استاندارد ملی ایران

۲۰۳۲۶-۲

چاپ اول

۱۳۹۴

جمهوری اسلامی ایران

Islamic Republic of Iran

سازمان ملی استاندارد ایران

Iranian National Standardization Organization

INSO

20326-2

1st.Edition

2016

ارزیابی عدم قطعیت در کالیبراسیون و استفاده از وسایل اندازه‌گیری شارش – قسمت۲ : روابط کالیبراسیون غیر خطی

Assessment of uncertainty in the calibration and use of flow measurement devices-part 2: Non-linear calibration relationships

ICS: 17.120.10

به نام خدا

آشنایی با سازمان ملی استاندارد ایران

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک مادهٔ ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

نام موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب یکصد و پنجاه و دومین جلسه شورای عالی اداری مورخ ۹۰/۶/۲۹ به سازمان ملی استاندارد ایران تغییر و طی نامه شماره ۲۰۶/۳۵۸۳۸ مورخ ۹۰/۷/۲۴ جهت اجرا ابلاغ شده است .

تدوین استاندارد در حوزه های مختلف در کمیسیون های فنی مرکب از کارشناسان سازمان ، صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می‌شود وکوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانهٔ صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و وارد کنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان های دولتی و غیر دولتی حاصل می‌شود . پیش نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی نفع و اعضای کمیسیون های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیتهٔ ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می‌شود.

پیش نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان های علاقه مند و ذی صلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می کنند درکمیتهٔ ملی طرح و بررسی و درصورت تصویب ، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می‌شود . بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می شوند که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ تدوین و در کمیتهٔ ملی استاندارد مربوط که سازمان ملی استاندارد ایران تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

سازمان ملی استاندارد ایران از اعضای اصلی سازمان بین المللی استاندارد (ISO)[1] ،کمیسیون بین المللی الکتروفن (IEC)[2] و سازمان بین المللی اندازه شناسی قانونی (OIML)[3] است و به عنوان تنها رابط[4] کمیسیون کدکس غذایی (CAC)[5] در کشور فعالیت می‌کند . در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی های خاص کشور ، از آخرین پیشرفت های علمی ، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود .

سازمان ملی استاندارد ایران می‌تواند با رعایت موازین پیش بینی شده در قانون ، برای حمایت از مصرف کنندگان ، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی ، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و احتیاط ها زیست محیطی و اقتصادی ، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/ یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. سازمان می‌تواند به منظور حفظ بازارهای بین المللی برای محصولات کشور ، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید . همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده کنندگان از خدمات سازمان ها و مؤسسات فعال در زمینهٔ مشاوره ، آموزش ، بازرسی ، ممیزی و صدور گواهی سیستم های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست-محیطی ، آزمایشگاه ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش ، سازمان ملی استاندارد ایران این گونه سازمان ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم ، گواهینامهٔ تأیید صلاحیت به آن ها اعطا و بر عملکرد آن ها نظارت می‌کند . ترویج دستگاه بین المللی یکاها ، کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این سازمان است.

1- International Organization for Standardization
2 - International Electrotechnical Commission
3- International Organization of Legal Metrology (Organisation Internationale de Metrologie Legale)
4 - Contact point
5 - Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد
« ارزیابی عدم قطعیت در کالیبراسیون و استفاده از وسایل اندازه گیری شارش- روابط کالیبراسیون غیرخطی»

رئیس :	سمت و/ یا نمایندگی
عبدالەنژاد، قاسم (کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک)	سازمان نظام مهندسی استان آذربایجان شرقی
دبیر :	
کاشانی اصل ، شهرام (کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک)	اداره کل استاندارد آذربایجان شرقی
اعضاء : (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	
آقاپور ،مجید (کارشناسی فیزیک)	شرکت رسا گستر
حسین‌پور ، سیامک (دکتری مهندسی مکانیک)	دانشگاه صنعتی سهند
ترکمن، لیلا (کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک)	اداره کل استاندارد آذربایجان شرقی
تقی‌پور صفایی، رویا (کارشناسی مهندسی صنایع)	شرکت آذرسیوان پارسیان
طهوری، توحید (کارشناسی مهندسی مکانیک)	شرکت پردیس خزر
عزیزی، مرتضی (کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک)	شرکت آریا صنعت آفاق

فرشی حق رو، ساسان (دکتری مهندسی عمران)	اداره کل استاندارد آذربایجان شرقی
کاشانی‌اصل، امیر (کارشناسی ارشد مهندسی عمران)	سازمان نظام مهندسی آذربایجان شرقی
محبیان، زهرا (کارشناسی ارشد شیمی آلی)	اداره کل استاندارد آذربایجان شرقی
محرم زاده، محمد (کارشناسی مهندسی برق)	اداره کل استاندارد آذربایجان شرقی
مقدسی، یوسف (کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک)	شرکت تراکتورسازی ایران
نفیسی ، زهرا (کارشناسی مترجمی زبان)	مرکز آموزش علمی کاربردی استاندارد تبریز

فهرست مندرجات

عنوان **صفحه**

پیش گفتار

استاندارد" ارزیابی عدم قطعیت در کالیبراسیون و استفاده از وسایل اندازه‌گیری شارش – قسمت۲ : روابط کالیبراسیون غیرخطی"که پیش نویس آن در کمیسیون‌های مربوط توسط سازمان ملی استاندارد ایران تهیه و تدوین شده است و در دویست و هشتادو یکمین اجلاس کمیته ملی استاندارد اندازه شناسی، اوزان و مقیاسها مورخ ۱۳۹۴/۱۲/۱۸ مورد تصویب قرار گرفته است، اینک به استناد بند یک مواد ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می شود.برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت‌های ملی و جهانی در زمینه صنایع، علوم و خدمات،استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدید نظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدید نظر درکمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدید نظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و ماخذی که برای تهیه این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

ISO7066-2:1988,Assessment of uncertainty in the calibration and use of flow measurement devices-part 2: Non-linear calibration relationships

مقدمه

در استاندارد ISO 7066-1 به روش برازش خط راست به داده های کالیبراسیون اندازه گیری شارش و ارزیابی عدم قطعیت در اندازه‌گیری، اشاره شده است. این استاندارد به موردی از خط راست نامناسب برای ارائه داده‌های کالیبراسیون اشاره می‌کند.

ارزیابی عدم قطعیت در کالیبراسیون و استفاده از وسایل اندازه گیری شارش- قسمت ۲

روابط کالیبراسیون غیر خطی

۱ هدف و دامنه کاربرد

هدف از تدوین این استاندارد تعیین روش اجرایی برای بیان برازش چند جمله‌ای‌های غیر خطی درجه دوم، سوم یا درجات بالاتر در یک مجموعه‌ای از داده‌های کالیبراسیون با استفاده از معیار کمترین مربعات و ارزیابی عدم قطعیت همراه با منحنی کالیبراسیون می‌باشد. فقط استفاده ازچند جمله‌ای‌های با توان‌هایی از اعداد صحیح را در نظر می‌گیرد.

از آنجایی که به طور کلی اجرای این نوع از برازش منحنی و ارزیابی عدم قطعیت بدون استفاده از رایانه عملی نیست، در این قسمت از استاندارد فرض بر این است که کاربر به یکی از این‌ها دسترسی دارد. در بسیاری از قضایا استفاده از استاندارد روال موجود بر روی اکثر رایانه‌ها امکان پذیر خواهد بود. برنامه فرترن[1] به عنوان یک جایگزین که در پیوست پ ذکر شده، مجاز است استفاده شود.
نمونه‌هایی از استفاده از این روش‌ها در پیوست ت داده شده است. برون‌یابی خارج از دامنه داده‌ها مجاز نیست.
پیوست‌های الف ب پ ت و ث بخش‌های جدایی ناپذیر این بخش از استاندارد است.

۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی ایران به آن‌ها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب آن مقررات جزئی از این استاندارد ملی ایران محسوب می‌شود .
در صورتی که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد اصلاحیه‌ها و تجدید نظرهای بعدی آن مورد نظر این استاندارد ملی ایران نیست. در مورد مدارکی که بدون ذکر تاریخ انتشار به آن‌ها ارجاع داده شده است همواره آخرین تجدید نظر و اصلاحیه‌های بعدی آن‌ها مورد نظر است .
استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی است:

۲-۱ استاندارد ملی ایران شماره ۵۱۶۸، سال۱۳۹۰، اندازه گیری جریان سیال – روش اجرایی برای ارزیابی عدم قطعیت

2-2 ISO 7066-1,Assessment of uncertainty in the calibration and use of flow measurement devices_Part 1:linear calibration relationships**.**

1-fortran program

۳ اصطلاحات و تعاریف

در این استاندارد اصطلاحات و تعاریف زیر به کار می‌رود:

۱-۳ روش کمترین مربعات

فن مورد استفاده برای محاسبه ضرایب شکل خاصی از یک معادله است که برای برازش منحنی به داده انتخاب شده است. اصل کمترین مربعات به حداقل رساندن مجموع مربعات از منحنی انحراف از داده است.

۲-۳ چند جمله‌ای (تابع):

برای متغیر x، یک سری از شرایط با افزایش توان‌های صحیح x.

۳-۳ تجزیه و تحلیل رگرسیون

این فرایند از کمیت وابستگی یک متغیر روی یک یا متغیرهای بیشتر است.

یادآوری- بسیاری از برنامه‌های رایانه‌ای در دسترس برای منحنی برازش که در عنوان کلمه" رگرسیون " وجود دارد مناسب است که برای این بخش از استاندارد شرایط رگرسیون و کمترین مربعات به عنوان بخش قابل تعویض مجاز است.

۴-۳ انحراف معیار

ریشه دوم مثبت از واریانس.

۵-۳ واریانس

اندازه‌گیری پراکندگی بر اساس میانگین مربع انحراف از مقادیر از یک متغیر از مقدار مورد انتظار.

۴ نمادها و اختصارات

b_j ضریب x_j

C_{jb} عناصر ماتریس معکوس

$e_r()$ عدم قطعیت تصادفی از متغیرهای موجود در پرانتز

$e_s()$ عدم قطعیت سیستماتیک متغیر موجود در پرانتز

$e(\hat{y}_c)$ عدم قطعیت کل از ضریب کالیبراسیون[۱]

g_j ضریب jام چند جمله‌ای متعامد

m درجه چند جمله‌ای

n تعداد مقادیر داده

$p_j(x)$ j امین چند جمله‌ای متعامد

[1] -Calibrasion

$s(\ )$ انحراف استاندارد تجربی متغیرهای موجود در پرانتزها

s_r انحراف باقی مانده استاندارد از مقدار داده در مورد منحنی

t مهارت

x متغیر مستقل

x^* مقدار دلخواه مشخص از x

$\bar{x}$ میانگین حسابی از مقادیر داده x_i

x_i مقداری از x در نقطه iام

x_j متغیر مستقل jام (در رگرسیون خطی چندگانه)

x_{ji} مقدار x_j در نقطه داده i ام

y متغیر وابسته

$\bar{y}$ میانگین حسابی مقادیر داده y_i

$\hat{y}$ مقداری از y پیش بینی شده بوسیله معادله منحنی برازش

y_i مقدار y در نقطه داده i ام

$\hat{y}_i$ مقداری از $\hat{y}$ در $x = x_i$

v تعداد درجات آزادی

۵ برازش منحنی

۵-۱ کلیات

قبل از مبادرت به برازش منحنی چند جمله‌ای بهتر است توجه شود به یک تبدیل ساده از متغیر x یا متغیر y یا هر دو که مجاز است به طور موثر اطلاعات را خطی نماید و استفاده از روش‌های خط مستقیم شرح داده شده در استاندارد ISO 7066-1 قادر سازد. برخی تبدیلات مناسب در استاندارد ISO 7066-1 پیشنهاد شده است.

اگر پایداری یک خط مستقیم ممکن نیست آنگاه هدف پیدا کردن درجه و ضرایب تابع چند جمله ای که بهترین جایگزین برای یک سری از n جفت‌هایی از(x_iy_i) مقادیر داده به دست آمده از کالیبراسیون است. اگر بعنوان مثال یک بیان درجه دوم انتخاب شده منحنی به شکل زیر باشد:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x + b_2x^2 \qquad (۱)$$

بیان چند جمله‌ای کلی به صورت زیر است

$$\hat{y} = b_0 + b_1x + \cdots + b_jx^j + \cdots + b_mx^m$$

یا

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

با استفاده از معیارکمترین مربعات ضرایب b_j برای به حداقل رساندن مجموع مربعات انحراف نقاط از منحنی محاسبه می‌شوند:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \qquad (۲)$$

که در آن مقدار پیش بینی شده بوسیله معادله (۲) در X_i $X_=$ است .

در برخی موارد درجه m ام چندجمله‌ای از پیش تعیین خواهد شد؛ برای مثال مجاز است از روی تجربه داده کالیبراسیون توسط عبارت درجه۳ (m = ۳) به طور رضایت‌بخش نمایش داده شود. در غیر این صورت درجه برازش از طریق افزایش درجه انتخاب می‌شود تا یک حالت بهینه‌ای بدست آید (به زیر بند ۵-۳ مراجعه شود).

اگر افزایش درجه برازش خارج از یک درجه متوسط مشخص بهینه در برازش همانطور که در زیربند ۳-۵ توضیح داده شده به طور پیوسته رخ دهد، پس از آن این احتمال وجود دارد که وابستگی تابعی برای جایگزینی‌های چند جمله ای مناسب نباشد؛ علاوه بر این اگر معادله برازش داده شده تعداد جملات زیادی داشته باشد، منحنی مجاز است نوسانات نادرست نمایش دهد. یک مثال غیر معمول نتیجه‌ای نیست که بطور تقریبا ثابت بسیار بیشتر از دامنه x باشد اما به شدت نزدیک به انتهای دامنه متفاوت است.

در چنین مواردی مناسب است که محدوده را به بخشهایی تقسیم کنیم (استاندارد ISO 7066-1) که یا خطی هستند یا می‌توانند با یک چند جمله ای درجه پایین برازش داشته باشد. متناوبا تبدیل کردن یک یا هر دو متغیر که منجر به یک تابع خطی یا تابع چند جمله‌ای درجه پایین می‌شود، تبدیل متغیر مستقل به معکوس آن در برخی موارد منتجه به خطی بودن کافی خواهد شد.

روش‌های کمترین مربعات توصیف شده در این بخش از استاندارد ممکن است مناسب نباشد، اگر اثر عدم قطعیت تصادفی $e_r(x)$ از داده x_i در مقایسه با عدم قطعیت تصادفی $e_r(y)$ از مقادیر y قابل اغماض نباشد. طبق استاندارد ISO 7066-1 اگر مقدار شیب[۱] منحنی کالیبراسیون همیشه کمتر ازیک پنجم $e_r(y)/\, e_r(x)$ باشد، ممکن است روش‌هایی مناسب در نظر گرفته شود که برای معادله ریاضی خارج از دامنه این بخش از استاندارد کاربرد ندارد. پس اگر عمل طبیعی در کالیبره کردن هر مقیاس خاصی به عنوان متغیرها به گونه ای که شرط بالا را برقرار نکند آنگاه هرانتخاب قراردادی از بعد افقی و بعد قائم معکوس شده است یا این بخش از استاندارد نمی‌تواند استفاده شود.

[1]- Slope

اگر هر متغیر قبل از برازش تبدیل شود، سپس عدم قطعیت‌ها به بالا ارجاع داده می‌شود سپس (بند ۶) به متغیرهای تبدیل شده جدید مربوط می‌شوند. اگر به عنوان یک نتیجه تبدیل متغیر وابسته عدم قطعیت تصادفی $e_r(y)$ نمی‌تواند به عنوان مقدار ثابت بالای گستره در نظر گرفته شود سپس یک روش کمترین مربعات وزنی باید استفاده شود. روش کمترین مربعات وزنی در این بخش از استاندارد ISO 7066 توصیف نشده است ولی بسیاری از روال‌های کتابخانه‌ای رایانه‌ای اجازه می-دهد که اطلاعات سنجیده شود.

۵-۲ روش‌های محاسباتی

روال کتابخانه‌ای استاندارد برای برازش منحنی کمترین مربعات در بیشتر رایانه‌ها در دسترس است. روشی که برای برازش خط مستقیم در استاندارد ISO 7066-1 شرح داده شده است معمولا به عنوان خطی یا رگرسیون خطی ساده شناخته شده است: روش معادل برای برازش یک چند جمله‌ای مجاز است به عنوان چند جمله‌ای یا رگرسیون منحنی شرح داده شود که نوع خاصی از رگرسیون خطی چندگانه است. پیوست الف اطلاعات بیشتری از روش‌های رگرسیون و نحوه استفاده از آن را می‌دهد.

به عنوان یک جایگزین برای روال رگرسیون استاندارد روش چند جمله‌ای متعامد توصیف شده در پیوست ب مجاز است استفاده شود: این روش به ویژه زمانی مناسب است که درجه برازش از قبل مشخص نباشد. پیوست پ یک برنامه رایانه‌ای چند جمله‌ای متعامد مناسب را فهرست می‌کند.

زمانیکه رایانه‌ای در دسترس نیست و مقادیر x بطور یکنواخت فاصله دارند روش تفاضل محدود (پیوست ث) مجاز است به عنوان یک نشانه سریع از اینکه چه درجه‌ای از برازش برای نمایش داده مناسب است استفاده شود. ضرایب یک چند جمله‌ای به نمایندگی از داده مجاز است محاسبه شود اما این چند جمله‌ای کمترین مربعات نخواهد بود. محاسبه عدم قطعیت با استفاده از این روش فراتر از دامنه این بخش از استاندارد است.

۵-۳ انتخاب درجه بهینه برازش

برازش بهینه از طریق افزایش مقادیر درجه m تا یک بیشینه مشخص یا تا جایی که پیشرفت قابل توجهی رخ ندهد، مشخص شده است. انحراف استاندارد باقی مانده S_r برای هر درجه از (S_r ریشه واریانس باقیمانده) با استفاده از معادله بایستی محاسبه شود.

$$S_r^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2}{(n-m-1)} \qquad (۳)$$

که $\hat{y}_i$ مقدار پیش بینی شده از طریق بیان چند جمله‌ای [معادله (۲)] در $x=x_i$ است.

یادآوری- S_r^2 با جمله $S^2(Y,X)$ استفاده شده در استاندارد ISO 7066-1 معادل است.

درجه m همیشه باید خیلی کمتر از تعداد n از نقاط داده باشد.

اگر داده‌ها به خوبی از طریق یک چند جمله‌ای درجه m نشان داده شوند آنگاه S_r به طور قابل توجهی کاهش خواهد یافت تا درجه m بدست آید بنابراین S_r تقریبا ثابت باقی خواهد ماند. به طور کلی هر چند، درجه‌ای که در آن کاهش S_r قابل توجه باشد آشکار نیست و یک آزمون هدف منطقی باید برای کمک به پیدا کردن درجه مطلوب مناسب استفاده شود.

افزایش درجه از m-۱ تا m به‌عنوان ارائه بهبود آماری معنی‌دار در نظر گرفته شده است. در برازش اگر ضریب جدید b_m به طور قابل توجهی متفاوت از صفر باشد. اگر $b_m + t_{95}S(b_m)$ و $b_m - t_{95}S(b_m)$ (٪۹۵ از ضریب اطمینان b_m) شامل صفر نمی‌باشد.

این شرایط مجاز است بیان شود به‌عنوان:

$$\left|\frac{b_m}{S(b_m)}\right| > t_{95}$$

جایی که مقدار t_{95} به عنوان اپراتور برای ٪۹۵ سطح همپوشانی با v = n- m -1 است.

مقدار t_{95} به عنوان تابعی ازتعداد درجات v می‌تواند از معادله تجربی زیر محاسبه شود :

$$t_{95} = 1.96 + 2.36/v + 3.2/v^2 + 5.2/v^{3.84} \tag{۴}$$

برای ضریب چند جمله‌ای متعامد g_m (پیوست ب) شرط زیر برقرار است

$$\left|\frac{g_m}{S(g_m)}\right| > t_{95}$$

عبارات برای واریانس ضرایب $S^2(b_m)$ و $S^2(g_m)$ در پیوست الف و پیوست ب به ترتیب ذکر شده است.

مهم است که اثر افزایشی درجه حداقل یک درجه فراتر از آن آزموده شود که در ابتدا هیچ بهبود قابل توجهی را نشان نمی‌دهد تا زمانیکه قضیه فرد یا زوج بودن بهبود قابل توجهی را تولید کند.

از نقطه نظر آماری بالاترین درجه که پیشرفتی را در برازش فراهم کند در ٪۹۵ سطح هم‌پوشانی مجاز است به عنوان درجه بهینه در نظر گرفته شود. قبل از اینکه این درجه بعنوان ارائه مناسب‌ترین عبارت برای نشان دادن داده انتخاب شود عوامل دیگری باید در نظر گرفته شود. این عوامل شامل هر آگاهی از شکل مورد انتظار منحنی (شرایط مطلوب برای داشتن یک فرم کاربردی که زیاد هم پیچیده نیست محدوده‌ای که نشان دادنش ضروری است و دقتی که مطلوب باشد) است.

در ارزیابی این عوامل توصیه می‌شود برای نمایش داده از گراف‌های صفحه‌ای استفاده شود این نمودارها دیگر مشکلات ممکن را نمایان خواهد کرد. برای مثال اگر درجه خیلی پایین باشد آنگاه منحنی موفق به نمایش روند واقعی در اطلاعات نمی‌شود و مقدار پیش بینی شده $\hat{y}$ مجاز است یک

اریب بر روی برخی از دامنه داشته باشد. اگر درجه خیلی بالا باشد منحنی مجاز است برازش پراکندگی داده به جای روند اساسی داشته باشد.

مثال داده شده در پیوست ت کاربرد برخی از این اصول را نشان می‌دهد.

۶ عدم قطعیت

مولفه تصادفی از عدم قطعیت ٪۹۵ سطح هم‌پوشانی از یک مقدار پیش‌بینی شده $\hat{y}$ داده شده است از طریق

$$e_r(\hat{y}) = t_{95} s(\hat{y})$$

که $s(\hat{y})$ در آن ریشه مربع واریانس $s^2(\hat{y})$ از $\hat{y}$ است. عبارات برای $s^2(\hat{y})$ در ضمایم الف و ب داده شده است؛ به طور کلی $s^2(\hat{y})$ مجاز است بعنوان یک تابع چند جمله‌ای x درجه ۲m بیان شود. مهم است در محاسبه $s^2(\hat{y})$ اشکال معنی‌دار کافی برای جلوگیری از خطاهای بزرگ گرد کردن که ناشی از تفریق است، به کار برده شود.

لازم به ذکر است برآورد عدم قطعیت ارائه شده با $e_r(\hat{y})$ تنها به حدی معتبر خواهدبود که بیان چند جمله‌ای انتخاب شده یک تخمین خوب برای رابطه کاربردی درست مابین x, y باشد.

٪۹۵ حدود هم پوشانی تصادفی برای مقدار واقعی y عبارت است از

$$y \pm e_r(\hat{y})$$

طبق استاندارد ISO 7066-1 عدم قطعیت در ضریب کالیبراسیون با فرمول زیر بدست می‌آید:

$$e(\hat{y}_c) = [e_r^2(\hat{y}) + e_s^2((\hat{y}_c))]^{1/2}$$

که $e_r^2(\hat{y})$ مولفه سیستماتیک از عدم اطمینان $\hat{y}$ است.

یادآوری– در نسخه تجدید نظر شده از استاندارد ایران ایزو ۵۱۶۸ در آماده‌سازی دستورالعمل‌هایی برای استفاده از جمع خطی وترکیب ریشه‌ی دوم مجموع مربع ازخطاهای تصادفی و سیستماتیک ارائه شده است.

اگر متغیر وابسته تبدیل شده باشد آنگاه عدم قطعیت به متغیر تبدیل شده برمی‌گردد.

پیوست الف
روش‌های رگرسیون
(این پیوست یک بخش کامل از استاندارد را شامل نمی‌شود)

الف ۱ مقدمه

روش‌های رگرسیون برای منحنی برازش به طور گسترده‌ای تحت نام‌های مختلف به عنوان روال استاندارد در کتابخانه رایانه موجود است. مستندات ارائه شده با این روال تمایل به گرفتن سطح معینی از دانش تجزیه و تحلیل رگرسیون دارد. هدف از این پیوست این است که یک توصیف عمومی از روش‌ها و اصطلاحات رگرسیون منحنی برازش بعنوان زمینه برای مستندات روال کتابخانه فراهم کند.

روش رگرسیونی که به طور گسترده در دسترس است، جدا از رگرسیون خطی ساده رگرسیون خطی چندگانه است. منحنی برازش را با استفاده از نوع خاصی از رگرسیون خطی چندگانه شناخته شده به عنوان چند جمله‌ای رگرسیون منحنی می‌توان بکار برد. اگر روال رگرسیون چند جمله‌ای در دسترس نیست پس یک روش رگرسیون خطی چندگانه با اینکه راحت نیست، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد."گام به گام" و "حذف به عقب"یا"راه حل بازگشت" انواع خاص روش رگرسیون خطی چندگانه که مجاز است مورد استفاده قرار گیرد.

الف ۲ رگرسیون خطی چندگانه

درادامه علامت جمع ∑ جهت نمایش $\sum_{i=1}^{n}$ بکار می‌رود مگر این که خلاف آن ذکرشود.

فرض بر این است که یک متغیر وابسته y باید به صورت خطی مربوط به m درمتغیرهای مستقل x_1،x_2،...،x_m باشد به وسیله

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_m x_m + U \qquad (۵)$$

که

β_0 تا β_m ضرایب رگرسیون ناشناخته است؛

U یک اندازه‌گیری از اثرات تصادفی که باعث وابستگیy به m در متغیرهای مستقل به حرکت کاملا خطی است.

مجموعه‌ای از مشاهدات n

$$(y_i, x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{mi}), i = 1, 2, \ldots, n$$

برآورد ضرایب رگرسیون به صورت زیر است

$$b_0, b_1, \ldots, b_m$$

به طوری که تخمین $\hat{y}$ از مقدار واقعی متناظر به iامین مجموعه از مشاهدات متغیرهای مستقل به صورت زیر است.

(۶)

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{1i} + \cdots + b_m x_{mi}$$

توانایی تولید کمترین مربعات برای به حداقل رساندن $\sum(y_i - \hat{y}_i)^2$ منجربه یک سری از معادلات همزمان m+1 عموما به عنوان "معادلات نرمال" شناخته شده است :

(۷)

$$nb_0 + \sum(x_{1i})b_1 + \sum(x_{2i})b_2 + \cdots + \sum(x_{mi})b_m = \sum y_i$$

$$\sum(x_{1i})b_0 + \sum(x_{1i})^2 b_1 + \cdots + \sum(x_{1i}x_{mi})b_m = \sum(x_{1i}y_i)$$

$$\sum(x_{mi})b_0 + \sum(x_{mi}x_{1i})b_1 + \cdots + \sum(x_{mi})^2 b_m = \sum(x_{mi}y_i)$$

اینها برای m+1 با $\boldsymbol{b_m}, \ldots, \boldsymbol{b_1}, \boldsymbol{b_0}$ ناشناخته می‌تواند حل شود.

الف۳ - رگرسیون چند جمله‌ای (منحنی شکل)

هنگامی که یک رابطه بین دو متغیر غیرخطی است اما مجاز است توسط یک تابع چند جمله‌ای برازش شود.

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_m x^m$$

یک چند جمله‌ای یا رگرسیون منحنی از y روی x وجود دارد. که می‌تواند به عنوان یک رگرسیون خطی چندگانه با متغیرهای مستقلی از X_1، X_2، ...، X_m به جای X ، X^2، ...، X^m تصحیح شود .

در زیر بندهای الف ۴ و الف ۵ هر یک از عبارات رگرسیون خطی چندگانه مجاز است تبدیل به عبارات رگرسیون چند جمله‌ای معادل به وسیله جایگزین کردن متغیر مستقل j ام با x^j و مقادیر داده‌های متناظر x_{ji} با x_i^j.

الف۴ - محاسبه ضرایب و واریانس

معادله رگرسیون خطی چندگانه را با m=۲ در نظر بگیرید.

(۸)

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

که معادل است با

(۹)

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$$

در مورد رگرسیون چند جمله‌ای.

وقتی معیار کمترین مربعات اعمال شود معادلات نرمال به شکل زیر هستند:

(۱۰)

$$nb_0 + \sum(x_{1i})b_1 + \sum(x_{2i})b_2 = \sum(y_i)$$

(۱۱)

$$\sum(x_{1i})b_0 + \sum(x_{1i})^2 b_1 + \sum(x_{1i}y_{2i})\, b_2 = \sum(x_{1i}y_i)$$

(۱۲)

$$\sum(x_{2i})b_0 + \sum(x_{2i}x_{1i})b_1 + \sum(x_{2i})^2\, b_2 = \sum(x_{2i}y_i)$$

روش سنتی برای حل معادلات نرمال شامل محاسبه معکوس از ماتریس ۳×۳ با ضرایب از b_0b_1و b_2 است.اگر عناصر این ماتریس معکوس به شکل زیر باشند

$$\begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & C_{02} \\ C_{10} & C_{11} & C_{12} \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

پس

(۱۳)

$$b_0 = C_{00}\sum y_i + C_{01}\sum(x_{1i}y_i) + C_{02}\sum(x_{2i}y_i)$$

$$b_1 = C_{10}\sum y_i + C_{11}\sum(x_{1i}y_i) + C_{12}\sum(x_{2i}y_i)$$

$$b_2 = C_{20}\sum y_i + C_{21}\sum(x_{1i}y_i) + C_{22}\sum(x_{2i}y_i)$$

یا در حالت کلی

$$b_j = \sum_{k=0}^{m} \left[C_{jk} \sum (x_{ki} y_i) \right]$$

جایی که ۱ $X_{ki}=$ برای $k=۰$

توجه داشته باشید که زمانی‌که ماتریس از معادلات نرمال متقارن است، ماتریس معکوس نیز متقارن است.

واریانس ضرایب به شکل زیر هستند

$$s^2(b_0) = s_r^2 C_{00}$$

$$s^2(b_1) = s_r^2 C_{11}$$

$$s^2(b_2) = s_r^2 C_{22}$$

که در آن واریانس باقیمانده S_r^2 همانطور که در زیر بند ۵-۳ با فرمول زیر داده شده است

$$s_r^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m - 1}$$

چون ماتریس معکوس متقارن است

(۱۴)

$$C_{01} = C_{10}$$

$$C_{02} = C_{20}$$

$$C_{12} = C_{21}$$

این مقادیر غیر قطری برای محاسبه n کوواریانس بین ضرایب b_j با استفاده از cov به معنی کواریانس استفاده می‌شود

(۱۵)

$$COV(b_0, b_1) = s_r^2 C_{01}$$

$$COV(b_0, b_2) = s_r^2 C_{02}$$

$$COV(b_1, b_2) = s_r^2 C_{12}$$

در مقادیر مشخص شده $X_1=X_1^*$ و $X_2=X_2^*$ ارزش پیش‌بینی شده با معادله رگرسیون به شکل زیر است

(۱۶)

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1^* + b_2 x_2^*$$

واریانس این مقداراز $\hat{y}$ با فرمول زیر بدست می‌آید

(۱۷)

$$s^2(\hat{y}) = s_r^2[C_{00} + C_{11}(x_1^*)^2 + C_{22}(x_2^*)^2 + 2C_{01}x_1^* + 2C_{02}x_2^* + 2C_{12}x_1^*x_2^*]$$

به دلیل نمایان شدن ضریب ۲ $C_{jk}=C_{kj}$ برای هر k،j.

فرمول کلی به شکل زیر است

(۱۸)

$$s^2(\hat{y}) = s_r^2 \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=0}^{m} (C_{jk} x_j^* x_k^*)$$

جایی که $x_j^*, x_k^* = 1$ برای $k = 0$

برای رگرسیون چند جمله‌ای $x_j^* = (x^*)^j$ و $x_k^* = (x^*)^k$ پس

$$s^2(\hat{y}) = s_r^2 \sum_{j=0}^{m} \left[\sum_{k=0}^{m} C_{jk} (x^*)^{j+k} \right]$$

تطبیق این عبارت به شکل یک چند جمله‌ای ازدرجه ۲m می‌دهد

(۱۹)

$$s^2(\hat{y}) = s_r^2 \sum_{j=0}^{m} \left[\left(\sum_{k=0}^{j} C_{k,j-k} \right) (x^*)^j \right] + s_r^2 \sum_{j=m+1}^{2m} \left[\left(\sum_{k=j-m}^{m} C_{k,j-k} \right) (x^*)^j \right]$$

الف ۵ - فرمول بندی مرکزی

کمترین مربعات یا تجزیه و تحلیل رگرسیون گاهی اوقات به صورت مرکزی بیان می‌شود که هر متغیری به وسیله شکل انحراف از میانگین جایگزین می‌شود. در این رابطه معادله (۸) جایگزین می-شود با

(۲۰)

$$\hat{y} - \bar{y} = b_1(x_1 - \overline{x_1}) + b_2(x_2 - \overline{x_2})$$

جایی که بار روی نماد برای نشان دادن مقدار میانگین از کمیت نشان داده شده توسط نماد برای اندازه‌گیری‌های n استفاده می‌شود .

الف -۶ فن‌های عددی استفاده شده در کتابخانه‌های رایانه‌ای

برای کمترین مربعات یا محاسبات رگرسیون مورد بحث در این پیوست روال کتابخانه‌ای رایانه استفاده از یکی از انواع فن‌های عددی را ممکن می‌سازد.

فن‌های عددی اصلی مورد استفاده با رایانه برای رگرسیون و کمترین مربعات ماتریس هستند.

الف) روش حذفی گاوس یا گاوس جردن

ب) روش تجزیه چولسکی

پ) روش تجزیه (معمولا هاوس هلدر یا اصلاح شده گرام- اشمیت)

در حالت کلی نقش کاربر در فن خاص مورد استفاده مهم نیست. با این حال باید توجه شود که روش‌های حذفی حساس به ایجاد خطای گرد کردن هستند به طوری که ضرایب محاسبه شده b_j برای یک چندجمله‌ای درجه بالا به طور قابل توجهی مجاز است خطا داشته باشد؛برای درجه متوسط تا m=۳ یا ۴ نباید مشکل باشد.

پیوست ب
برازش منحنی چند جمله‌ای متعامد
(این پیوست یک بخش کامل از استاندارد را شامل نمی‌شود)

این پیوست ویژگی‌های اصلی برازش منحنی چند جمله‌ای متعامد در رابطه با روش رگرسیون مورد بحث درپیوست الف را شرح می‌دهد. برازش منحنی چند جمله‌ای متعامد به خصوص زمانی موثر است که درجه برازش ناشناخته باشد و موضوع ایجاد سریع خطای گردکردن که می‌تواند با روش های حذف رخ دهد، نیست(به پیوست الف زیر بند الف۶ مراجعه شود).
برازش منحنی چند جمله‌ای متعامد جدا از خطای گرد کردن با آنهایی که توسط روش رگرسیون تولید شده در پیوست الف اشاره می‌کند، یکسان خواهد بود.
روال کتابخانه رایانه با استفاده از چند جمله‌ای متعامد به طور کلی به اندازه کافی اطلاعات ارائه نمی‌دهد و به عدم قطعیت اجازه می‌دهد تا به آسانی محاسبه شود: هر چند برنامه ذکر شده در پیوست پ اطلاعات کامل در عدم قطعیت را فراهم می‌کند.
در ادامه علامت جمع $\sum$جهت نمایش $\sum_{i=1}^{n}$ بکار می‌رود مگراین که خلاف آن ذکر شود.
با استفاده از روش چند جمله‌ای متعامد چند جمله‌ای

$$\hat{y} = b_0(x) + b_1(x) + b_2x^2 + \cdots + b_mx^m$$

توسط روش معادل جایگزین شده در
(۲۱)

$$\hat{y} = g_0p_0(x) + g_1p_1(x) + g_2p_2(x) + \cdots + g_mp_m(x)$$

که در آن:
$P_j(X)$ چندجمله‌ای از درجه j هستندکه از تمامی شرایط تعامد $j \neq k$ پیروی می کنند.
(۲۲)

$$\sum [p_j(x_i)p_k(x_i)] = 0$$
$$p_0(x) = 1$$

این چند جمله‌ای‌ها به عنوان متعامد بیش از نقاط داده X_i توصیف شده‌اند؛ ضرایبی که درآنها تعریف می‌کنند از رابطه برگشتی فورسیت که شامل سه قسمت است، بدست می آیند.
بدلیل شرایط تعامد تمام عناصر در ماتریس و ماتریس معکوس از معادلات نرمال به دست آمده است.(به زیر بند الف۴ مراجعه شود) بجز آنهایی که قطر ($j=k$) صفر است و ضرایب g_j به طور مستقیم از معادلات نرمال به دست آمده است.

(۲۳)

$$g_j = \frac{\Sigma\left(y_i p_j(x_i)\right)}{\Sigma[p_j(x_i)]^2}$$

واریانس ضرایب از عناصر ماتریس معکوس به دست آمده است همانطور که در پیوست الف ذکر شده است:

(۲۴)

$$s^2(g_j) = s_r^2 C_{jj} = \frac{s_r^2}{\Sigma[p_j(x_i)]^2}$$

در یک مقدار مشخص $X=X^*$ تا زمانی که کوواریانس صفر باشد

$$s^2(\hat{y}) = s^2(g_0) + [p_1(x^*)]^2 s^2(g_1) + \cdots + [p_m(x^*)]^2 s^2(g_m)$$

(۲۵)

$$= \frac{s_r^2}{n} + s_r^2 \sum_{j=1}^{m} \frac{[p_j(x^*)]^2}{\Sigma[p_j(x_i)]^2}$$

از آنجا که ضریب g_j به سادگی از معادله (۲۳) به عنوان افزایش درجه برازش قابل محاسبه است ضرایب قبلی بدون تغییر هستند: این ویژگی باعث می‌شود برازش منحنی چند جمله‌ای متعامد زمانی که درجه برازش از قبل مشخص نیست به طور ویژه‌ای مناسب باشد. هنگامی که درجه مطلوب در نهایت انتخاب شده است هر چند لازم است برای تبدیل شکل چند جمله‌ای متعامد به $\hat{y}$ [معادله (۲۱)]

$$\hat{y} = g_0 p_0(x) + g_1 p_1(x) + g_2 p_2(x) + \cdots + g_m p_m(x)$$

برای سری‌های توانی راحت‌تر و ساده‌تر

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_m x^m$$

استفاده از ضرایب تعریف چندجمله‌ای متعامد با استفاده از رابطه بازگشت اصلی مشتق شده است.

پیوست پ
برنامه رایانه‌ای مورد استفاده چند جمله‌ای‌های متعامد
(این پیوست یک بخش کامل از استاندارد را شامل نمی‌شود)

پ ۱ - ورودی و خروجی

عملیات تعاملی این برنامه ورودی درخواستی به عنوان نیاز ورودی اولیه حداکثر درجه برازش است (که در نهایت باید دو درجه بالاتر ازنیاز مورد انتظار باشد) تعداد مقادیر داده و داده که به عنوان یک جفت از ($x_i y_i$) مقادیر بر خط وارد می شود.

انحراف استاندارد باقی مانده s_r و درصد دارای اهمیت برای هر درجه تا بیشینه چاپ شده و بالاترین درجه که ضریب در سطح هم‌پوشانی ٪ ۹۵ معنی‌دار است، به عنوان درجه بهینه برازش پیشنهاد می شود.

پس از آن کاربر انتخاب می‌کند و وارد درجه مناسبی از برازش می‌شود که ممکن است متفاوت از درجه بهینه پیشنهادی باشد و ضرایب کمترین مربعات چند جمله‌ای و ضرایب چند جمله‌ای برای مجذور عدم قطعیت تصادفی هستند که بعدا چاپ شده است. در نهایت جدول مقدار داده (x_i,y_i) مقادیر پیش بینی شده $\hat{y}_i$ انحرافات $y_i - \hat{y}$ و عدم قطعیت تصادفی $t_{95}s(\hat{y})$ چاپ شده است. درجه دیگر ممکن است پس از آن وارد شود یا ۱- مجاز است وارد به محدوده اجرا شود.

پ ۲ - شرح برنامه

پس از اینکه ورودی وارد شد داده‌ها با استفاده از ORFIT تا بالاترین درجه MAXD1 برازش می شوند؛ درصد اهمیت هر ضریب از تابع PCTSQ به دست آمده است.

با یک درجه مشخص از JDEG1 زیرگروه POWSER برای محاسبه ضرایب POLCO از چند جمله-ای کمترین مربعات و ضرایب UVCO از چند جمله‌ای برای واریانس غیر نرمال از معادله (۲۵) استفاده می‌شود. با GDEG=JDEG1+1 t_{95} در درجات آزادی N-JDEG با استفاده از معادله (۴) و S_r^2 از D(GDEG)/(N-JDEG) محاسبه شده است. ضرایب UVCO با $t^2 s_r^2$ برای بدست آوردن USQCO ضرب می‌شوند،که ضرایبی از چند جمله‌ای است که نمایانگر مجذور عدم قطعیت تصادفی است.

کد استفاده شده در استاندارد فورترن ۴ به غیر از استفاده از آرک کوسینوس تابع ACOS در PCTSQ است.

پ ۳ - اصلاحات ممکن

این برنامه به عنوان یک فهرست استفاده می‌شود اما در حالت کلی برای انجام برخی از اصلاحات به ویژه به ورودی و خروجی خیلی راحت‌تر خواهد شد.

در اکثر اجراهای فرترن ورودی در فرمت آزاد اجازه داده می‌شود، این از فرمت ثابت مورد نیاز با فرترن استاندارد راحت تر است.

خروجی ارائه شده برای اهداف ترسیم توسط برنامه فهرست شده است؛ مفیدترین روش ارائه خروجی به اینکه چه تجهیزات خروجی مورد استفاده قرار گیرد بستگی خواهد داشت. اگر یک نمودار صفحه-ای و یا ابزارگرافیکی در دسترس باشد بنابراین نمودار صفحه‌ای که شامل منحنی‌های مقادیر داده و محدودیت‌های ضرایب ٪۹۵حدود اطمینان نشان داده شده مصور در پیوست ت را می‌تواند تولید کند. اگر چنین وسیله‌ای در دسترس باشد، یک چاپگر که یک نمودار صفحه‌ای تقریبی، برای مثال، انحرافات $y_i - \hat{y}_i$ از مقادیر منحنی را می‌دهد می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

تعداد مقادیر داده‌های ممکن در برنامه فهرست شده ۱۰۰ است و حداکثر درجه مجاز از برازش m_{ma} ، ۷ است. در درجات برازش بالای حدود ۷، محاسبه عدم قطعیت تصادفی از ضرایب چند جمله‌ای USQCO مجاز است در معرض خطاهای گرد کردن قرار گیرد. توجه شود که آرایه‌های ABGDE و POLCO ابعادی از m_{max}+۱ و UVCOوUSQCO ابعادی از ۲m_{max}+۱ هستند.

ORTHOGONAL POLYNOMIAL COMPUTER PROGRAM

```
C      ORTHOGONAL POLYNOMIAL CURVE-FITTING  -  MAIN PROGRAM;
C      SUBROUTINES ORFIT AND POWSER, AND FUNCTION PCTSQ, ARE REQUIRED.
C
       DOUBLE PRECISION A,B,G,D,E,FAC,POLCO,USQ,USQCO,UVCO,X,Y,YPOL
       DIMENSION A(8), B(8), G(8), D(8), E(8), POLCO(8)
       DIMENSION X(100), Y(100), UVCO(15), USQCO(15)
C
C ARRAYS:
C
C  A   ALPHA COEFFICIENTS IN ORTHOGONAL POLYNOMIAL RECURRENCE RELATION
C  B   BETA COEFFICIENTS IN ORTHOGONAL POLYNOMIAL RECURRENCE RELATION
C  G   COEFFICIENTS OF ORTHOGONAL POLYNOMIAL SERIES
C  D   RESIDUAL SUM OF SQUARES
C  E   SQUARE OF COEFFICIENT G/VARIANCE OF G, FOR SIGNIFICANCE TESTING
C
C  POLCO  COEFFICIENTS OF SIMPLE POLYNOMIAL FOR Y
C  UVCO   COEFFICIENTS OF POLYNOMIAL FOR UNNORMALISED VARIANCE OF Y
C  USQCO  COEFFICIENTS OF POLYNOMIAL FOR SQUARE OF RANDOM UNCERTAINTY
C
C                  ***** INITIAL INPUT *****
C
```

```
      WRITE (6,120)
      READ (5,130) MAXD1
      IF (MAXD1.GT.7) MAXD1=7
      WRITE (6,140)
      READ (5,150) N
      IF (N.LE.100) GO TO 10
      WRITE (6,160)
      GO TO 110
   10 WRITE (6,170) N
      MAXD=MAXD1+1
      IF (MAXD.GT.N) MAXD=N
      DO 20 I=1,N
   20   READ (5,180) X(I),Y(I)
C
C                    ***** PRELIMINARY FITTING *****
C
      CALL ORFIT (X,Y,A,B,G,D,E,N,MAXD)
      WRITE (6,190)
      JOPT=0
      DO 30 J=1,MAXD
        IF (J.GE.N) GO TO 40
        J1=J-1
        SD=DSQRT(D(J)/FLOAT(N-J))
        SE=E(J)
        PC=PCTSQ(SE,N-J)
C     PC IS PERCENTAGE SIGNIFICANCE OF COEFFICIENT
        IF (PC.GE.95.) JOPT=J1
   30   WRITE (6,200) J1,SD,PC
   40 WRITE (6,210) JOPT
C
```

ORTHOGONAL POLYNOMIAL COMPUTER PROGRAM (CONTINUED)

```
C      ***** INFORMATION FOR A SPECIFIED DEGREE OF FIT *****
C
C     ENTER DEGREE
C
   50 WRITE (6,220)
      READ (5,130) JDEG1
      IF (JDEG1.LT.0) GO TO 110
      JDEG=JDEG1+1
      IF (JDEG.LE.MAXD) GO TO 60
      WRITE (6,230)
      GO TO 50
```

```
C
C     COMPUTE POWER SERIES (SIMPLE POLYNOMIAL) COEFFICIENTS
C
   60 CALL POWSER (A,B,G,JDEG,N,POLCO,UVCO)
C
      WRITE (6,240)
      WRITE (6,250) (POLCO(J),J=1,JDEG)
C
C     COMPUTE NORMALISING FACTOR FOR SQUARE OF RANDOM UNCERTAINTY
C     FROM RECIPROCAL OF DEGREES OF FREEDOM RDF, RESIDUAL SUM OF SQUARES
C     IN D, AND EMPIRICAL EQUATION FOR STUDENT T
C
      RDF=1./FLOAT(N-JDEG)
      FAC=D(JDEG)*RDF*(1.96+2.36*RDF+3.2*RDF**2+5.2*RDF**3.84)**2
      MDEG=2*JDEG-1
      DO 70 J=1,MDEG
   70   USQCO(J)=UVCO(J)*FAC
      WRITE (6,260)
      WRITE (6,250) (USQCO(J),J=1,MDEG)
C
C     TABULATE DATA VALUES, DEVIATIONS AND UNCERTAINTY
C
      WRITE (6,270)
C

C
      DO 100 I=1,N
        YPOL=0.0D0
        DO 80 J=1,JDEG
          JJ=JDEG+1-J
   80     YPOL=YPOL*X(I)+POLCO(JJ)
        USQ=0.0D0
        DO 90 J=1,MDEG
          JJ=MDEG+1-J
   90     USQ=USQ*X(I)+USQCO(JJ)
        YDEV=Y(I)-YPOL
        RUNC=0.0
        IF (USQ.GT.0.0D0) RUNC=DSQRT(USQ)
        XX=X(I)
        YY=Y(I)
        YP=YPOL
  100   WRITE (6,280) XX,YY,YP,YDEV,RUNC
      GO TO 50
  110 WRITE (6,290)
      STOP
```

```
C
  120 FORMAT (1H0,32HENTER MAXIMUM DEGREE OF FIT .(I2))
  130 FORMAT (I2)
  140 FORMAT (33H ENTER NUMBER OF DATA VALUES (I3))
  150 FORMAT (I3)
  160 FORMAT (21H TOO MANY DATA POINTS)
  170 FORMAT (7H ENTER ,I3,29H PAIRS OF (X,Y) VALUES (2F10))
  180 FORMAT (2F10.5)
  190 FORMAT (1H0,37HDEGREE  RESIDUAL STANDARD  PERCENTAGE/12X,27HDEVIAT
     1ION      SIGNIFICANCE)
  200 FORMAT (I5,G18.6,F13.2)
  210 FORMAT (18H SUGGESTED DEGREE-,I2)
  220 FORMAT (1H0,32HENTER DEGREE (I2), OR -1 TO EXIT)
  230 FORMAT (16H DEGREE TOO HIGH)
  240 FORMAT (59H POLYNOMIAL COEFFICIENTS, LISTED IN INCREASING POWERS O
     1F X-)

  250 FORMAT (4G16.8)
  260 FORMAT (47H COEFFICIENTS FOR SQUARE OF RANDOM UNCERTAINTY-)
  270 FORMAT (1H0,10X,4HDATA,10X,36HPOLYNOMIAL    RESIDUAL   RANDOM UNC
     1/60H     X            Y            Y         Y - Y(POL)    OF Y(POL))
  280 FORMAT (4G12.5,G12.4)
  290 FORMAT (1H0,17H END OF EXECUTION)
C
      END

      REAL FUNCTION PCTSQ (TSQ,NU)
C
C     TSQ CONTAINS THE RATIO OF THE SQUARE OF A COEFFICIENT TO ITS
C     VARIANCE (CORRESPONDING TO THE SQUARE OF THE STUDENT T): PCTSQ
C     IS THE PERCENTAGE LEVEL AT WHICH THE COEFFICIENT CAN BE SAID TO
C     DIFFER SIGNIFICANTLY FROM ZERO.
C

      ANU=FLOAT(NU)
      X=ANU/(TSQ+ANU)
      RTX=SQRT(X)
      NUODD=NU-NU/2*2
      SUM=0.
      IF (NU.EQ.1) GO TO 30
      TERM=1.
      DO 10 J=2,NU,2
        IF (SUM.GT.TERM*1.E10) GO TO 20
        SUM=SUM+TERM
   10   TERM=TERM*X*(1.-1./FLOAT(J+NUODD))
   20 SUM=SUM*SQRT(1.-X)
   30 IF (NUODD.GT.0) SUM=0.636619772*(ACOS(RTX)+SUM*RTX)
      PCTSQ=100.*SUM
      RETURN
C
      END
```

ORTHOGONAL POLYNOMIAL COMPUTER PROGRAM (CONTINUED)

```
      SUBROUTINE ORFIT (X,Y,A,B,G,D,E,N,MAX)
C
C     METHOD FROM G.E.FORSYTHE, 'GENERATION AND USE OF ORTHOGONAL
C     POLYNOMIALS FOR DATA FITTING WITH A DIGITAL COMPUTER',
C     J.S.I.A.M., VOL 5, 2, JUNE 1957, PP 74-88
C
      DOUBLE PRECISION X,Y,P,A,B,G,D,E,Q,R,S,SA,SB,SG,SD,RN
      DIMENSION X(N), Y(N), P(100), Q(100), R(100)
      DIMENSION A(MAX), B(MAX), G(MAX), D(MAX), E(MAX)
C
      SA=0.0D0
      SG=0.0D0
      SD=0.0D0
      RN=1.0D0/N
      DO 10 I=1,N
        P(I)=1.0D0
        Q(I)=0.0D0
        SA=SA+X(I)
        SG=SG+Y(I)
   10   SD=SD+Y(I)*Y(I)
C
      A(1)=SA*RN
      B(1)=0.0D0
      G(1)=SG*RN
      D(1)=SD-G(1)*SG
      E(1)=1.0D20
      IF (D(1).GT.0.0D0) E(1)=G(1)*SG*(N-1)/D(1)
      SD=N
      J=1
C
```

```
     20 IF (J.GE.MAX) RETURN
          SA=0.0D0
          SB=0.0D0
          SG=0.0D0
          DO 30 I=1,N
             R(I)=Q(I)
             Q(I)=P(I)
             P(I)=(X(I)-A(J))*Q(I)-B(J)*R(I)
             S=P(I)*P(I)
             SA=SA+X(I)*S
             SB=SB+S
     30      SG=SG+Y(I)*P(I)
C
        J=J+1
        A(J)=SA/SB
        B(J)=SB/SD
        G(J)=SG/SB
        D(J)=D(J-1)-G(J)*G(J)*SB
        E(J)=1.0D20
        IF (D(J).GT.0.0D0) E(J)=G(J)*SG*(N-J)/D(J)
        SD=SB
        GO TO 20
C
        END
C     USING THE RECURRENCE RELATION, COMPUTE THE COEFFICIENTS
C     F(L,J) OF THE J-TH ORTHOGONAL POLYNOMIAL
C
      DO 20 J=2,K
        H=0.0D0
        JJ=J+1
        DO 20 L=1,JJ
          F(L,JJ)=H-F(L,J)*A(J)-F(L,J-1)*B(J)
   20     H=F(L,J)
C
C     POLYNOMIAL COEFFICIENTS FOR Y
C
   30 DO 40 L=1,MAX
        COEF(L)=0.0D0
        DO 40 J=L,MAX
   40     COEF(L)=COEF(L)+F(L,J)*G(J)
C
C     POLYNOMIAL COEFFICIENTS FOR UNNORMALISED VARIANCE OF Y
C
```

```
C     POLYNOMIAL COEFFICIENTS FOR UNNORMALISED VARIANCE OF Y
C
      MU=2*MAX-1
      DO 50 L=1,MU
   50   UVCO(L)=0.0D0
      VCO=1.0D0/FLOAT(N)
      UVCO(1)=VCO
C
      IF (MAX.LE.1) RETURN
      DO 70 J=2,MAX
        VCO=VCO/B(J)
        M=2*J-1
        DO 70 L=1,M
          SCO=0.0D0
          K1=1
          IF (L.GT.MAX) K1=1+L-MAX
          K2=L+1-K1
          DO 60 K=K1,K2
   60       SCO=SCO+F(K,J)*F(L-K+1,J)
   70     UVCO(L)=UVCO(L)+SCO*VCO
C
      RETURN
C
      END
```

پیوست ت

مثالها

(این پیوست یک بخش کامل از استاندارد را شامل نمی‌شود.)

این پیوست شامل سه نمونه است- دوتا درکالیبراسیون دبی‌سنج برای استفاده در لوله‌ها و یکی درکالیبراسیون جایگاه گیج رانش مورد استفاده در جریان سنج‌ها.

اطلاعات داده شده در جدول۱۲ یا ۳ برای آزمون عملکرد برنامه فهرست شده در پیوست پ مجاز است مورد استفاده قرار گیرد. دقتی که با آن نتایج به دست آمده محاسبه خواهد شد در روش مورد استفاده محاسبه می‌شود و به صحت رایانه استفاده شده بستگی دارد: نتایج به دست آمده در این پیوست با استفاده از دقت مضاعف حسابی معادل با ۱۸ رقم اعشار محاسبه شده است.

ت ۱ – مثال ۱: کالیبراسیون دبی‌سنج فشاری تفاضلی

جدول ۱، ۱۲ جفت از مقادیر داده‌های به دست آمده از کالیبراسیون وسایل فشاری تفاضلی را فهرست کرده است. شکل ۱ داده‌های طراحی شده باY به عنوان ضریب تخلیه و X به عنوان عدد رینولدز لوله تقسیم شده بر$۱۰^۶$را نشان می‌دهد برای آزمون اول که روش کمترین مربعات در این بخش از استاندارد شرح داده شده برای تخمین عملکرد رابطه بین X وYمناسب است. لازم است که اول نشان داده شود که آیا خطای تصادفی در X را می‌توان نادیده گرفت. در این مورد روش‌های IS0 5168 مقادیر تقریبی از حدود ۰/۰۰۱۳و ۰/۰۰۵ برای $e_r(y)$ و $e_r(x)$ به ترتیب به طوری که $e_r(y) /e_r(x)$ ۰/۲۶ است. با بررسی شکل ۱دیده می‌شود که مقدار شیب هر منحنی برازش که کمتر از یک پنجم است نمی‌خواهد از ۰/۰۱۵ تجاوزکند و بنابراین روش کمترین مربعات مناسب است. هر روش توصیف شده در پیوست الف یا پیوست ب مجاز است برای داده مورد استفاده قرار گیرد: همه آن‌ها داده‌های به دست می‌دهند که از خطای گرد کردن بدور باشد. با استفاده از برنامه رایانه‌ای چند جمله‌ای متعامد که بیشینه‌ای از ۵ داده مطابق با خروجی زیر را می‌دهد.

```
DEGREE   RESIDUAL STANDARD   PERCENTAGE
            DEVIATION .       SIGNIFICANCE
  0         .150309-02          100.00
  1         .126028-02           96.11
  2         .643462-03           99.96
  3         .641446-03           66.60
  4         .673798-03           36.77
  5         .727772-03            1.14
SUGGESTED DEGREE- 2

ENTER DEGREE (I2), OR -1 TO EXIT
>
```

یادآوری – برخی از اعداد خروجی‌های رایانه در" متون علمی"هستند؛ برای مثال اولین انحراف استاندارد باقی مانده که برابر است با "۰۲-۱۵۰۳۰۹"

به جای آزمون خواه ناخواه هر ضریب جدید به عنوان درجه مناسب افزایش می‌یابد به طور قابل توجهی از صفر تا ٪۹۵ سطح هم پوشانی متفاوت است همانطور که در ۵.۳ شرح داده شده است این برنامه سطح اطمینان درصدی که در آن ضریب از صفر متفاوت است را چاپ می‌کند.

در این مثال پیشرفت به دست آمده بین درجه ۱ و۲ بسیار مهم (٪۹۹/۹۶) است در حالی که در درجه بالاتر بهبود قابل توجهی وجود ندارد و به همین ترتیب درجه ۲ پیشنهادی مناسب‌تر است. ورود به درجه ۲ برای به دست آوردن جزئیات برازش را بدست می‌دهد.

```
> 2
 POLYNOMIAL COEFFICIENTS, LISTED IN INCREASING POWERS OF X-
   .97273964+000   -.11222161-001   .85781873-002
 COEFFICIENTS FOR SQUARE OF RANDOM UNCERTAINTY-
   .38979504-005   -.21527711-004   .45708054-004   -.40537128-004
   .12833299-004

         DATA              POLYNOMIAL    RESIDUAL      RANDOM
    X             Y             Y        Y - Y(POL)   UNCERTAINTY
   .22000       .97046       .97069     -.22595-03     .9862-03
   .30800       .97031       .97010      .21303-03     .7311-03
   .35500       .96945       .96984     -.38684-03     .6373-03
   .45000       .96989       .96943      .46325-03     .5465-03
   .56200       .96927       .96914      .12785-03     .5663-03
   .65700       .96841       .96907     -.65944-03     .6157-03
   .76800       .97042       .96918      .12394-02     .6529-03
   .88800       .96954       .96954      .13637-05     .6471-03
   .99800       .96911       .97008     -.97383-03     .6126-03
   1.1480       .97131       .97116      .14818-03     .6180-03
   1.2490       .97174       .97211     -.36514-03     .7473-03
   1.3850       .97407       .97365      .41816-03     .1134-02

 ENTER DEGREE (I2), OR -1 TO EXIT
>-1

   END OF EXECUTION
>
```

در مرحله چاپ در ادامه ضرایب چند جمله‌ای فهرست می‌شود و به همین ترتیب برای بیان منحنی وجود دارد.

$\hat{y}$=۰/۹۷۲۷۴-۰/۰۱۱۲۲x +۰/۰۰۸۵۷۸x^2

پنج "ضریب مجذور از عدم قطعیت تصادفی"ذکر شده در سطرهای پنجم و ششم چند جمله‌ای درجه چهارم فهرست شده است که نشان دهنده مجذور عدم قطعیت تصادفی به عنوان تابعی از X است. در نسخه چاپی و در شکل ۱ می‌توان مشاهده کرد که عدم قطعیت مابین ۰/۰۰۰۵۵ و ۰/۰۰۰۶۵ متفاوت است برای بیشتر گستره رسیدن به ۰/۰۰۱۱۶در نهایت اگر طیف وسیعی از اطلاعات کالیبراسیون گسترده‌تر از دامنه‌ای که در آن کالیبراسیون مورد نیاز باشد پس از آن افزایش تصادفی عدم قطعیت در افراط مهم نخواهد بود؛ برای مثال، آن را از چاپ خارجی که عدم قطعیت تصادفی مابین ۰/۰۰۰۷۵ تا طیف وسیعی از ارزش X از ۰/۳۰ تا ۱/۲۵ باشد می‌توان دید.

ت ۲ – مثال ۲: کالیبراسیون توربین[1] متر

در مثال قبلی انتخاب بهترین درجه برازش سر راست شد از زمانی که اهمیت ضرایب از ٪۹۹/۹۶ به مقداری خیلی کمتر از ٪۹۵ به طور ناگهانی کاهش یافت. هرچند موقعیت روشن نیست. جدول ۲ داده کالیبراسیون را برای توربین سنج فهرست می‌کند؛ X فرکانس (به هرتز) و y ضریب سنج (در پالس در هر متر مکعب) است.

هنگامی که برنامه رایانه‌ای چند جمله‌ای متعامد برای پردازش این داده‌ها استفاده شده است روند مقدماتی فرآیند برازش می‌دهد:

DEGREE	RESIDUAL STANDARD DEVIATION	PERCENTAGE SIGNIFICANCE
0	1.05171	100.00
1	.929832	98.58
2	.532487	100.00
3	.448948	99.30
4	.455227	50.25
5	.416441	95.13
6	.428974	11.37

SUGGESTED DEGREE- 5

درجه ۵ برازش فقط در ٪۹۵ از سطح هم پوشانی قابل توجه است و بنابراین همین درجه پیشنهاد می‌شود. اگر داده‌ها کمی متفاوت بودند پس درصد اهمیت ممکن است به خوبی کمتر از ٪۹۵ برای درجه ۵ و همچنین برای درجه ۳ پیشنهاد خواهد شد. در این موقعیت انتخاب درجه مطلوب خیلی سخت است. چند جمله‌ای درجه پنجم بهترین برازش را برای داده اطلاعات می‌دهد اما مشخص نیست که چنین چند جمله‌ای درجه بالایی تخمین بهتری به رابطه واقعی بین x و y ارائه خواهد داد.

در پایان انتخاب درجه یک موضوع قضاوت است. این ساده‌ترین روش قضاوت است اگر هر منحنی همراه با محدودیت‌های ضریب و نقاط اطلاعاتش رسم شده است. شکل ۲ و شکل۳ اثر برازش داده را با یک منحنی درجه ۳ ودرجه ۵ را به ترتیب نشان می‌دهد. از روی تجربه مشخص است که ضریب توربین سنج زیر نرخ شارش معین تمایل به کاهش نسبتا شدیدی دارد: در محدوده بالاتر روند سطحی است. منحنی درجه۳ این الگو را بهتر نشان می‌دهد و ساده تر است بنابراین انتخاب بهتری است.

ت۳ – مثال ۳: کالیبراسیون موقعیت شارش جریان

جدول سه، ۴۴ جفت داده از یک موقعیت شارش جریان را با مقادیر پایه‌ای و مقادیر تخلیه جریان سنج مربوط فهرست کرده است.

[1] -Turbine

برنامه رایانه‌ای در پیوست پ زمانی که داده‌ها در جدول ۳ تا حداکثر درجه ۵ نصب شده باشد خروجی زیر را می‌دهد:

ورود به درجه ۴ برای به دست آوردن جزئیات مناسب خروجی زیر را می‌دهد:

```
> 4
POLYNOMI
 .48004
 .60793
COEFFICI
 .89518
 .11933
 .25524
```

```
DEGREE   RESIDUAL STANDARD   PERCENTAGE
              DEVIATION       SIGNIFICANCE
   0           15107.8           100.00
   1           5927.44           100.00
   2           1539.71           100.00
   3           534.002           100.00
   4           503.890            98.04
   5           499.663            79.50
SUGGESTED DEGREE- 4

ENTER DEGREE (I2), OR -1 TO EXIT
>
```

DATA X	DATA Y	POLYNOMIAL Y	RESIDUAL Y - Y(POL)	RANDOM UNC OF Y(POL)
4.9200	1390.0	1361.5	28.502	481.8
4.9500	1450.0	1386.6	63.402	459.1
5.0500	1500.0	1472.2	27.774	392.1
5.1500	1600.0	1560.9	39.132	338.6
5.2100	1650.0	1615.5	34.496	313.1
5.3000	1750.0	1699.5	50.491	284.2
5.4700	1820.0	1865.0	-44.990	256.9
5.5000	1890.0	1895.1	-5.1311	255.1
5.5800	2000.0	1976.9	23.091	253.8
5.6100	2010.0	2008.1	1.8932	254.3
5.7300	2100.0	2135.9	-35.856	259.8
5.8100	2160.0	2223.7	-63.710	265.2
5.9000	2270.0	2325.2	-55.194	271.6
6.1000	2500.0	2561.2	-61.201	283.2
6.2500	2750.0	2748.3	1.7459	287.6
6.5000	2950.0	3080.8	-130.84	286.2
6.7000	3300.0	3367.4	-67.434	278.5
6.9000	3410.0	3674.3	-264.25	267.5
7.1000	3800.0	4003.4	-203.35	255.8
7.2000	3810.0	4177.0	-366.97	250.6
7.3000	4800.0	4357.0	442.95	246.3
7.5000	4500.0	4737.9	-237.86	241.3
7.6000	5100.0	4939.3	160.70	241.0
7.7000	5300.0	5148.6	151.43	242.3
7.8000	5220.0	5366.1	-146.06	245.1
7.9000	5400.0	5592.2	-192.17	249.4
7.9000	6100.0	5592.2	507.83	249.4
8.0000	6500.0	5827.3	672.69	254.8
8.1000	6100.0	6071.9	28.104	261.2
8.4000	6900.0	6866.9	33.126	284.3
8.6000	7350.0	7452.6	-102.60	300.4
9.0000	8900.0	8776.2	123.79	328.8
9.5000	10100.	10762.	-662.29	351.0
9.6000	12200.	11210.	990.24	353.8
10.100	14000.	13735.	265.28	363.9
10.500	14600.	16143.	-1542.6	375.4
11.400	22500.	23096.	-596.44	435.5
11.900	28700.	28061.	639.21	468.2
12.100	31500.	30302.	1198.1	473.1
12.600	36000.	36614.	-614.14	452.3
13.200	45000.	45682.	-681.72	410.1
13.500	52000.	50898.	1101.9	483.3
13.500	51000.	50898.	101.88	483.3
13.800	56000.	56613.	-612.90	694.9

```
 ENTER DEGREE (I2), OR -1 TO EXIT
>-1

  END OF EXECUTION
>
```

یادآوری– تعداد صفرها دقت داده ها از آزمون را منعکس نمی‌کند.

عبارت برای منحنی به صورت زیر است:

$\hat{y}$=۴۸۰۰−۳۷۴۲x +۱۰۷۳/۰ x^2−۱۲۲/۲۸ x^3+۶/۰۷۹ X^4

منحنی برازش همراه با محدودیت‌های عدم قطعیت تصادفی در ٪ ۹۵ سطح هم پوشانی که در شکل ۴ نشان داده شده است.

یادآوری- عمل رسم عادی نیاز به متغیرهای وابسته در محور عمودی دارد اما تولید نمودار صفحه‌ای در هیدرولوژی مطابق شکل ۴ عملی عادی است.

جدول ۱- اطلاعات کالیبراسیون برای دبی سنج فشاری تفاضلی

عدد رینولدز($x10^{-6}$)	ضریب تخلیه
۰٫۲۲۰	۰٫۹۷۰۴۶
۰٫۳۰۸	۰٫۹۷۰۳۱
۰٫۳۵۵	۰٫۹۶۹۴۵
۰٫۴۵۰	۰٫۹۶۹۸۹
۰٫۵۶۲	۰٫۹۶۹۲۷
۰٫۶۵۷	۰٫۹۶۸۴۱
۰٫۷۶۸	۰٫۹۷۰۴۲
۰٫۸۸۸	۰٫۹۶۹۵۴
۰٫۹۹۸	۰٫۹۶۹۱۱
۱٫۱۴۸	۰٫۹۷۱۳۱
۱٫۲۴۹	۰٫۹۷۱۷۴
۱٫۳۸۵	۰٫۹۷۴۰۷

جدول۲- داده‌های کالیبراسیون برای توربین متر

فرکانس Hz	ضریب سنج $Pulse/m^3$
۲۸٫۲۴	۵۷۳٫۷۶
۳۲٫۱۲	۵۷۴٫۷۱
۳۵٫۵۸	۵۷۵٫۱۴
۴۰٫۱۶	۵۷۴٫۸۴
۴۳٫۴۸	۵۷۵٫۷۴
۴۸٫۸۲	۵۷۶٫۲۰
۵۲٫۰۶	۵۷۶٫۵۰
۵۴٫۳۶	۵۷۶٫۴۴
۵۴٫۸۶	۵۷۵٫۶۱
۵۶٫۴۸	۵۷۶٫۴۰
۵۸٫۱۸	۵۷۵٫۵۴
۵۸٫۳۸	۵۷۶٫۶۷
۶۰٫۹۲	۵۷۵٫۹۴
۶۴٫۷۲	۵۷۵٫۴۱
۶۷٫۷۴	۵۷۵٫۰۱
۷۱٫۷۲	۵۷۴٫۵۱
۷۶٫۵۲	۵۷۴٫۸۸
۸۲٫۶۴	۵۷۴٫۴۲
۸۳٫۰۶	۵۷۴٫۰۵
۸۸٫۴۰	۵۷۴٫۸۸
۹۱٫۹۴	۵۷۳٫۶۹
۹۶٫۹۰	۵۷۳٫۲۵
۹۹٫۵۸	۵۷۳٫۰۷

جدول۳- داده‌های کالیبراسیون برای موقعیت شارش روانه[1]

مرحله m	تخلیه $M^{3/s}$
۴٫۹۲	۱۳۹۰
۴٫۹۵	۱۴۵۰
۵٫۰۵	۱۵۰۰
۵٫۱۵	۱۶۰۰
۵٫۲۱	۱۶۵۰
۵٫۳۰	۱۷۵۰
۵٫۴۷	۱۸۲۰
۵٫۵۰	۱۸۹۰
۵/۵۸	۲۰۰۰
۵٫۶۱	۲۰۱۰
۵٫۷۳	۲۱۰۰
۵٫۸۱	۲۱۶۰
۵٫۹۰	۲۲۷۰
۶٫۱۰	۲۵۰۰
۶٫۲۵	۲۷۵۰
۶٫۵۰	۲۹۵۰
۶٫۷۰	۳۳۰۰
۶٫۹۰	۳۴۱۰
۷٫۱۰	۳۸۰۰
۷٫۲۰	۳۸۱۰
۷٫۳۰	۴۸۰۰
۷٫۵۰	۴۵۰۰
۷٫۶۰	۵۱۰۰
۷٫۷۰	۵۳۰۰
۷٫۸۰	۵۲۲۰
۷٫۹۰	۵۴۰۰
۷٫۹۰	۶۱۰۰
۸٫۰۰	۶۵۰۰
۸٫۱۰	۶۱۰۰
۸٫۴۰	۶۹۰۰
۸٫۶۰	۷۳۵۰
۹٫۰۰	۸۹۰۰
۹٫۵۰	۱۰۱۰۰

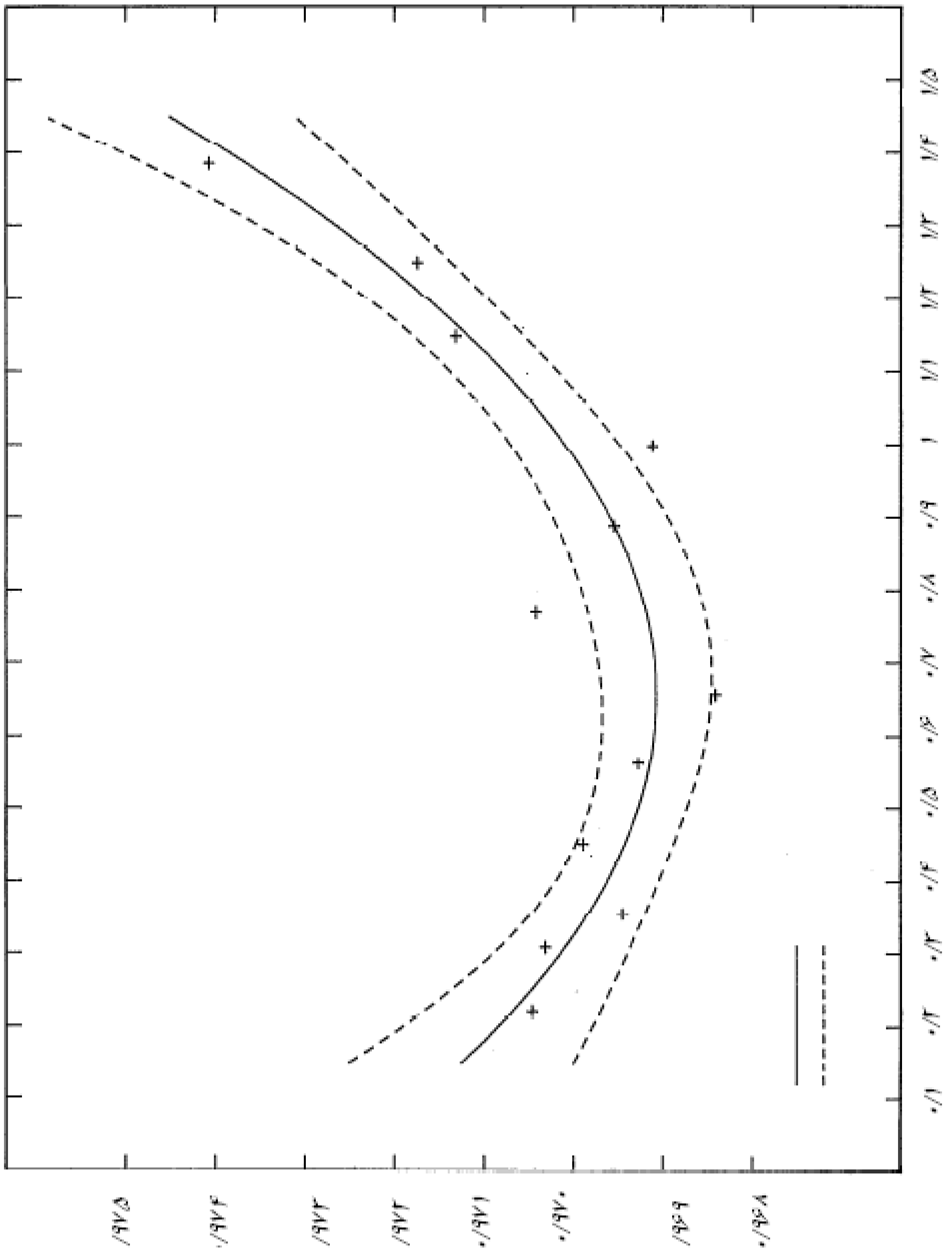
[1] -Stream

ادامه جدول۳- داده‌های کالیبراسیون برای موقعیت شارش روانه[1]

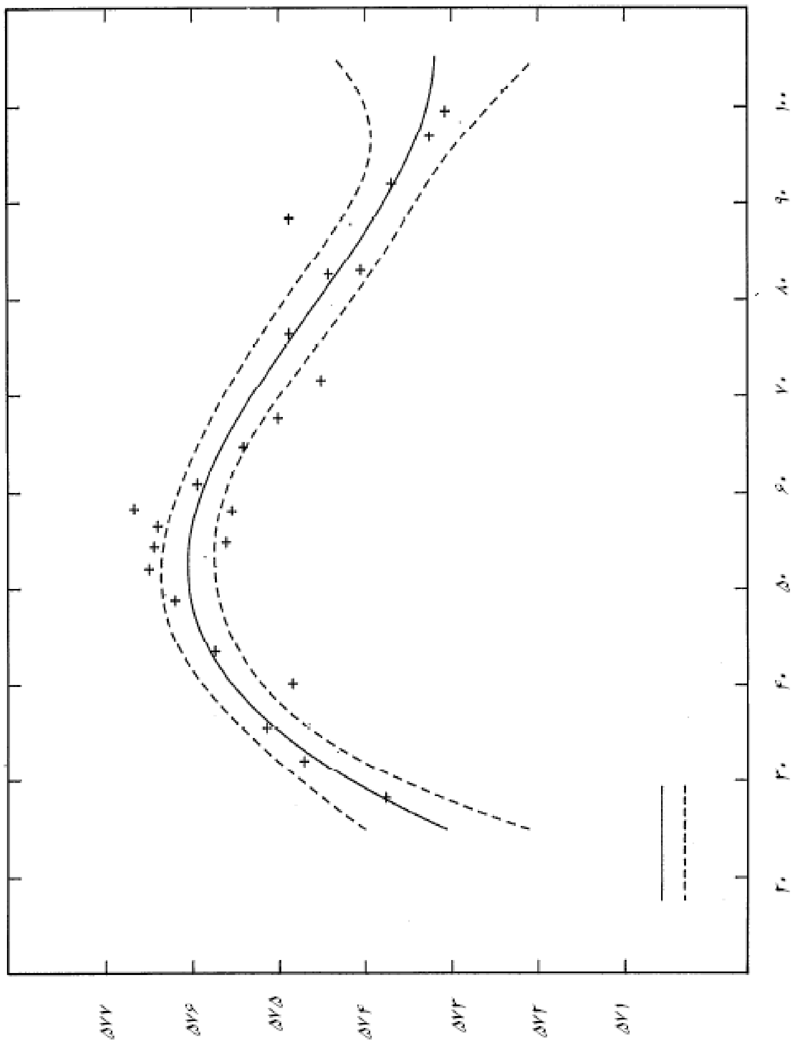
تخلیه $M^{3/s}$	مرحله m
۱۲۲۰۰	۹٫۶۰
۱۴۰۰۰	۱۰٫۱۰
۱۴۶۰۰	۱۰٫۵۰
۲۲۵۰۰	۱۱٫۴۰
۲۸۷۰۰	۱۱٫۹۰
۳۱۵۰۰	۱۲٫۱۰
۳۶۰۰۰	۱۲٫۶۰
۴۵۰۰۰	۱۳٫۲۰
۵۲۰۰۰	۱۳٫۵۰
۵۱۰۰۰	۱۳٫۵۰
۵۶۰۰۰	۱۳٫۸۰

[1] -Stream

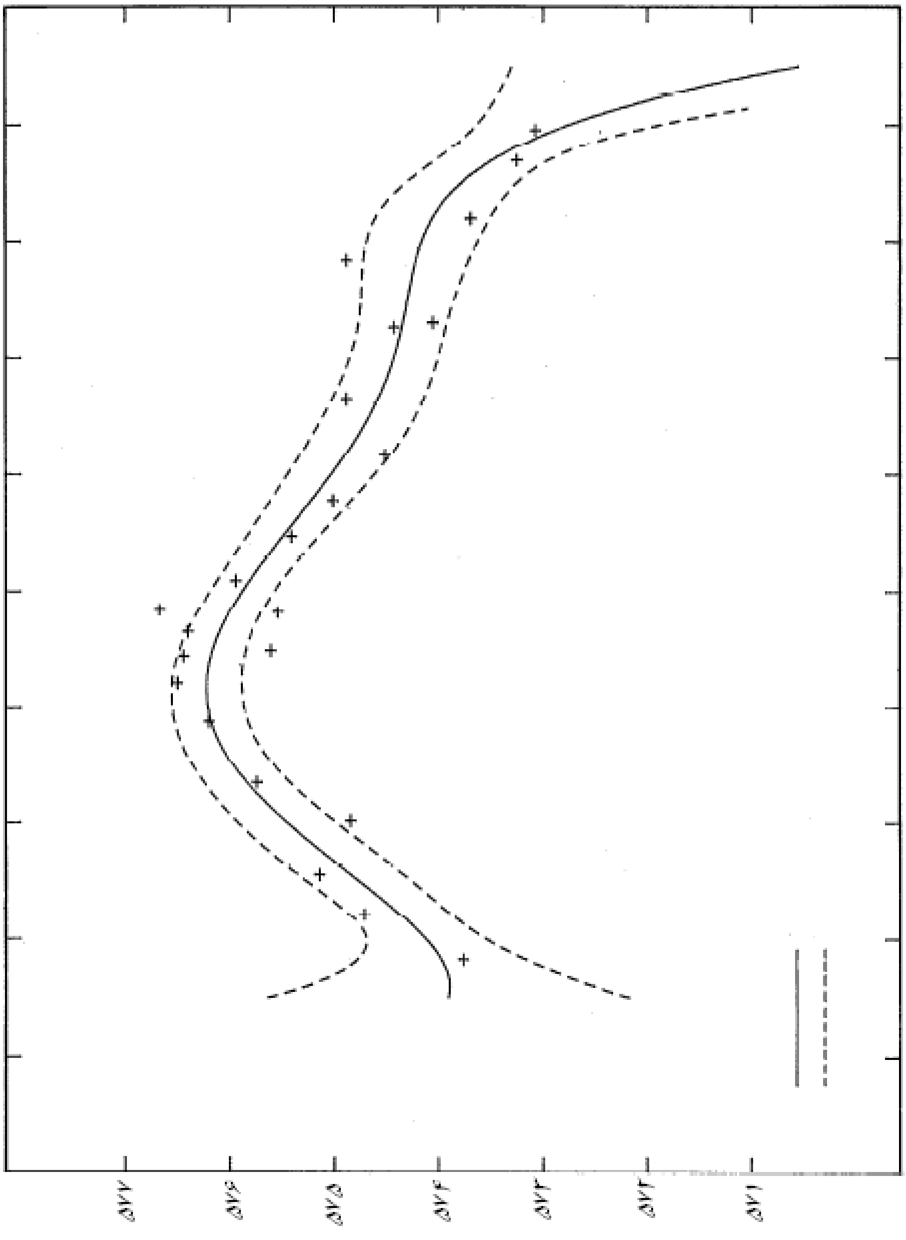
شکل۱- داده‌های کالیبراسیون برازش شده با بکارگیری چند جمله‌ای درجه ۲



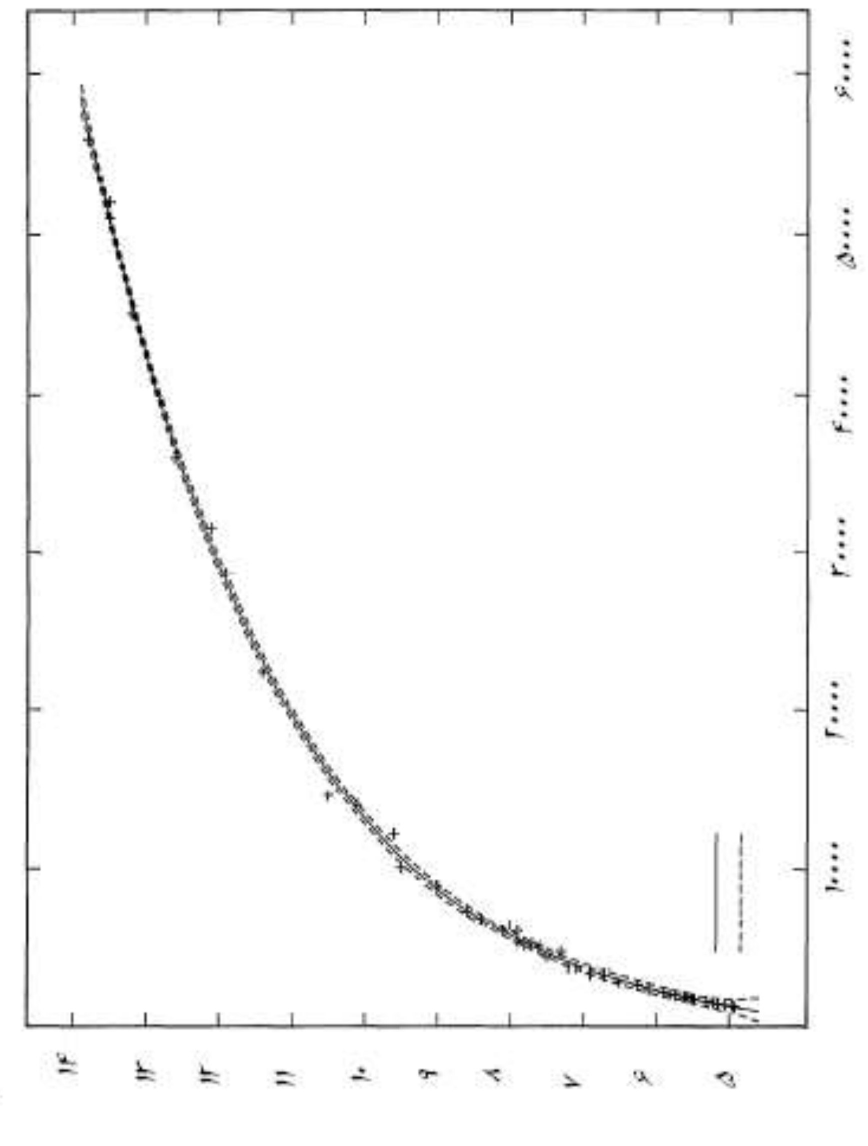
شکل۲- داده‌های کالیبراسیون برازش شده با بکارگیری چند جمله‌ای درجه ۳



شکل ۳- داده‌های کالیبراسیون برازش شده با بکارگیری چند جمله‌ای درجه ۵



شکل ۴-مرحله- منحنی تخلیه نصب شده بااستفاده از چند جمله‌ای درجه ۴



پیوست ث

روش تفاضل- متناهی

(این پیوست یک بخش کامل از استاندارد را شامل نمی‌شود.)

زمانی‌که رایانه‌ای در دسترس نیست و مقادیر x بطور یکنواخت فاصله دارند یک جدول تفاضل-محدود مجاز است برای فراهم کردن یک نشانه سریع استفاده شود که چه درجه‌ای از برازش مجاز است برای نشان دادن داده‌ها مناسب باشد.ضرایب یک چند جمله‌ای به نمایندگی از داده مجاز است محاسبه شود اگر چه این چند جمله‌ای کمترین مربعات نخواهد بود. محاسبه عدم قطعیت با استفاده از این روش فراتر از دامنه این بخش از استاندارد است.

جدول تفاضل – محدود مطابق مثال زیر ساخته شده است. تفاوتهای اول دوم و سوم $\Delta_i^{(1)}$ و $\Delta_i^{(2)}$ و $\Delta_i^{(3)}$ برای یک سری از مقادیر $(x_i,y_i)n$ داده شده است با

$$\text{for} \quad i=1 \quad \text{to} \quad n-1 \quad \Delta_i^{(1)} = y_{i+1} - y_i$$

$$\text{for} \quad i=1 \quad \text{to} \quad n-2 \quad \Delta_i^{(2)} = \Delta_{i+1}^{(1)} - \Delta_i^{(1)}$$

$$\text{for} \quad i=1 \quad \text{to} \quad n-3 \quad \Delta_i^{(3)} = \Delta_{i+1}^{(2)} - \Delta_i^{(2)}$$

مقادیر به دست آمده در جدول شماره ۴ ارائه شده است.

مقدار میانگین ریاضی برای هر ستون از اشکال

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{\Delta}^{(1)},, \bar{\Delta}^{(2)} and, \bar{\Delta}^{(3)})$$

جدول شماره۴- جدول تفاضلی-متناهی

X	Y	$\Delta^{(1)}$	$\Delta^{(2)}$	$\Delta^{(3)}$
۰/۰۶	۳۶۲۲	۴۰		
۰/۰۷	۳۶۶۲	۲۵	-۱۵	۲۹
۰/۰۸	۳۶۸۷	۳۹	۱۴	-۲۸
۰/۰۹	۳۷۲۶	۲۵	-۱۴	۴
۰/۱۰	۳۷۵۱	۱۵	-۱۰	۲۰
۰/۱۱	۳۷۶۶	۲۵	۱۰	-۲۵
۰/۱۲	۳۷۹۱	۱۰	-۱۵	۱۸
۰/۱۳	۳۸۰۱	۱۳	۳	-۱۹
۰/۱۴	۳۸۱۴	-۳	-۱۶	۲۳
۰/۱۵	۳۸۱۱	۴	۷	-۱۶
۰/۱۶	۳۸۱۵	-۵	-۹	۸
۰/۱۷	۳۸۱۰	-۶	-۱	-۴
۰/۱۸	۳۸۰۴	-۱۱	-۵	۴
۰/۱۹	۳۷۹۳	-۱۲	-۱	-۱۰
۰/۲۰	۳۷۸۱	-۲۳	-۱۱	۷
۰/۲۱	۳۷۵۸	-۲۷	-۴	۶
۰/۲۲	۳۷۳۱	-۲۵	۲	
۰/۲۳	۳۷۰۶			
$\bar{x}$ =۰/۱۴۵	$\bar{y}$ =۳۷۵۷/۱۷	$\Delta^{(1)}$ =۴/۹۴۱۲	$\Delta^{(2)}$ = -۴/۰۶۲۵	$\Delta^{(3)}$ =۱/۱۳۳۳

در جدول ۴ ستون $\Delta^{(1)}$ یک روند روشن از مثبت به منفی را نشان می‌دهد. در ستون $\Delta^{(2)}$اگر چه نوسانات قابل توجهی وجود دارد میانگین هر سه یا چهار مقادیر متوالی بندرت خیلی متفاوت از مقدار متوسط برای ستون ۴٫۰۶۲۵ - است. در ستون $\Delta^{(3)}$ نوسانات بزرگتر است ولی اعداد منفی و مثبت به طور کلی متعادلند و روند روشنی دوراز صفر قابل تشخیص نیست. در این مورد برای اینکه تفاضلات سوم درباره مقدار نزدیک به صفردارای نوسان هستند یک چند جمله‌ای درجه ۲ مناسب است.

ضرایب چند جمله‌ای درجه ۲ را می‌توان محاسبه کرد از:

$$b_0 = C_{00}\sum y_i + C_{01}\sum (x_{1i}y_i) + C_{02}\sum (x_{2i}y_i)$$

$$b_0 = \frac{\bar{\Delta}^{(1)}}{d_x} - \frac{\bar{\Delta}^{(1)}\bar{x}}{d_x^2}$$

$$b_2 = \frac{\bar{\Delta}^{(2)}}{2d_x^2}$$

که در آن d_x تفاضل بین مقادیر x متوالی است.

پس چند جمله‌ای عبارت است از:

$$\hat{y} = 3\,313\,,12 + 6\,384{,}74x - 20\,312{,}5\,x^2$$

برای مقایسه کمترین مربعات چند جمله‌ای با همان مجموعه از داده‌ها عبارت است از

$$\hat{y} = 3\,306\,,97 + 6\,484{,}63x - 20\,663{,}7\,x^2$$

در این حالت از داده برای تفاضل دوم به طور تصادفی در مورد صفر در نوسان است از یک عبارت خطی مجاز است استفاده شود، پس ضرایب

$$b_0 = \bar{y} - \frac{\bar{\Delta}^{(1)}\bar{x}}{d_x}$$

$$b = \frac{\bar{\Delta}^{(1)}}{d_x}$$

روش تفاضل محدود با داده‌ای بهتر کار می‌کند که پراکندگی تصادفی نسبتا کوچکتری دارد.