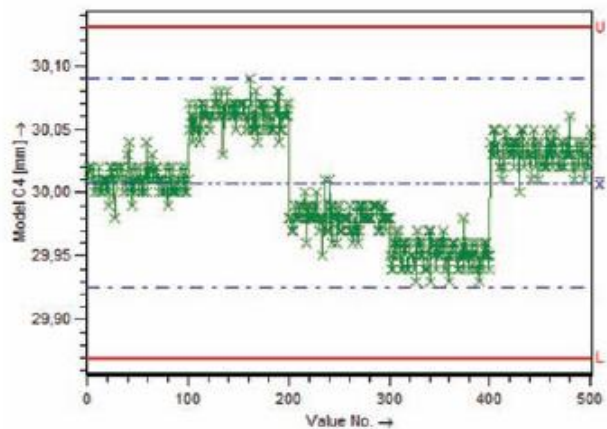
مدل توزیع وابسته به زمان C4 (شکل ۷ را ببینید) مشخصه‌های زیر را دارد:  
 موقعیت: تغییر نظام‌مند و تصادفی (به طور مثال: تغییرات ابزار یا تغییر دسته‌ها)؛  
 پراکندگی: ثابت؛  
 توزیع لحظه‌ای: هر نوع شکلی؛  
 نتیجه توزیع: هر نوع شکلی.  
 این فرایند تحت کنترل آماری نیست.



الف- مدل توزیع وابسته به زمان C4



پ- مثالی از مدل هیستوگرام C4



ب- مثالی از مدل نمودار مسیر C4

راهنما:

a توزیع نتیجه

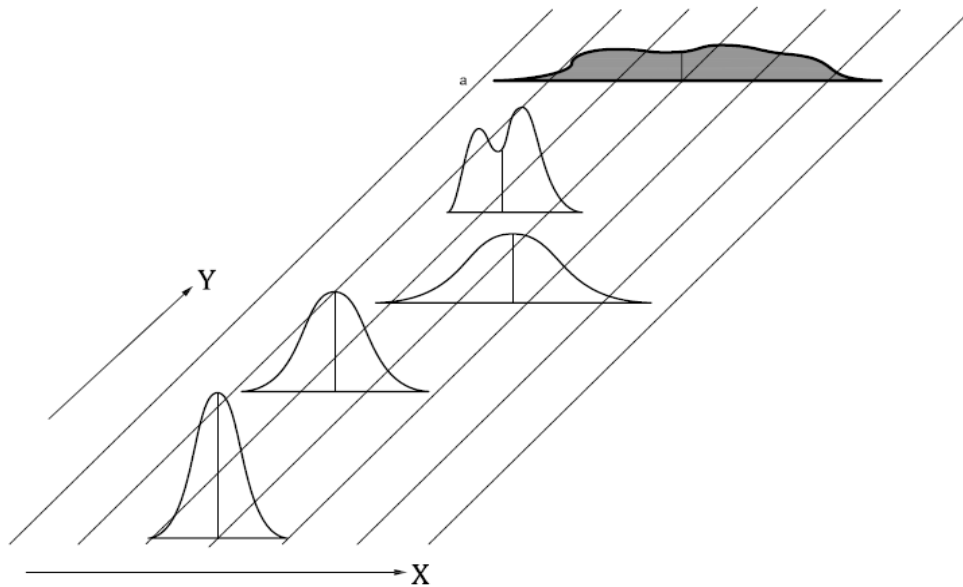
Y زمان

X مقدار مشخصه

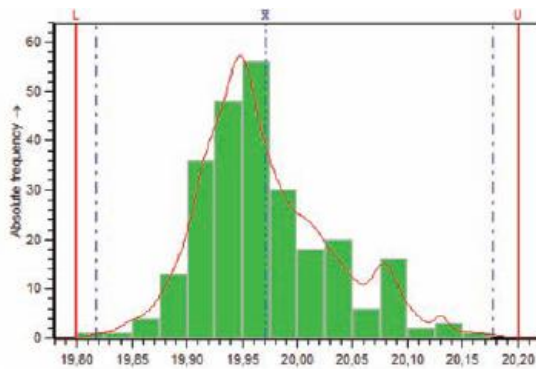
شکل ۷- نمایش نموداری از مدل توزیع وابسته به زمان C4

مدل توزیع وابسته به زمان D (شکل ۸ را ببینید) مشخصه‌های زیر را دارد (به طور مثال فرایندهای چندجریانی):

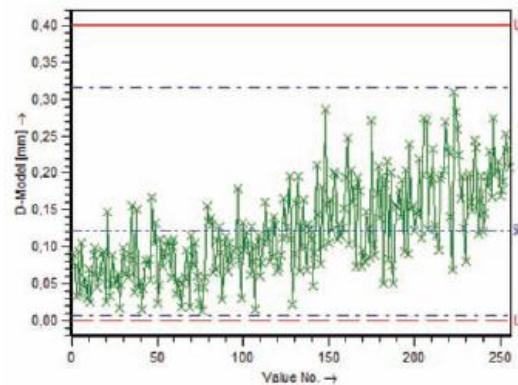
- موقعیت: تغییر نظام‌مند و تصادفی (به طور مثال: تغییر ابزار یا تغییر دسته‌ها)؛
  - پراکندگی: تغییر نظام‌مند و تصادفی؛
  - توزیع لحظه‌ای: هر نوع شکلی؛
  - نتیجه توزیع: هر نوع شکلی.
- این فرایند تحت کنترل آماری نیست.



الف- مدل توزیع وابسته به زمان D



پ- مثالی از مدل هیستوگرام D



ب- مثالی از مدل نمودار مسیر D

راهنما:

a توزیع نتیجه

Y زمان

X مقدار مشخصه

شکل ۸- نمایش نموداری از مدل توزیع وابسته به زمان D

## ۶ شاخص‌های عملکرد و قابلیت فرایند

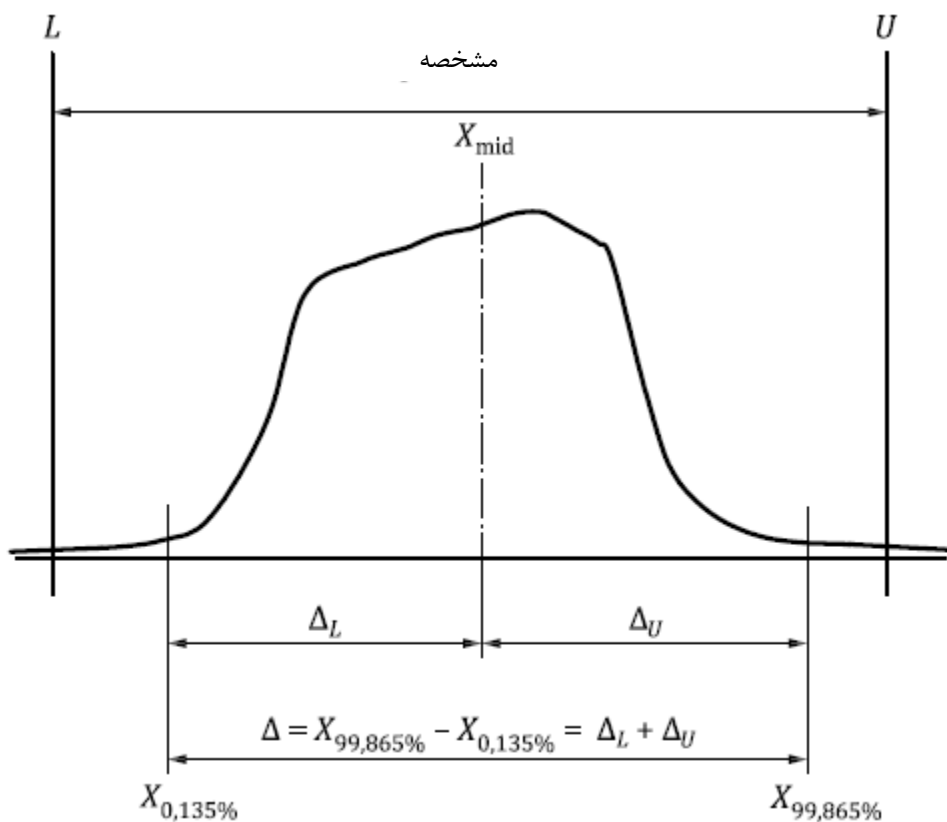
### ۱-۶ روش‌هایی برای تعیین شاخص‌های عملکرد و قابلیت - مرور<sup>۱</sup>

#### ۱-۱-۶ کلیات

چنانچه در بندهای بعدی به تفصیل بیان شده، مبنای تعیین آماره قابلیت و عملکرد فرایند، توزیع مقادیر مشخصه از یک مشخصه محصول است.

محاسبه شاخص‌های عملکرد، همچنین شاخص‌های قابلیت، بر مبنای موقعیت و پراکندگی مقادیر مشخصه با توجه به رواداری<sup>۲</sup> است.

یک نمایش نموداری عمومی، در شکل ۹ نشان داده می‌شود.



شکل ۹- نمایش نموداری از روش هندسی عمومی

در شکل ۹،  $X_{mid}$  موقعیت فرایند و  $\Delta$  پراکندگی فرایند را نشان می‌دهد. تعاریف دقیق آن‌ها، بسته به روش، بعداً بیان می‌شود. پراکندگی، توسط حد مرجع پایینی  $X_{0.135\%}$  و حد مرجع بالایی  $X_{99.865\%}$  محدود می‌شود. آن‌گاه داریم:

$$\Delta_L = X_{mid} - X_{0.135\%} \quad (1)$$

و

$$\Delta_U = X_{99.865\%} - X_{mid} \quad (2)$$

شاخص‌های عملکرد فرایند، توسط نسبت طول یک پارامتر هندسی توزیع به رواداری مشخص شده، تعریف می‌شوند.

شاخص عملکرد فرایند:

$$P_p = \frac{U-L}{\Delta} \quad (3)$$

شاخص پایینی عملکرد فرایند:

$$P_{pkL} = \frac{X_{mid}-L}{\Delta_L} \quad (4)$$

شاخص بالایی عملکرد فرایند:

$$P_{pkU} = \frac{U-X_{mid}}{\Delta_U} \quad (5)$$

شاخص حداقل عملکرد فرایند:

$$P_{pk} = \min(P_{pkL}, P_{pkU}) \quad (6)$$

اگر معلوم شود که فرایند در وضعیت کنترل آماری است، یک شاخص قابلیت می‌تواند تخصیص داده شود. این فرمول‌ها با فرمول‌های شاخص عملکرد متناظر، یکسان هستند.

شاخص قابلیت:

$$C_p = \frac{U-L}{\Delta} \quad (7)$$

شاخص پایینی قابلیت:

$$C_{pkL} = \frac{X_{mid}-L}{\Delta_L} \quad (8)$$

شاخص بالایی قابلیت:

$$C_{pkU} = \frac{U-X_{mid}}{\Delta_U} \quad (9)$$

شاخص حداقل قابلیت:

$$C_{pk} = \min(C_{pkL}, C_{pkU}) \quad (10)$$

برآوردکننده‌های<sup>۱</sup> متفاوتی برای موقعیت  $\mu$  و پراکندگی  $\Delta$  یک مجموعه داده معین، وجود دارد. مهم- تأکید می‌شود که مقایسه کمی شاخص‌های عملکرد یا قابلیت که براساس روش‌های متفاوت محاسبه شده، معنی‌دار نیست و نباید انجام شود.

#### ۲-۱-۶ محاسبه موقعیت

موقعیت فرایند،  $X_{mid}$ ، می‌تواند با استفاده از یکی از فرمول‌های ارائه شده در جدول ۳ محاسبه شود.

جدول ۳- روش‌های متفاوت برای محاسبه موقعیت

شماره	روش محاسبه موقعیت / فرمول $M_{l,d}$	برچسب روش موقعیت، $l$
(۱۱)	$\hat{X}_{mid} = \bar{x} = \frac{1}{k \cdot n} \sum x_i$	۱
(۱۲)	$\hat{X}_{mid} = \tilde{x} = X_{50\%} = \begin{cases} x^{(\frac{n+1}{2})} & ; n \text{ فرد} \\ \frac{1}{2} [x^{(\frac{n}{2})} + x^{(\frac{n}{2}+1)}] & ; n \text{ زوج} \end{cases}$ آماره ترتیبی $x_i$	۲
(۱۳)	$\hat{X}_{mid} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum \bar{x}_i$	۳
(۱۴)	$\hat{X}_{mid} = \bar{\tilde{x}} = \frac{1}{k} \sum \tilde{x}_i$	۴
		$x_i$ مقادیر انفرادی $n$ تعداد مقادیر $\bar{x}_i$ میانگین آمین زیرگروه $k$ تعداد زیرگروه‌ها با اندازه $n$ $\tilde{x}_i$ میانه آمین زیرگروه

۳-۱-۶ محاسبه پراکندگی

پراکندگی فرایند، می‌تواند با استفاده از فرمول ارائه شده در جدول ۴ محاسبه شود.

جدول ۴- روش‌های متفاوت برای محاسبه پراکندگی

شماره	روش محاسبه پراکندگی / فرمول $M_{l,d}$	برچسب روش پراکندگی، $d$
(۱۵)	$\hat{\Delta} = X_{99.865\%} - X_{0.135\%}$ ; $\hat{\Delta}_U = X_{99.865\%} - X_{mid}$ ; $\hat{\Delta}_L = X_{mid} - X_{0.135\%}$	۱
(۱۶)	$\hat{\Delta} = 6\hat{\sigma}$ ; $\hat{\Delta}_U = 3\hat{\sigma}$ ; $\hat{\Delta}_L = 3\hat{\sigma}$ به طوری که $\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum s_i^2}{k}}$	۲
(۱۷)	$\hat{\Delta} = 6\hat{\sigma}$ ; $\hat{\Delta}_U = 3\hat{\sigma}$ ; $\hat{\Delta}_L = 3\hat{\sigma}$ به طوری که $\hat{\sigma} = \frac{\sum s_i}{k \cdot c_4}$	۳
(۱۸)	$\hat{\Delta} = 6\hat{\sigma}$ ; $\hat{\Delta}_U = 3\hat{\sigma}$ ; $\hat{\Delta}_L = 3\hat{\sigma}$ به طوری که $\hat{\sigma} = \frac{\sum R_i}{k \cdot d_2}$	۴
(۱۹)	$\hat{\Delta} = 6\hat{\sigma}$ ; $\hat{\Delta}_U = 3\hat{\sigma}$ ; $\hat{\Delta}_L = 3\hat{\sigma}$ به طوری که $\hat{\sigma} = s_t = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$	۵
		$s_i^2$ واریانس آمین زیرگروه $s_i$ انحراف استاندارد آمین زیرگروه $k$ تعداد زیرگروه‌ها با اندازه $n$ $R_i$ دامنه آمین زیرگروه $s_t$ انحراف استاندارد کل مجموعه داده

برای ملاحظه جداول ضرایب  $c_4$  و  $d_2$  به استاندارد ملی ایران به شماره ۷۵۳۲-۲ رجوع شود.

$M_{l, d}$  به عنوان یک نماد برای روش محاسبه به کار می‌رود. زیرنویس  $l$ ، اشاره به یک معادله برای محاسبه برآوردکننده موقعیت  $\mu$  [فرمول (۱۱)] تا [۱۴] دارد. زیرنویس  $d$ ، اشاره به یک معادله برای محاسبه برآوردکننده پراکندگی  $\Delta$  [فرمول (۱۵)] تا [۱۹] دارد.

#### ۴-۱-۶ محاسبه $X_{0.135\%}$ و $X_{99.865\%}$

سه رویه‌ای که می‌تواند برای برآورد  $X_{0.135\%}$  و  $X_{99.865\%}$  استفاده شود عبارتند از:  
الف- توزیعی را برای مجموعه داده‌های ترکیبی تطبیق دهید<sup>۱</sup> و آن‌ها را از توزیع نتایج تطبیق یافته، برآورد کنید.

ب- آن‌ها را به طور مستقیم از مجموعه داده ترکیبی برآورد کنید. به منظور این که برآورد قابل اطمینانی از  $X_{0.135\%}$  و  $X_{99.865\%}$  در این رویه به دست آورید، اندازه مجموعه داده باید بزرگ باشد. به طور مثال، برای یک اندازه نمونه ترکیبی ۱۰۰۰، حداقل و حداکثر مقدار مجموعه داده برای  $X_{0.135\%}$  و  $X_{99.865\%}$  در نظر گرفته می‌شود.

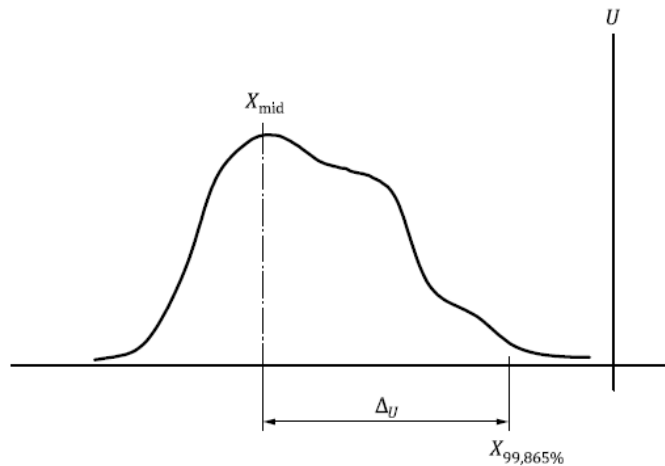
پ- آن‌ها را از یک رسم احتمالی برآورد کنید (استاندارد ایزو ۵۴۷۹ را ببینید). اگر داده‌ها، یک توزیع نرمال را شکل ندهند، ممکن است ضروری باشد تا یک صفحه کاری متفاوت را به کارگیریم.  
 $M_{l, d}$  باید نمادی برای محاسبه یک شاخص باشد به طوری که  $l$  روش محاسبه برای موقعیت و  $d$  روش محاسبه برای پراکندگی را تعیین می‌کنند.

مثال: روش محاسبه  $M_{12}$ ، بر مبنای محاسبه میانگین و واریانس است.

- برآوردکننده  $\hat{\Delta}$  برای  $d=1$  عمومی‌ترین نوع است و ممکن است تحت همه شرایط استفاده شود.
  - برآوردکننده  $\hat{\Delta}$  برای  $d=2, 3, 4$  فقط گستره<sup>۲</sup> زیرگروه را برآورد می‌کند. آن‌ها باید فقط برای فرایند مدل  $A_1$  استفاده شوند، زیرا از تفاوت‌های بین زیرگروه‌ها چشم‌پوشی می‌کنند.
  - برآوردکننده  $\hat{\Delta}$  برای  $d=2, 3, 4, 5$  فرض می‌کند که داده‌ها به صورت نرمال توزیع شده‌اند. در غیر این صورت، نتیجه آن‌ها بسته به نوع توزیع، اریب می‌شود.
- یادآوری- به  $\hat{\Delta}$  همچنین فاصله مرجع گفته می‌شود.

#### ۲-۶ حدود مشخصات یک طرفه

با حدود مشخصات یک طرفه، می‌توان با همان روش حدود مشخصات دوطرفه رفتار کرد. شکل ۱۰ را ببینید.



شکل ۱۰- نمایش نموداری از روش محاسبه  $\Delta_U$

در مورد یک حد بالایی مشخصه ، ما موارد ذیل را داریم.

شاخص بالایی عملکرد فرایند:

$$P_{pkU} = \frac{U - X_{mid}}{\Delta_U} \quad (16)$$

شاخص حداقل عملکرد فرایند:

$$P_{pk} = P_{pkU} \quad (17)$$

اگر اثبات شود که فرایند در وضعیت کنترل آماری است، شاخص قابلیت فرایند می تواند تخصیص داده شود. این فرمول ها با فرمول های شاخص عملکرد مربوطه، یکسان هستند.

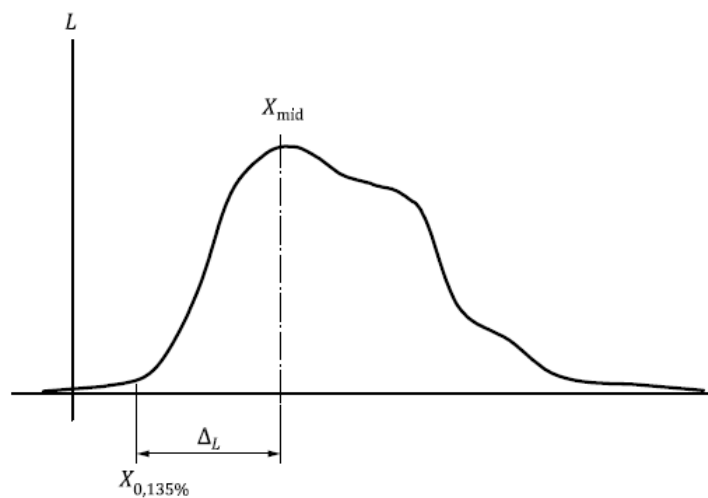
شاخص قابلیت بالایی:

$$C_{pkU} = \frac{U - X_{mid}}{\Delta_U} \quad (18)$$

شاخص حداقل قابلیت:

$$C_{pk} = C_{pkU} \quad (19)$$

به روش  $M_{21}$  برآورد می شوند. شکل ۱۱ را ببینید.



شکل ۱۱- نمایش نموداری از روش محاسبه  $\Delta_L$

در مورد حد پایینی مشخصه ، موارد زیر را داریم:



شاخص پایینی عملکرد فرایند:

$$P_{pkL} = \frac{X_{mid-L}}{\Delta_L} \quad (20)$$

شاخص حداقل عملکرد فرایند:

$$P_{pk} = P_{pkL} \quad (21)$$

اگر ثابت شود که فرایند در وضعیت کنترل آماری است، شاخص قابلیت می‌تواند تخصیص داده شود. این فرمول‌ها با فرمول شاخص عملکرد مربوطه، یکسان هستند.

شاخص پایینی قابلیت:

$$C_{pkL} = \frac{X_{mid-L}}{\Delta_L} \quad (22)$$

شاخص حداقل قابلیت:

$$C_{pk} = C_{pkL} \quad (23)$$

$X_{0.135}$  و  $X_{mid}$  به روش  $M_{21}$  برآورد می‌شوند.

### ۳-۶ استفاده از روش‌های محاسبه متفاوت

برای یک مدل توزیع وابسته به زمان خاص، همه روش‌های محاسبه نمی‌تواند استفاده شود. جدول ۵ ترکیب مدل‌ها و روش‌های محاسبه را نشان می‌دهد.

جدول ۵- شاخص‌های قابلیت فرایند

D	C <sub>4</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>1</sub>	B	A <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	مدل زمان	
					a		a	۱	محاسبه موقعیت
a	a	a	a	a	a	a	a	۲	
							a	۳	
					a	a	a	۴	
a	a	a	a	a	a	a	a	۱	محاسبه پراکندگی
							a	۲	
							a	۳	
							a	۴	
a				a	a	a	a	۵	

a آن روش‌هایی را نشان می‌دهد که می‌تواند برای محاسبه شاخص‌ها استفاده شود.

### ۷ گزارش‌دهی شاخص‌های عملکرد/ قابلیت فرایند

اگر از آماره‌های عملکرد/ قابلیت فرایند برای توصیف فرایند استفاده شود، آن‌ها باید با توجه به این استاندارد گزارش شوند. روش‌های محاسبه برای موقعیت و پراکندگی و تعداد مقادیری که به عنوان مبنایی برای محاسبه استفاده می‌شوند و همچنین عدم قطعیت اندازه‌گیری باید توضیح داده شوند. سایر اطلاعات ممکن است اضافه شود، شامل:

- تناوب نمونه‌گیری؛

- زمان و دوره استمرار گرفتن داده‌ها، انتخاب توجیه مدل توزیع زمانی و

- شرایط فنی (دسته‌ها، عملیات، ابزارها).

در جدول ۶، مثالی از این مورد ارائه می‌شود.

جدول ۶- مثالی از گزارش شاخص‌های محاسبه شده قابلیت فرایند

$C_p = ۱/۶۸$	شاخص قابلیت/ عملکرد فرایند
$C_{pk} = ۱/۴۷$	شاخص حداقل قابلیت/ عملکرد فرایند
$M_{۱,۱}$	روش محاسبه
۲۰۰۰	تعداد مقادیر مورد استفاده برای محاسبه
۰/۰۰۲ میلی‌متر	عدم اطمینان اندازه‌گیری
$A_۱$	مدل توزیع زمان
روش محاسبه $M_{۱,۱}$ بدین معنی است که محاسبه قابلیت با استفاده از میانگین و فاصله مرجع به عنوان برآوردکننده‌های موقعیت و پراکندگی، انجام می‌شود.	

پیوست الف  
(اطلاعاتی)  
کتابنامه

- [۱] استاندارد ملی ایران به شماره ۳-۷۵۳۲ سال ۱۳۹۲، نمودارهای کنترل - قسمت ۲: نمودارهای کنترل شوهارت
- [۲] استاندارد ایران - ایزو ۹۰۰۰ سال ۱۳۸۷، سیستم های مدیریت کیفیت - مبانی و واژگان
- [3] ISO 3534-1, Statistics- Vocabulary and symbols- Part 1: General statistical terms and terms used in probability
- [4] ISO/TR 22514-4: 2007, Statistical methods in process management- Capability and performance- Part 4: Process capability estimates and performance measures
- [5] Kots & Lovelace (1998). Process Capability Indices in Theory and Practice