INSO
19706-4
1st.Edition
2015

جمهوری اسلامی ایران
Islamic Republic of Iran
سازمان ملی استاندارد ایران
Iranian National Standardization Organization

استاندارد ملی ایران
۱۹۷۰۶-۴
چاپ اول
۱۳۹۳

عدم قطعیت اندازه گیری

قسمت ۴ :

نقش عدم قطعیت اندازه گیری در ارزیابی انطباق

Uncertainty of measurement — Part 4: Role of measurement uncertainty in conformity assessment

ICS: 17.020

به نام خدا

آشنایی با سازمان ملی استاندارد ایران

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک مادهٔ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

نام موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب یکصد و پنجاه و دومین جلسه شورای عالی اداری مورخ ۹۰/۶/۲۹ به سازمان ملی استاندارد ایران تغییر و طی نامه شماره ۲۰۶/۳۵۸۳۸ مورخ ۹۰/۷/۲۴ جهت اجرا ابلاغ شده است .

تدوین استاندارد در حوزه های مختلف در کمیسیون های فنی مرکب از کارشناسان سازمان ، صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می شود وکوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانهٔ صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و وارد کنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان های دولتی و غیر دولتی حاصل می شود . پیش نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی نفع و اعضای کمیسیون های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیتهٔ ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می شود.

پیش نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان های علاقه مند و ذی صلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می کنند درکمیتهٔ ملی طرح و بررسی و درصورت تصویب ، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می شود . بدین ترتیب ، استانداردهایی ملی تلقی می شوند که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ تدوین و در کمیتهٔ ملی استاندارد مربوط که سازمان ملی استاندارد ایران تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

سازمان ملی استاندارد ایران از اعضای اصلی سازمان بین المللی استاندارد (ISO)[1] ،کمیسیون بین المللی الکتروتکنیک (IEC)[2] و سازمان بین المللی اندازه شناسی قانونی (OIML)[3] است و به عنوان تنها رابط[4] کمیسیون کدکس غذایی (CAC)[5]در کشور فعالیت می کند . در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی های خاص کشور ، از آخرین پیشرفت‌های علمی ، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود .

سازمان ملی استاندارد ایران می‌تواند با رعایت موازین پیش بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/ یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. سازمان می‌تواند به منظور حفظ بازارهای بین المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه-بندی آن را اجباری نماید. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده کنندگان از خدمات سازمان ها و مؤسسات فعال در زمینهٔ مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدور گواهی سیستم های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست‌محیطی، آزمایشگا ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، سازمان ملی استاندارد ایران این گونه سازمان‌ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامهٔ تأیید صلاحیت به آن‌ها اعطا و بر عملکرد آن‌ها نظارت می‌کند. ترویج دستگاه بین‌المللی یکاها، کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این سازمان است .

1- International Organization for Standardization
2 - International Electrotechnical Commission
3- International Organization of Legal Metrology (Organisation Internationale de Metrologie Legale)
4 - Contact point
5 - Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد

« عدم قطعیت اندازه گیری – قسمت ۴ : نقش عدم قطعیت اندازه گیری در ارزیابی انطباق »

رئیس:	**سمت و/ یا نمایندگی**
محمدی لیوار، احد (فوق لیسانس فیزیک)	معاون مرکز اندازه شناسی سازمان ملی استاندارد ایران
دبیر :	
کعبی، مریم (لیسانس فیزیک)	مدیر آزمایشگاه کالیبراسیون پایش ابزار برتر
اعضاء: (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	
اسماعیلی شاندیز، احمد (لیسانس کشاورزی)	کارشناس استاندارد
تبریزی، سودابه (فوق لیسانس مدیریت صنعتی)	مدیر عامل شرکت پویندگان دنیای کیفیت
زارع زاده، مجید (فوق لیسانس فیزیک)	معاون پشتیبانی و نیروی انسانی اداره کل استاندارد هرمزگان
قلاسی مود، فرحناز (فوق لیسانس تغذیه)	معاون استاندارد سازی و آموزش اداره کل استاندارد خراسان رضوی
صرافان، سپیده (فوق لیسانس مهندسی صنایع)	ریاست هیأت مدیره پویندگان دنیای کیفیت
کلالی، فرخ السادات (لیسانس شیمی)	عضو هیأت مدیره کاوشگران بهره وری توس
مدیریان ، مسعود (لیسانس مهندسی متالوژی)	معیار سازه برتر
معین، کوروش (لیسانس مهندسی الکترونیک)	فرآدید سنجش ایلیا

مهدی زاده صفار، حمید (فوق لیسانس فیزیک)	سازمان انرژی اتمی
مهدی زاده صفار، سعید (لیسانس مهندسی شیمی)	مدیر عامل شرکت پایش ابزار برتر
هادوی، محمدحسین (فوق لیسانس مدیریت اجرایی)	کارشناس رسمی استاندارد
ناصری مود، علی رضا (فوق لیسانس مهندسی برق)	رییس هیأت مدیره آرکا گستر قرون

فهرست مندرجات

عنوان	صفحه
آشنایی با سازمان ملی استاندارد	ب
کمیسیون فنی تدوین استاندارد	ج
پیش گفتار	و
مقدمه	ز
۱ هدف و دامنه کاربرد	۱
۲ مراجع الزامی	۲
۳ اصطلاحات و تعاریف	۲
۴ قرار ها و نشان گذاری ها	۱۴
۵ حدهای رواداری و بازه‌های رواداری	۱۶
۶ اطلاعات اندازه ده	۱۹
۷ احتمال انطباق با الزامات معین	۲۳
۸ بازه های پذیرش	۳۴
۹ ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده	۴۱
پیوست الف	۵۹
پیوست ب	۶۷
پیوست پ	۷۵

پیش گفتار

استاندارد "عدم قطعیت اندازه‌گیری– قسمت چهارم: نقش عدم قطعیت اندازه‌گیری در ارزیابی انطباق" که پیش‌نویس آن در کمیسیون‌های مربوط توسط سازمان ملی استاندارد ایران تهیه و تدوین شده و در دویست و چهل و هشتمین اجلاس کمیته ملی استاندارد اندازه‌شناسی، اوزان و مقیاس‌ها مورخ ۹۳/۱۲/۱۰ مورد تصویب قرار گرفته است، اینک به استناد بند یک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود.

برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت‌های ملی و جهانی در زمینه صنایع، علوم و خدمات، استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدید نظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدید نظر در کمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدید نظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و ماخذی که برای تهیه این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

ISO/IEC GUIDE 98-4:2012, Uncertainty of measurement-Part4: Role of measurement uncertainty in conformity assessment

مقدمه

ارزیابی انطباق، در تعریف گسترده (به بند ۳-۳-۱ مراجعه کنید)، هرگونه فعالیتی است که به طور مستقیم یا غیر مستقیم، برای تعیین این که آیا یک محصول، فرآیند، سیستم، شخص یا نهاد، مطابق با استانداردهای مربوط می‌باشد و الزامات مشخص شده[1] را برآورده می‌سازد (به بند۳-۳-۳ مراجعه کنید)، انجام می‌شود.

ISO/IEC 17000 :2004 تعاریف و اصطلاحات کلی در رابطه با ارزیابی انطباق شامل تایید صلاحیت نهادهای ارزیابی انطباق و کاربرد ارزیابی انطباق در آسان‌سازی تجارت ارائه می‌دهد.

دریک نوع خاص از ارزیابی انطباق، که گاهی اوقات بازرسی[2] نامیده می‌شود(به بند ۳-۳-۲ مراجعه کنید)، تعیین این که یک فرآورده یک الزام مشخص شده را برآورده می‌کند، بر اندازه‌گیری به عنوان منبع اصلی اطلاعات متکی است.

ISO 10576-1:2003 [۲۲] رهنمودهایی برای بررسی انطباق با حدهای معین در موردی که یک کمیت (به بند ۳-۲-۱ مراجعه کنید) اندازه‌گیری می‌شود و یک بازه پوشش[3] نتیجه شده (به بند ۳-۲-۷ مراجعه کنید)(که در ISO 10576-1:2003 " بازه عدم قطعیت"[4] نامیده شده است) با یک بازه رواداری[5] مقایسه می‌شود، تنظیم کرده است (به بند ۳-۳-۵ مراجعه کنید). این استاندارد این روش را برای در برداشتن توجه صریح به ریسک‌های توسعه می‌دهد و روش‌های اجرایی کلی برای تصمیم‌گیری انطباق بر پایه نتایج اندازه-گیری (به بند ۳-۲-۵ مراجعه کنید) با شناخت نقش مرکزی توزیع‌های احتمال (به بند ۳-۱-۱ مراجعه کنید)، به عنوان بیان‌هایی از عدم قطعیت و اطلاعات ناقص ایجاد می‌کند.

ارزیابی عدم قطعیت اندازه‌گیری یک مسئله فنی است که راه حل آن توسط کمیته مشترک رهنمودهایی در اندازه‌شناسی100;2008 JCGM[6] ، راهنمای بیان عدم قطعیت در اندازه‌گیری (GUM[7]) و مکمل‌های آن، JCGM 101:2008 ، JCGM 102:2011 و JCGM 103 [۳]عنوان شده است. این استاندارد چنین فرض می‌کند که یک کمیت مورد نظر، اندازه ده (به بند ۳-۲-۴ مراجعه کنید)، با نتیجه اندازه‌گیری بیان شده در یک شیوه سازگار با اصول شرح داده شده در GUM اندازه‌گیری شده است. در حالت خاص، این گونه فرض می‌شود که تصحیح‌ها برای در نظر گرفتن همه اثرات سیتماتیک بخوبی شناخته شده، اعمال شده است.

1 -Specified requirements
2 -Inspection
3 -Coverage interval
4 -Uncertainty interval
5 -Tolerance interval
6 -Joint Committee for Guides in Metrology
7 -Guide to the expression of uncertainery in measurement

در ارزیابی انطباق، یک نتیجه اندازه‌گیری برای تصمیم‌گیری در مورد این که یک آیتم مورد نظر با یک الزام معین مطابقت دارد به کار می‌رود. آیتم ممکن است، برای مثال، یک بلوک سنجه یا ولت‌متر دیجیتال که مطابق با ISO/IEC 17025:2005 [۲۳]کالیبره یا مطابق با ISO 3650 [۲۴]توصیف شده یا یک نمونه پسآب صنعتی باشد. نوعا الزام به شکل یک یا دو حد رواداری[1] (به بند ۳-۳-۴ مراجعه کنید) در می‌آید که یک بازه مقادیر مجاز، که بازه رواداری[2] (به بند ۳-۳-۵ مراجعه کنید) نامیده می‌شود، از یک خاصیت قابل اندازه‌گیری آیتم را تعریف می‌کند. مثال‌هایی از چنین خاصیت‌هایی شامل طول یک بلوک سنجه، خطای نشان‌دهی یک ولت‌متر و غلظت جرمی جیوه در یک نمونه پسآب می‌باشد. اگر مقدار واقعی خاصیت درون بازه رواداری قرار بگیرد گفته می‌شود منطبق است و در غیر این صورت نا منطبق می‌باشد.

یادآوری- واژه "بازه رواداری" که در ارزیابی انطباق استفاده می‌شود نسبت به همین واژه در آمار، معنی متفاوتی دارد.

به طور کلی، این که آیا یک آیتم منطبق است یا نه، به تعداد خاصیت‌های اندازه‌گیری شده بستگی دارد و ممکن است تعداد یک یا بیشتر بازه رواداری مرتبط با هر خاصیت وجود داشته باشد.

همچنین ممکن است با توجه به نتیجه اندازه گیری، تعدادی تصمیم احتمالی مربوط به هر خاصیت وجود داشته باشد. برای مثال در صورت اندازه‌گیری یک کمیت خاص ممکن است چنین تصمیماتی گرفته شود (الف) آیتم پذیرفته شود، (ب) آیتم مردود شود، (ج) اندازه‌گیری دیگری انجام شود و به همین ترتیب. این استاندارد با آیتم‌هایی سروکار دارد که دارای یک خاصیت عددی تک مقدار با الزامی که با یک یا دو حد رواداری ارائه می‌شود و یک نتیجه دو تایی که در آن تنها دو حالت احتمالی منطبق یا غیر منطبق از آیتم وجود دارد و دو تصمیم مرتبط احتمالی پذیرش یا عدم پذیرش، باشند. مفاهیم ارائه شده می‌توانند برای مسائل تصمیم‌گیری کلی‌تری توسعه داده شوند.

در ارزیابی داده‌های اندازه‌گیری، بطور کلی اطلاعات مقادیر احتمالی اندازه ده به رمز شده‌اند و توسط یک تابع چگالی احتمال[3] (به بند ۳-۱-۳ مراجعه کنید) یا یک تقریب عددی از چنین تابعی منتقل شده است. چنین اطلاعاتی اغلب با ارائه بهترین برآورد (که بصورت مقدار کمیت اندازه‌گیری[4] شده داده می‌شود(به بند ۳-۲-۶ مراجعه کنید)) همراه با یک عدم قطعیت اندازه‌گیری مرتبط با یک بازه پوشش که مقدار اندازه ده را با یک احتمال پوشش[5] بیان شده (به بند ۳-۲-۸ مراجعه کنید) در بردارد، خلاصه می‌شود. بنابراین یک

1-Tolerance limits
2- Tolerance interval
3 -Probability density function
4 -Measured quantity value
5 -Coverage probability

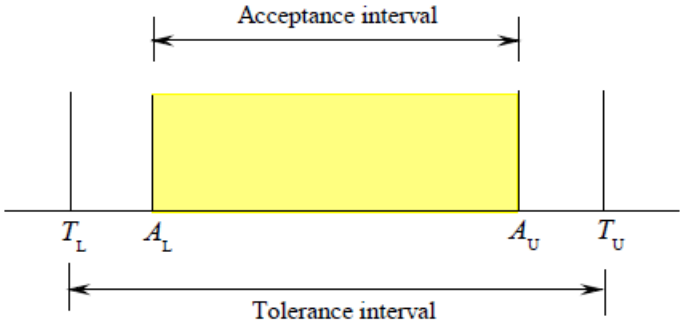
ارزیابی انطباق با الزامات معین یک امر احتمالی بر پایه اطلاعات موجود پس از انجام یک اندازه‌گیری می-باشد.

در یک اندازه‌گیری نوعی، خود اندازه ده مورد نظرقابل مشاهده نیست. برای مثال طول یک بلاک‌سنجه استیل بطور مستقیم قابل مشاهده نیست ولی یک نفر می‌تواند نشاندهی یک میکرومتر را زمانی که فک‌های آن در تماس با دو انتهای بلاک است، مشاهده کند. این نشاندهی، اطلاعاتی درباره طول بلاک سنجه از طریق یک مدل اندازه‌گیری که شامل اثرات کمیت‌های موثری مانند انبساط گرمایی و کالیبراسیون میکرومتر می‌باشد، نقل می‌کند. در ارزیابی انطباق، تصمیم رد یا پذیرش بر پایه داده‌های قابل مشاهده (برای مثال مقادیر کمیت اندازه گیری شده) است که ما را به سمت یک استنباط با در نظر گرفتن مقادیر احتمالی اندازه ده غیر قابل مشاهده راهبری میکند.[۳۷]

به دلیل وجود عدم قطعیت در اندازه‌گیری، همیشه ریسک تصمیم‌گیری اشتباه درباره این که آیا یک آیتم بر پایه مقدار اندازه ده خاصیت آن با یک الزام مشخص شده منطبق است یا نه، وجود دارد. چنین تصمیم‌های نادرستی بر دو نوع هستند: آیتمی که به عنوان منطبق پذیرفته شده، در واقع می‌تواند نامنطبق باشد و آیتمی که به عنوان نامنطبق رد شده است، در واقع می‌تواند منطبق باشد.

با تعریف یک بازه پذیرش[1](به بند ۳-۳-۹ مراجعه کنید) از مقادیر اندازه‌گیری شده مجاز یک اندازه ده، می-توان ریسک‌های تصمیمات نادرست پذیرش یا عدم پذیرش مرتبط با عدم قطعیت اندازه‌گیری را متعادل کرد. در نتیجه هزینه‌های مرتبط با چنین تصمیمات نادرستی به حداقل می‌رسد. این استاندارد مسئله فنی محاسبه احتمال انطباق[2] (به بند ۳-۳-۷ مراجعه کنید) و احتمالات دو نوع تصمیمات نادرست، تابع چگالی احتمال داده شده (PDF) برای اندازه ده، حدود رواداری و حدود بازه پذیرش را عنوان می‌کند.

یک بازه پذیرش خاص و ارتباط آن با بازه رواداری مربوطه در شکل یک نشان داده شده است.



1- Acceptance interval
2 -Conformance probability

شکل ۱- ارزیابی انطباق دوتایی که در آن تصمیمات بر اساس مقادیر کمیت اندازه‌گیری شده گرفته می‌شوند. مقدار واقعی یک خاصیت قابل اندازه‌گیری (اندازه ده) یک آیتم تعیین شده است که در بازه رواداری تعریف شده با دو حد (T_L,T_U) قرار می‌گیرد. اگر مقدار اندازه‌گیری شده خاصیت در بازه‌ای که با حدهای پذیرش (به بند ۳-۳-۸ مراجعه کنید) (A_L,A_U) تعریف شده است قرار گیرد، آیتم به عنوان منطبق پذیرفته می‌شود و در غیر این صورت، به عنوان نامنطبق مردود می شود .

انتخاب حدود رواداری و حدود پذیرش تصمیمات حرفه‌ای و زیرکانه‌ای هستند که به نتایج مرتبط با انحراف از کیفیت مورد نظر فرآورده بستگی دارد. برداشت کلی از طبیعت چنین تصمیماتی فراتر از دامنه این استاندارد می‌باشد؛ برای مثال، به مراجع [۱۴،۱۵،۳۴،۳۵،۳۶،۴۴] مراجعه کنید.

عدم قطعیت اندازه‌گیری– قسمت چهارم : نقش عدم قطعیت اندازه‌گیری در ارزیابی انطباق

۱ هدف و دامنه کاربرد

هدف از تدوین این استاندارد ارائه رهنمودها و روش‌های اجرایی برای ارزیابی انطباق یک (وجود، شیء یا سیستم) با الزامات مشخص شده می‌باشد. آیتم ممکن است، برای مثال، یک بلوک سنجه، یک ترازوی بقالی یا یک نمونه خون باشد. روش‌های اجرایی در مواردی که شرایط زیر وجود داشته باشند، اعمال می‌شوند:

- آیتم با یک کمیت عددی تک مقدار (به بند ۳-۲-۱ مراجعه کنید) (یک خاصیت قابل اندازه گیری) مشخص شود که با جزییات کافی جهت نمایش معقول با یک مقدار واقعی منحصر به فرد تعریف شده باشد؛

یادآوری۱- GUM توضیحی برای عدم کاربرد کلمه "واقعی" ارائه می‌دهد ولی این کلمه در این استاندارد، در مواقعی که امکان ابهام یا سردرگمی باشد به کار می رود.

- یک بازه از مقادیر مجاز خاصیت توسط یک یا دو حد رواداری تعیین شود؛
- خاصیت قابل اندازه‌گیری باشد و نتیجه اندازه‌گیری[1](به بند ۳-۲-۵ مراجعه کنید) در روشی مطابق با اصول GUM بیان شود، به طوری که بتوان اطلاعات مربوط به مقدار خاصیت را بطور مستدل با موارد زیر شرح داد (الف) یک تابع چگالی احتمال(PDF) (به بند ۳-۱-۳ مراجعه کنید)، (ب) یک تابع توزیع[2] (به بند ۳-۱-۲ مراجعه کنید)، (ج) تقریب‌های عددی برای چنین تابع‌هایی، یا (د) بهترین برآورد همراه با یک بازه پوشش و احتمال پوشش مربوطه.

روش‌های اجرایی که در این استاندارد ایجاد می‌شود، می‌توانند برای شناخت یک بازه (که بازه پذیرش نامیده می‌شود) از مقادیر اندازه‌گیری شده مجاز خاصیت مورد نظر استفاده شود. حدود پذیرش می‌توانند طوری انتخاب شوند که ریسک‌های مرتبط با پذیرش آیتم‌های نا منطبق (ریسک مصرف کننده) یا عدم پذیرش آیتم‌های منطبق (ریسک تولید کننده) را متعادل کنند.

1 -measurement result
2 -distribution function

دو نوع مسئله ارزیابی انطباق عنوان شده است. نوع اول تعیین حدود پذیرش است که دست‌یابی به احتمال انطباق دلخواه برای یک آیتم اندازه‌گیری شده تک مقدار را تضمین می‌کند. نوع دوم تعیین حدود پذیرش برای تضمین یک سطح اطمینان قابل قبول از میانگین در صورتی که تعدادی از آیتم‌ها (یکسان از نظر نام) اندازه‌گیری شده باشند. رهنمودهای برای راه حل این موارد داده شده است.

این استاندارد شامل مثال‌های است که راهنمایی‌های ارائه شده را به تصویر می‌کشد. مفاهیم ارائه شده می‌توانند برای مسائل ارزیابی انطباق کلی‌تری بر پایه اندازه‌گیری‌های یک مجموعه از اندازه ده‌های عددی، تعمیم یابند. اسنادی مانند مراجع[۱۳ و ۱۹] دیدگاه‌های بخش اختصاصی ارزیابی انطباق را پوشش دهند.

مخاطبین این استاندارد شامل مدیران کیفیت، اعضا سازمان‌های توسعه استانداردها، مقامات تایید صلاحیت و کارکنان آزمایشگاه‌های اندازه‌گیری و آزمون، نهادهای بازرسی، نهادهای گواهی دهنده، سازمان‌های تنظیم مقرارت، دانشگاهیان و محققان می‌باشد.

۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی ایران به آن‌ها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب آن مقررات جزئی از این استاندارد ملی ایران محسوب می‌شود.

در صورتی که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد، اصلاحیه‌ها و تجدید نظرهای بعدی آن مورد نظر این استاندارد ملی ایران نیست. در مورد مدارکی که بدون ذکر تاریخ انتشار به آن‌ها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدید نظر و اصلاحیه‌های بعدی آن‌ها مورد نظر است.

استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی است:

۲-۱ استاندارد ملی ایران شماره ۴۷۲۳، واژه نامه اندازه‌شناسی مفاهیم پایه و عمومی و اصطلاحات مربوط

۳ اصطلاحات و تعاریف

در این استاندارد علاوه بر اصطلاحات و تعاریف تعیین شده در استانداردهای ملی ایران شماره ۴۷۲۳ و۱۷۰۰۰، اصطلاحات و تعاریف زیر نیز به کار می‌رود:

تعدادی از تعاریف مربوطه در زیر بند ۳-۱ آمده است. اطلاعات تکمیلی شامل یاد آوری‌ها و مثال‌ها، در مراجع الزامی یافت می‌شوند.

تعاریف بیشتری که شامل تعاریف گرفته شده یا برگرفته از سایر مراجع، که به طور خاص در ارزیابی انطباق دارای اهمیت هستند، ارائه شده است.

برای تعاریفی که از مدرک‌های دیگر نقل قول می‌شوند، یک یادآوری قبل از چنین نقل قول‌هایی انجام می‌شود؛ سایر یادآوری‌ها مختص همین استاندارد هستند. در این استاندارد، واژه "نشاندهی" و "بیشینه خطای مجاز (نشاندهی)" به جای مقادیر به کمیت‌ها نسبت داده می‌شود.

۳-۱

اصطلاحات مرتبط با احتمال

۳-۱-۱

توزیع احتمال[1]

توزیع

اندازه احتمال ناشی از یک متغیر تصادفی

یادآوری- نمایش‌های معادل ریاضی بی‌شماری از یک توزیع شامل تابع توزیع (به بند ۳-۱-۲ مراجعه کنید)، اگر تابع چگالی احتمال، وجود داشته باشد، تابع ویژگی نیز وجود دارد(به بند ۳-۱-۳ مراجعه کنید).

[بر گرفته از ISO 3534-1:2006 2.11]

۳-۱-۲

تابع توزیع[2]

تابعی است که برای هر مقدار ξ با احتمال این که متغیر تصادفی x کمتر یا مساوی ξ باشد، ارائه می‌شود:

$$G_X(\xi)=Pr(X\leq\xi)$$

[JCGM 101:2008 3.2]

1-Probability distribution
2 -Distribution function

۳-۱-۳

تابع چگالی احتمال[1]

PDF

مشتق تابع توزیع، زمانی که وجود داشته باشد.

$$g_X(\xi) = \mathrm{d}G_X(\xi)/\mathrm{d}\xi$$

یادآوری۱- $g_X(\xi)d_\xi$ "عنصر احتمال" می‌باشد.

$g_X(\xi)d_\xi=Pr(\xi<X<\xi+ d_\xi)$

[برگرفته از JCGM 101:2008 3.3]

۴-۱-۳

توزیع نرمال[2]

توزیع احتمال متغیر تصادفی پیوسته X که دارای تابع چگالی احتمال زیر می‌باشد.

$$g_X(\xi)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

برای $-\infty<\xi<\infty$

یادآوری۱- μ امید ریاضی (به بند ۳-۱-۵ مراجعه کنید) و σ انحراف استاندارد (به بند ۳-۱-۷ مراجعه کنید) می‌باشند.

یادآوری۲ – توزیع نرمال با نام توزیع گوسی نیز شناخته می‌شود.

[برگرفته از JCGM 101:2008 3.4]

۵-۱-۳

امید ریاضی[1]

1 -Probability density function
2- normal distribution

برای متغیر تصادفی پیوسته X که با تابع چگالی احتمال ... مشخص می‌شود به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\xi g x(\xi) d\xi}$

یادآوری۱- امید ریاضی به عنوان میانگین نیز شناخته می‌شود.

یادآوری۲- همه متغیرهای تصادفی دارای امید ریاضی نیستند.

یادآوری۳- امید ریاضی متغیر تصادفی $Z=F(X)$ ، برای تابع $F(X)$ به صورت زیر می‌باشد.

$E(Z)=E(F(X))= \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\xi g x(\xi) d\xi}$

[JCGM 101:2008 3.6]

۶-۱-۳

واریانس[۲]

برای متغیر تصادفی پیوسته X که با تابع چگالی احتمال $g_x(\xi)$ مشخص می‌شود به صورت زیر نمایش داده می-شود.

$V(X)=\int_{-\infty}^{\infty}[\boldsymbol{\xi - E(X)}]^{\mathbf{2}} g_x(\xi) d\xi$

یادآوری۱- همه متغیرهای تصادفی دارای واریانس نیستند.

[JCGM 101:2008 3.7]

۷-۱-۳

انحراف استاندارد[۳]

1 -expectation
2 -variance
3-standard deviation

ریشه دوم مثبت واریانس [JCGM 101:2008 3.8]

۲-۳

اصطلاحات مرتبط با اندازه‌شناسی

۱-۲-۳

کمیت [1]

خاصیت یک پدیده، جسم یا ماده که بتوان اندازه آن را به شکل یک عدد یا یک مرجع بیان کرد.

[JCGM 200:2012 1.1]

۲-۲-۳

مقدار کمیت [2]

مقدار یک کمیت

مقدار

عدد و مرجعی که با هم مقدار یک کمیت را بیان می‌کنند.

[JCGM 200:2012 1.19]

۳-۲-۳

مقدار واقعی کمیت [3]

مقدار واقعی یک کمیت

مقدار واقعی

مقدار یک کمیت متناسب با تعریف آن کمیت

[JCGM 200:2012 2.11]

1 -quantity
2 -quantity value
3- true quantity value

۴-۲-۳

اندازه ده[1]

کمیت مورد نظر برای اندازه‌گیری

[JCGM 200:2012 2.3]

یادآوری۱- در این استاندارد، اندازه ده، خاصیت قابل اندازه گیری یک آیتم موردنظر است.

۵-۲-۳

نتیجه اندازه‌گیری[2]

نتیجه اندازه‌گیری

مجموعه مقادیر کمیت که به همراه اطلاعات مرتبط قابل دسترس دیگر، به اندازه ده نسبت داده می‌شود.

یادآوری- نتیجه اندازه‌گیری ممکن است از راههای متعددی بیان شود، برای مثال، با ارائه : (الف) یک مقدار کمیت اندازه‌گیری شده به همراه عدم قطعیت اندازه‌گیری مربوطه؛ (ب) یک بازه پوشش برای اندازه ده به همراه یک احتمال پوشش مربوطه؛ (ج) یک تابع چگالی احتمال؛ یا (د) یک تقریب عددی برای تابع چگالی احتمال

[JCGM 200:2012 2.9]

۶-۲-۳

مقدار کمیت اندازه‌گیری شده[3]

مقدار یک کمیت اندازه‌گیری شده

مقدار اندازه‌گیری شده

1 -measurand
2 -Measurement result
3 -measured quantity value

مقدار یک کمیت که نتیجه اندازه‌گیری را نشان می‌دهد.

یادآوری- مقدار کمیت اندازه‌گیری شده، به عنوان برآورد یا بهترین برآورد یک کمیت نیز شناخته می‌شود.

[JCGM 200:2012 2.10]

۳-۲-۷

بازه پوشش[1]

بازه‌ای شامل مجموعه‌ای از مقادیر واقعی کمیت یک اندازه ده با یک احتمال اظهار شده بر پایه اطلاعات موجود

[JCGM 200:2012 2.36]

۳-۲-۸

احتمال پوشش[2]

احتمال این که مجموعه‌ای از مقادیر واقعی کمیت یک اندازه ده در بازه پوشش معینی قرار بگیرند.

[JCGM 200:2012 2.37]

۳-۲-۹

نشاندهی[3]

کمیتی که توسط یک دستگاه اندازه‌گیری یا سیستم اندازه‌گیری ارائه می‌شود.

یادآوری۱- نشاندهی اغلب به صورت موقعیت یک عقربه برای یک خروجی انالوگ یا عدد نمایش داده شده یا چاپ شده برای یک خروجی دیجیتال داده می شود.

یادآوری۲- نشاندهی به عنوان خوانده شده هم شناخته می شود.

1 -coverage interval
2 -coverage probability
3 -Indication

[برگرفته از JCGM 200:2012 4.1]

۳-۳

اصطلاحات مربوط به ارزیابی انطباق

۱-۳-۳

ارزیابی انطباق[1]

فعالیتی برای تعیین این که آیا الزامات تعیین شده مربوط به یک فرآورده، فرآیند، سیستم، شخص یا نهاد برآورده شده اند.

[برگرفته از ISO/IEC 17000:2004 2.1]

۲-۳-۳

بازرسی[2]

ارزیابی انطباق از طریق مشاهده و قضاوت همراه با اندازه‌گیری، آزمون یا اندازه گرفتن به گونه‌ای مناسب

[برگرفته از ISO3534-2:2006 4.1.2]

یادآوری- اندازه‌گیری که به عنوان قسمتی از ارزیابی انطباق انجام می‌شود معمولا اندازه‌گیری بازرسی نامیده می‌شود.

۳-۳-۳

الزامات معین[3]

نیاز یا انتظاری که بیان شده است.

یادآوری۱- الزامات معین ممکن است در اسناد اطلاعاتی مانند آئین نامه‌ها، استانداردها و ویژگی‌های فنی بیان شوند.

[1] -conformity assessment
[2] -Inspection
[3] -specified requirement

[ISO/IEC 17000:2004 3.1]

یادآوری۲- واژه" امید ریاضی" در متن یک الزام معین به انتظار از یک متغیر تصادفی مربوط نمی‌شود؛ به تعریف بند ۳-۱-۵ مراجعه کنید.

یادآوری ۳- در این استاندارد یک الزام معین نوعی شکل بازه بیان شده‌ای از مقادیر مجاز یک خاصیت قابل اندازه‌گیری از یک آیتم را به خود می‌گیرد.

مثال۱- یک نمونه از پسآب صنعتی (آیتم) لازم است که غلظت جرمی جیوه حل شده (خاصیت) در آن از مقدار ng/L ۱۰ بزرگتر نباشد.

مثال۲- یک ترازوی بقالی (آیتم) زمانی که یک وزنه استاندارد یک کیلو گرمی را اندازه گیری می کند، لازم است که دارای نشاندهیR (خاصیت) در بازه [999:5 g ≤ R ≤ 1 000:5 g] باشد.

۴-۳-۳

حد رواداری[1]

حد ویژگی

مرز تعیین شده بالاتر یا پایین‌تر مقادیر مجاز یک خاصیت

[برگرفته از ISO3534-2:2006 3.1.3]

۵-۳-۳

بازه رواداری[2]

بازه مقادیر مجاز یک خاصیت

[برگرفته از ISO 10576-1:2003 3.5]

1- Tolerance limit
2 -Tolerance interval

یادآوری۱- حدهای رواداری به بازه رواداری تعلق دارند مگر این که خلاف آن در یک ویژگی بیان شده باشد.

یادآوری۲- اصطلاح" بازه رواداری" که در ارزیابی انطباق به کار می‌روند معنی متفاوتی نسبت به همین واژه در آمار دارد.

یادآوری۳- بازه رواداری در ASME B89.7.3.1:2001 " ناحیه ویژگی" نامیده می‌شود [۲].

۶-۳-۳

رواداری[1]

رواداری معین

اختلاف بین حد های بالاتر و پایین تر

۷-۳-۳

احتمال انطباق[2]

احتمال این که یک آیتم یک الزام معین را برآورده سازد

۸-۳-۳

حد پذیرش[3]

مرز معین بالاتر یا پایین‌تر مقادیر مجاز کمیت اندازه‌گیری شده

[برگرفته از ISO3534-2:2006 3.1.6]

۹-۳-۳

بازه پذیرش[4]

بازه مقادیر مجاز کمیت اندازه‌گیری شده

1- Tolerance
2 -conformance probability
3 -acceptance limit
4 -Acceptance interval

یادآوری۱- حدهای پذیرش به بازه پذیرش تعلق دارند مگر این که خلاف آن در ویژگی بیان شده باشد.

یادآوری۲- بازه پذیرش در ASME B89.7.3.1:2001 " ناحیه پذیرش" نامیده می‌شود [۲].

۱۰-۳-۳

بازه عدم پذیرش[1]

بازه مقادیر غیر مجاز کمیت اندازه‌گیری شده

یادآوری۱- بازه عدم پذیرش در ASME B89.7.3.1:2001 " ناحیه عدم پذیرش" نامیده می‌شود [۲].

۱۱-۳-۳

باند محافظ[2]

بازه بین حد رواداری و حد پذیرش مربوطه

یادآوری- باند محافظ شامل حدها نیز می‌شود.

۱۲-۳-۳

قانون تصمیم[3]

قانون مستندی که شرح می‌دهد چگونه عدم قطعیت اندازه‌گیری با توجه به پذیرش یا عدم پذیرش یک آیتم، یک الزام داده شده و نتیجه یک اندازه‌گیری تعیین می‌شود.

1 -Rejection interval
2- guard band
3 -decision rule

[برگرفته از ASME B89.7.3.1:2001]

۱۳-۳-۳

ریسک مصرف کننده ویژه[1]

احتمال این که یک آیتم پذیرفته شده خاص نا منطبق باشد.

۱۴-۳-۳

ریسک تولید کننده ویژه[2]

احتمال این که آیتم مردود خاص منطبق باشد.

۱۵-۳-۳

ریسک مصرف کننده جهانی[3]

ریسک مصرف کننده

احتمال این که یک آیتم نامنطبق بر پایه یک نتیجه اندازه‌گیری در آینده، پذیرفته شود.

۱۶-۳-۳

ریسک تولید کننده جهانی[4]

ریسک تولید کننده

احتمال این که یک آیتم منطبق بر پایه نتیجه اندازه‌گیری آینده مردود شود.

۱۷-۳-۳

شاخص ظرفیت اندازه‌گیری[5]

رواداری تقسیم بر ضریبی از عدم قطعیت اندازه‌گیری استاندارد مرتبط با مقدار اندازه‌گیری شده یک خاصیت از یک آیتم

یادآوری- در این استاندارد ضریب عدد چهار در نظر گرفته می‌شود (به بند ۷-۶-۳ مراجعه کنید).

1 -specific consumer's risk
2 -specific producer's risk
3 -global consumer's risk
4 -global producer's risk
5 -measurement capability index

۱۸-۳-۳

بیشینه خطای مجاز(نشاندهی)[1]

MPE

برای یک دستگاه اندازه‌گیری، بیشینه اختلاف بین نشاندهی دستگاه اندازه‌گیری و کمیتی که اندازه‌گیری می‌شود که توسط ویژگی‌ها یا آئین نامه‌ها مجاز شمرده شده است.

یادآوری۱- زمانی که بیش از یک بیشینه اختلاف تعیین شده باشد، اصطلاح"بیشینه خطاهای مجاز " به کار گرفته می‌شود؛ برای مثال، یک بیشینه اختلاف منفی معین و یک بیشینه اختلاف مثبت معین.

یادآوری۲- خطای نشاندهی می‌تواند بصورت $E=R-R_0$ نوشته می‌شود که در آن R نشاندهی و R_0 نشاندهی یک دستگاه اندازه گیری آرمانی را نشان می‌دهد که همان اندازه ده Y را اندازه گیری می‌کند. در آزمون و تصدیق یک دستگاه اندازه‌گیری، خطای نشاندهی نوعا با اندازه‌گیری یک استاندارد مرجع کالیبره شده ارزیابی می‌گردد.

۴ قرارها ونشان گذاری‌ها

برای این استاندارد قرارها، نشان‌گذاری و واژگان زیر پذیرفته شده اند.

۱-۴ در GUM عدم قطعیت استاندارد مرتبط با برآورد y از یک اندازه ده Y به صورت $u_c(y)$ نوشته می‌شود. اندیس "c" که به عدم قطعیت استاندارد" مرکب" اشاره می‌کند، اضافه در نظر گرفته می‌شود و در این استاندارد به کار نمی‌رود. [به JCGM 101:2008 14 مراجعه کنید]

۲-۴ بیانی که به صورت A=:B نوشته می‌شود به این معنی است که B توسط A تعریف می‌شود.

۳-۴ زمانی که امکان سردرگمی نباشد، نمادu ، به جای u(y) برای نشان‌گذاری ساده به کار می‌رود. عدم قطعیت گسترده U عموما به صورت U=ku در نظر گرفته می‌شود که عامل پوشش k=2 در آن به کار می‌رود؛ مقدار k بطور ساده وقتی امکان ابهام وجود داشته باشد داده خواهد شد.

1 -maximum permissible error (of indication)

۴-۴ یک خاصیت مورد نظر (اندازه ده) به عنوان یک متغییر تصادفی Y با مقادیر احتمالی η در نظر گرفته می شود. زمانی که Y اندازه‌گیری می‌شود ارزیابی داده‌های اندازه‌گیری مقدار کمیت اندازه‌گیری η_m را نتیجه می‌دهد برای این که درکی متغییر تصادفی قابل مشاهده Y_m بدهد. بطور کلی، مقدار اندازه‌گیری شده η_m با یک خطای ناشناخته E ، با Y تفاوت دارد، که به اثرات تصادفی و سیستماتیک وابسته است.

۵-۴ بازه رواداری مقادیر مجاز اندازه ده Y را تعیین می‌کند. یک تصمیم ارزیابی انطباق بر پایه مقدار اندازه گیری شده η_m و رابطه آن با یک بازه پذیرش تعریف شده می‌باشد.

۶-۴ اطلاعات کمیت‌های Y وY_m توسط تابع‌های چگالی احتمال مشروط که شکل آنها به اطلاعات موجود بستگی دارد رمزگذاری و .... می‌شوند. تابع‌های چگالی احتمال مشروط با یک خط عمودی همراه با اطلاعاتی که در سمت راست خط در نظر گرفته شده است، نوشته می‌شوند. تابع چگالی احتمال برای اندازه ده Y قبل از اندازه‌گیری $g_{Y|I}(\eta|I)$ می‌باشد، که نماد I در آن نشان دهنده اطلاعات اولیه است.

۷-۴ متعاقب اندازه‌گیری یک خاصیت مورد نظر، مقدار اندازه‌گیری شده مشاهده شده η_m حاصل می‌شود. تابع چگالی احتمال پس از اندازه‌گیریY ، $g_{Y_m|\eta_m,I}(\eta|\eta_m,I)$ می‌باشد.

۸-۴ تابع‌های چگالی مشابه برای مقادیر احتمالی η_m از کمیت خروجی سیستم اندازه‌گیری Y_m (الف) $g_{Y_m|I,I}(\eta|I)$

۹-۴ به منظور اختصار، در این استاندارد، ارائه واضح اطلاعات اولیه I به میزان زیادی حذف شده است همچنین تابع‌های چگالی احتمال برای Y و Y_m ، به ترتیب به صورت نمادهای g وh با استفاده از ملاحظات زیر که در آن-ها زیرنویس‌ها حذف شده‌اند، بیان شده‌اند:

- برای اطلاعات اندازه‌گیری اولیه‌ی اندازه ده Y،

$$g_{Y|I}(\eta|I) =: g_0(\eta)\,;$$

- برای اطلاعات اندازه‌گیری نهایی اندازه ده Y،

$$g_{Y|\eta_m,I}(\eta|\eta_m,I) =: g\,(\eta|\eta_m)\,;$$

- اطلاعات مقادیر اندازه‌گیری شده احتمالی با توجه به فقط اطلاعات اولیه I ،

$$g_{Y_m|I}(\eta_m|I) =: h_0(\eta_m)\,;$$

- اطلاعات Y_m مفروض، به علاوه اطلاعات I، مقدار داده شده Y=η از اندازه ده

$$g_{Y_m|\eta,I}(\eta_m|\eta,I) =: h\,(\eta_m|\eta)\,.$$

این تابع‌های چگالی احتمال مستقل نیستند ولی به قضیه بیز مربوط می‌شوند (به بند ۶-۲ مراجعه کنید).

۵ حدهای رواداری و بازه‌های رواداری

۵-۱ اندازه‌گیری‌های ارزیابی انطباق

۵-۱-۱ وضعیتی را در نظر بگیرید که در آن خاصیت یک آیتم مورد نظر، مانند خطای نشاندهی یک ولت متر، جهت تصمیم‌گیری درباره این که آیتم با یک الزام معین مطابق است اندازه‌گیری می‌شود چنین آزمونی از انطباق شامل سلسله‌ای از سه عملکرد است :

- اندازه‌گیری خاصیت مورد نظر؛
- مقایسه نتیجه اندازه‌گیری با الزام معین؛
- تصمیم‌گیری راجع به اقدام بعدی.

۵-۱-۲ در عمل، زمانی که نتیجه اندازه‌گیری به دست آمد، اقدام های مقایسه یا تصمیم‌گیری نوعا با استفاده از قانون تصمیم (به بند ۳-۳-۱۲) پیش‌تر برقرار و بیان شده انجام می‌گیرد (بند ۳-۳-۱۲ ملاحظه شود) که به نتیجه اندازه‌گیری، الزام معین و نتایج تصمیمات نادرست بستگی دارد.

۵-۱-۳ رهنمودهایی راجع به فرمول سازی قانون تصمیم در دسترس است ISO 14253-1[۲۱] و ASME B89.7.3.1[۲] راهنماهای برای مستندسازی یک قانون تصمیم انتخاب شده و برای شرح نقش عدم قطعیت اندازه‌گیری در تعیین حدهای پذیرش فراهم کرده‌اند. این مستندات قانون‌های تصمیم درگیر با دو یا چند تصمیم احتمالی را عنوان می‌کند و شامل قانون تصمیم دوتایی هستند که این استاندارد به عنوان یک مورد خاص آن را مورد توجه قرار می‌دهد.

۵-۱-۴ یک اندازه‌گیری که به عنوان بخشی از ارزیابی انطباق انجام می‌شود جهت بدست آوردن اطلاعات کافی برای فراهم ساختن یک تصمیم‌گیری با سطح ریسک قابل قبول طراحی می‌شود. یک استراتژی مناسب اندازه-گیری هزینه کاهش عدم قطعیت اندازه‌گیری را در مقابل سود اطلاعات قطعی‌تری از مقدار واقعی اندازه ده متعادل خواهد ساخت.

۵-۱-۵ بنابراین یک اندازه‌گیری بازرسی همراه با یک قانون تصمیم مرتبط ارتباط نزدیکی با مواردی مانند هزینه‌ها و ریسک‌ها دارد همین طور طراحی یک ارزیابی انطباق رضایت بخش اغلب یک تمرین کاملا فنی نیست.

اگر هدف کاهش هزینه باشد بنابراین با ارائه یک مدل اقتصادی مناسب مشکل می‌تواند به محاسبه مستقیم کاهش یابد.

۲-۵ مقادیر مجاز و غیر مجاز: بازه‌های رواداری

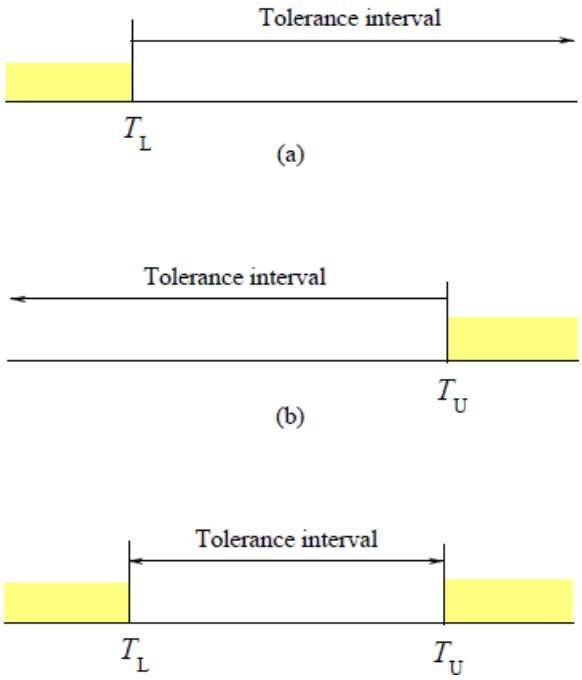
۱-۲-۵ در این استاندارد، الزامات معین برای یک اندازه ده مورد نظر شامل مقادیر محدود کننده، حدهای رواداری نامیده می‌شوند، که بازه‌های مقادیر مجاز اندازه ده را از بازه‌های مقادیر غیر مجاز جدا می‌کند، می-باشد[۲۲].

بازه‌های مقادیر مجاز، که بازه‌های رواداری نامیده می‌شوند، دو نوع هستند:

- یک بازه رواداری یک طرفه با حد بالایی یا پایینی رواداری؛
- یک بازه رواداری دو طرفه با هر دو حد بالایی و پایینی رواداری.

در هر دو مورد، یک آیتم با الزام معین منطبق خواهد بود، اگر مقدار واقعی اندازه ده درون بازه رواداری قرار گیرد و در غیر این صورت نامنطبق خواهد بود. بازه‌های رواداری بالا در شکل ۲ به تصویر کشیده شده‌اند.

۲-۲-۵ ظاهرا بازه‌های رواداری یک طرفه اغلب به دلایل فیزیکی یا تئوری که به روشنی بیان نشده‌اند، حدهای اضافی را می‌رسانند[۲۲]. چنین بازه‌های رواداری به طور موثر دو طرفه هستند، بطوری که دارای یک حد معین و یک حد ضمنی می‌باشند؛ مثال ۴ و ۵ را در ادامه مشاهده نمایید.



(ج)

شکل۲- بازه های رواداری. (الف) یک بازه یک طرفه دارای حد پایینی تک مقدار T_L؛ (ب) یک بازه یک طرفه دارای حد بالای تک مقدار T_U؛ (ج) یک بازه دو طرفه دارای حد های رواداری بالایی و پایینی. اختلاف T_U-T_L رواداری نامیده می شود

یادآوری۱- در بعضی از موارد مانند ایمنی غذایی یا حفاظت محیط زیست تعیین حدهای رواداری در اندازه‌گیری‌های ارزیابی انطباق ممکن است شامل عدم قطعیت‌های مربوط به مشکل در ارزیابی نتایج تصمیمات نادرست باشد [۲۹]. یک مشکل وابسته به آنالیز توانمندی اعتماد، که عدم قطعیت کامل نامیده می‌شود، با بخش‌ها آنالیز نشده ریسک مرتبط است[۳۱].

یادآوری۲- مواردی مانند عدم قطعیت کامل، هیچ رابطه‌ای با عدم قطعیت اندازه‌گیری مرتبط با یک برآورد از اندازه ده که از اندازه گیری بازرسی نتیجه می‌شود، ندارند. در این استاندارد حدهای رواداری برای تعیین ثابت به کار گرفته می‌شود.

۳-۵ مثال‌های از حدهای رواداری

مثال۱ حد رواداری بالایی تک مقدار

ولتاژ شکست V_B برای یک نوع معین دیود زنر چنین تعیین شده که بزرگتر از ۵/۴- نباشد. برای یک دیود منطبق V_b در بازه باز $V_b \leq$-5.4 v قرار می‌گیرد.

مثال۲ حد رواداری پایینی تک مقدار

یک ظرف فلزی برای نوشیدنی‌های غیرالکلی لازم است که دارای یک فشار داخلی B باشد که مقدار آن کمتر از ۴۹۰ کیلو پاسکال نباشد. مقادیر منطبق B در بازه باز $B \geq 490$ Kpa قرار می‌گیرد.

مثال۳ حدهای رواداری بالایی و پایینی آشکار

یک وزنه یک کیلوگرمی کلاس E_1، OIML [۲۵] ، چنین تعیین شده که دارای بیشینه خطای مجاز (MPE) ۵۰۰µg است. این بدین معنی است که جرم m از وزنه چنین تعیین شده که کمتر از ۰/۹۹۹۹۹۹۵ و بیشتر از ۱/۰۰۰۰۰۰۵ نباشد. یک وزنه یک کیلوگرم منطبق وزنه ای است که خطای جرم $E=m-m_0$ با $m_0=1kg$ در بازه $-500\mu g \leq E \leq 500\mu g$ قرار می‌گیرد.

مثال۴ حدهای رواداری بالایی آشکار و حد رواداری پایینی ضمنی

یک آیین نامه محیط زیستی الزام می‌کند که غلطت جرمی X از جیوه در بخار پسآب صنعتی بزرگتر از ۱۰ ng/L نباشد، که این مقدار یک حد رواداری بالایی آشکار است. از آنجائیکه غلطت جرمی نمی‌تواند از صفر کمتر باشد، یک حد رواداری پایینی ضمنی یعنی 0 ng/L وجود دارد. یک نمونه از پسآب با آئین نامه مطابقت می‌کند اگر غلطت جرمی جیوه در نمونه در بازه $0\ ng/L \leq X \leq 10\ ng/L$ قرار گیرد.

مثال۵ حدهای رواداری پایینی آشکار و حد رواداری بالایی ضمنی

الزام این است که خلوص P ، که بصورت کسر جرمی بر روی پایه خشک به صورت درصد بیان می‌شود، سدیم بنزوات پودر شده که به عنوان نگه دارنده غذا استفاده می‌شود، کمتر از ۹۹.۰٪ نباشد. این مقدار یک حد رواداری پایینی آشکار می‌باشد. خلوص نمی تواند بزرگتر از ۱۰۰٪ باشد، که این خود یک حد رواداری بالایی ضمنی می-باشد. یک نمونه سدیم بنزوات منطبق، نمونه‌ای است که خلوص آن در بازه $99.0\% \leq P \leq 100\%$ قرار گیرد.

۶ اطلاعات اندازه ده

۶-۱ احتمال و اطلاعات

۶-۱-۱ در اندازه‌گیری‌های که به عنوان بخشی از ارزیابی انطباق انجام می‌شوند، اطلاعات یک خاصیت مورد نظر (اندازه ده) با یک تابع چگالی احتمال مشروط که شکل آن به اطلاعات موجود بستگی دارد، مدل سازی می‌شود. چنین اطلاعاتی همیشه دو جزء دارند: آنهایی که قبل از انجام اندازه‌گیری در دسترس هستند (اطلاعات اولیه) و اطلاعات اضافی که با اندازه‌گیری تامین می‌شوند[۳۸].

۶-۱-۲ تابع چگالی احتمال برای یک خاصیت مورد نظر (اندازه ده) رمزگذاری می‌شود و مقادیر احتمالی آن را منتقل می‌کند یک حالت خاص را از اطلاعات ارائه می‌دهند. یک اندازه با شناخت ضعیف بسته به الزامات ارزیابی انطباق عموما یک تابع چگالی احتمال عریض دارد که نشان‌دهنده یک بازه گسترده از مقادیر احتمالی سازگار با اطلاعات ناچیز می‌باشد. انجام یک اندازه‌گیری اطلاعات جدیدی را فراهم می‌کند که برای تیز کردن تابع چگالی احتمال و باریک کردن بازه مقادیر احتمالی اندازه ده به کار می‌رود.

۶-۱-۳ بنابراین اثر یک اندازه‌گیری بروز رسانی اطلاعات اولیه می باشد که اطلاعات بعدی را که شامل داده‌های اندازه‌گیری می‌باشند نتیجه می‌دهد. قانون این انتقال قضیه بیز[1] نامیده می‌شود و چارچوب ریاضی اصولی به عنوان تئوری احتمال بیزی شناخته می‌شود. در این استاندارد نتایج این چارچوب بدون ایجاد یا اثبات جزئیات به کار می‌رود. مقالات چاپ شده مهمی در دسترس هستند برای مثال مراجع[۴و۵و۱۶و۲۶و۲۷و۳۹] را مشاهده کنید.

۶-۲ قضیه بیز

۶-۲-۱ در ارزیابی انطباق، یک خاصیت قابل اندازه‌گیری Y از یک آیتم مورد نظر به عنوان یک متغییر تصادفی با مقادیر احتمالی که با η نشان داده می‌شود مورد توجه قرار می‌گیرد. قبل از اندازه‌گیری Y ، باور منطقی در مقادیر احتمال آن با یک تابع چگالی احتمال اولیه $g_0(\eta)$ مشخص می‌شود که شکل آن مستقل از سیستم اندازه گیری است (به بند ۴-۹ مراجعه کنید).

۶-۲-۲ تابع چگالی احتمال اولیه $g_0(\eta)$ اغلب برپایه اطلاعاتی که از طریق اندازه‌گیری‌های قبلی آیتم‌های مشابه به دست آمده‌اند تعیین می‌شوند. روش‌های برای تعیین یک تابع چگالی احتمال اولیه برای یک خاصیت مورد نظر در پیوست ب مورد بحث قرار می‌گیرد.

۶-۲-۳ در یک اندازه‌گیری بازرسی نوعی، کمیت Y با استفاده از یک روش اجرایی که برای تهیه اطلاعات کافی جهت ارزیابی انطباق با یک الزام معین تدبیر شده است، اندازه‌گیری می‌شود.

یادآوری۱- برای یک کمیت و متغیر تصادفی که آن کمیت را نمایش می‌دهد، نماد مشابهی به کار می‌رود(به بند ۴-۱-۱ GUM یادآوری یک مراجعه کنید).

1- Bayes' theorem

یادآوری۲- راهنمایی بر تخصیص تابع‌های چگالی احتمال در برخی وضعیت‌های معمول **در** JCGM 101:2008 و پیوست ب داده شده است.

۶-۲-۴ خروجی سیستم اندازه‌گیری کمیتی است که به عنوان یک متغیر تصادفی Y_m با مقادیر احتمالی که با η_m نشان داده می‌شوند مورد توجه قرار می‌گیرد. اندازه‌گیری Y یک مفهوم خاص، مقدار کمیت اندازه‌گیری شده η_m را نتیجه می‌دهد (به بند های ۳-۲-۶ و ۴-۴ مراجعه کنید) و تابع چگالی احتمال Y ، که از اندازه‌گیری‌های قبلی نتیجه می‌شود با در نظر گرفتن این اطلاعات جدید به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$g(\eta \mid Ym = \eta_m) =: g(\eta \mid \eta_m)$$

۶-۲-۵ تابع چگالی احتمال‌های اولیه و بعدی به قضیه بیز وابسته هستند.

$$g(\eta \mid \eta_m) = Cg_0(\eta)\, h(\eta \mid \eta_m) \qquad (۱)$$

که در آن مقدار اندازه‌گیری شده η_m ، C ثابت است که از این رابطه حاصل شده است $\int_{-\infty}^{\infty} g(\eta|\eta m)\ d_\eta = 1$

$h(\eta \mid \eta_m)$ در رابطه (۱) تابع چگالی احتمال برای مقادیر احتمالی Y_m می‌باشد با در نظر گرفتن بعضی مقادیر خاص $Y=\eta$ از اندازه ده.

۶-۲-۶ تابع چگالی احتمال $h(\eta \mid \eta_m)$ که بصورت تابعی از η برای یک مقدار اندازه‌گیری شده η_m بیان می شود، درست نمایی η ، η_m داده شده نامیده می‌شود و به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$h(\eta \mid \eta_m) =: \mathcal{L}(\eta; \eta_m)$$

یک اندازه‌گیری می‌تواند درباره محرک و پاسخ یا درباره ورودی و خروجی بررسی شود. در این دیدگاه، تابع درست نمایی$L(\eta; \eta_m)$ توزیع محرک محتمل یا ورودی‌ها (مقادیر η) را مشخص می‌کند که ممکن است پاسخ مشاهده شده یا خروجی (مقدار اندازه گیری شده η_m) را نتیجه دهد .

۶-۲-۷ فرم توزیع درست نمایی به مسئله اندازه‌گیری خاص و سیستم اندازه‌گیری، آن‌گونه که در مدل ریاضی شرح داده شده است، به اندازه سایر اطلاعات مربوط مانند داده‌های سابق، کالیبراسیون دستگاه و نتایج اندازه گیری‌های مصنوعات کالیبره شده یا مواد مرجع استاندارد و آزمایش با سیستم‌های مشابه بستگی دارد. در بسیاری موارد عملی مورد نظر، تابع درست نمایی می‌تواند توسط یک توزیع نرمال(گوسی) مشخص شود.

۶-۲-۸ قضیه بیز نشان می‌دهد که چگونه حالت اندازه‌گیری بعدی اطلاعات از ترکیب اطلاعات اولیه نتیجه گیری می‌شود. رمزگذاری در توزیع اولیه و اطلاعاتی که از طریق اندازه‌گیری تامین می‌شوند، توسط تابع درست نمایی نمایش داده می‌شوند.

۶-۲-۹ در بسیاری موارد، سیستم اندازه‌گیری جهت تکمیل نسبی اطلاعات اولیه ناچیز اندازه ده با اطلاعات اندازه‌گیری دقیق به کار می‌رود. در چنین مواردی، حالت اندازه‌گیری بعدی اطلاعات تابع چگالی احتمال ضرورتا با تابع درست نمایی تعریف می‌شود (رمزگذاری اطلاعات اندازه‌گیری)، یعنی :

$$g(\eta \mid \eta_m) = C\, h(\eta \mid \eta_m)$$

با یک تقریب نزدیک، که در آن C یک ثابت است.

۶-۳ اطلاعات خلاصه شده

۶-۳-۱ بهترین برآورد وعدم قطعیت استاندارد

یک نتیجه اندازه‌گیری اغلب با ارائه یک برآورد از اندازه ده و پارامتری که پراکندگی مقادیر احتمالی پیرامون این برآورد مشخص می‌کند، خلاصه سازی می‌شود. در این استاندارد برآورد y از خاصیت Y امید ریاضی (به بند ۳-۱-۵ مراجعه کنید) $E(Y \mid \mu_m)$ در نظر گرفته می‌شود. پارامتر پراکندگی مربوط $u(y)=u$ ، که عدم قطعیت استاندارد نامیده می‌شود، به عنوان انحراف استاندارد (به بند ۳-۱-۷ مراجعه کنید) Y ، مثبت ریشه دوم واریانس (به بند ۳-۱-۶ مراجعه کنید) $V(Y \mid \mu_m)$ در نظر گرفته می‌شود. امید ریاضی$E(Y \mid \mu_m)$ و $V(Y \mid \mu_m)$ توسط رابطه زیر ارائه می‌شوند:

$$E(Y|\eta_m) = y = \int_{-\infty}^{\infty} \eta g(\eta|\eta_m)\, d\eta, \quad V(Y|\eta_m) = u^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - y)^2 g(\eta|\eta_m)\, d\eta.$$

۶-۳-۱-۱ عدم قطعیت استاندارد u پراکندگی Y پیرامون برآورد y را مشخص می‌کند. وقتی که تابع چگالی احتمال برای Y تک قله‌ای (تک مدی) و متقارن باشد، برآورد y محتمل‌ترین مقدار Y است، یعنی مد توزیع

۶-۳-۱-۲ برای یک اندازه‌گیری آنالیز شده مطابق(GUM) JCGM 100:2010، ارزیابی داده‌های اندازه‌گیری یک برآورد از اندازه ده μ_m (مقدار کمیت اندازه‌گیری شده) و یک عدم قطعیت استاندارد مرتبط u_m نتیجه می-دهد. چنین فرض می‌شود که اطلاعات اولیه آنقدر ناچیز هستند که تابع چگالی احتمال اندازه‌گیری بعدی $g(\eta \mid \eta_m)$ می‌تواند با برآورد $y=\eta_m$ و عدم قطعیت استاندارد مرتبط $u=u_m$ (به بند ۶-۷-۱ مراجعه کنید) خلاصه سازی شود.

۶-۳-۲ بازه پوشش

۶-۳-۲-۱ متعاقب یک اندازه‌گیری، احتمال این که Y بزرگتر از مقدار داده شده a نباشد رابطه زیر است:

$$\Pr(Y \le a \mid \eta_m) = G(a) = \int_{-\infty}^{a} g(\eta|\eta m)\, d\eta$$

که در آن $G(z)= \int_{-\infty}^{a} g(\eta|\eta m)$ تابع توزیع Y برای داده‌های موجود η_mاست.

۶-۳-۲-۲ همان طور که در ادامه آمده است احتمال p این که Y در بازه $[a,b]$ با $a<b$ قرار بگیرد عبارت است از:

$$p = \Pr(a \le Y \le b \mid \eta_m) = \int_{a}^{b} g(\eta|\eta m)\, d\eta = G(b) - G(a) \qquad (۲)$$

۶-۳-۲-۳ بازه‌ای مانند $[a,b]$ یک بازه پوشش برای Y نامیده می‌شود و p احتمال پوشش مربوطه می‌باشد. رهنمودی بر ساخت یک بازه پوشش با احتمال پوشش دلخواه، شامل مورد تقریب گسسته‌ای برای تابع توزیع بدست آمده به روش مونت کارلو، در JCGM 101:2008 ارائه شده است.

۶-۳-۲-۴ وقتی که تابع چگالی احتمال برای Y متقارن و تک مدی باشد، یک بازه پوشش مهم که در سطح گسترده استفاده می‌شود با طول مساوی با ضریبی از عدم قطعیت استاندارد u ، به محوریت بهترین برآورد y ایجاد می‌شود. GUM یک مقدار اضافی از عدم قطعیت که گسترده نامیده می‌شود، U، تعریف می کند که از طریق ضرب عدم قطعیت استاندارد u در عامل پوشش k به دست می‌آید.

$$U=u.k \qquad (۳)$$

۶-۳-۲-۵ عامل پوشش جهت دست‌یابی به احتمال پوشش مطلوب مرتبط با بازه پوشش $[y-U,y+U]$ انتخاب می‌شود. رابطه بین k و احتمال پوشش مربوطه به تابع چگالی احتمال برای Y بستگی دارد.

یادآوری۱- همان گونه که در ISO 10576-1:2003 3.7[۲۲] آمده است، گاهی یک بازه پوشش به شکل [y-U,y+U] بازه عدم قطعیت نامیده می‌شود.

یادآوری۲- اگر تابع چگالی احتمال برای Y نامتقارن باشد ممکن است تعیین کوتاه‌ترین بازه پوشش برای یک احتمال پوشش داده شده مناسب‌تر باشد. جهت رهنمودی برای این محاسبه به JCGM 101:2008 بند ۵-۳-۴ مراجعه کنید.

۷ احتمال انطباق با الزامات معین

۷-۱ قانون کلی برای محاسبه احتمال انطباق

۷-۱-۱ یک آیتم اگر مقدار واقعی خاصیت مربوطه آن Y در بازه رواداری قرار گیرد با یک الزام معین منطبق است. اطلاعات Y توسط یک تابع چگالی احتمال $g(\eta|\eta_m)$ بیان می‌شود به طوری که بیان انطباق با میزانی از احتمال درست بودن استنتاج خواهد شد. نمایش مجموعه‌ای از مقادیر مجاز منطبق Y که توسط C نشان داده می‌شود، احتمال انطباق که با p_c نشان داده می‌شود از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$p_c = \Pr(Y \in C|\eta_m) = \int_C g(\eta|\eta_m)\, d\eta$$

۷-۱-۲ رابطه ۴ یک قانون کلی برای محاسبه احتمال این که یک آیتم بر پایه اندازه‌گیری یک خاصیت وابسته آن آیتم، منطبق باشد را ارائه می‌دهد. به عنوان مثال، با یک بازه رواداری دو طرفه برای اندازه ده Y ، با حد پایینی T_L و حد بالایی $C=[T_L, T_U]$ و احتمال انطباق به صورت زیر است :

$$P_C=\int_{TL}^{TU}(\eta\,|\,\eta m)d\eta$$

۷-۱-۳ از آنجا که آیتم با ویژگی‌ها منطبق یا نا منطبق است، احتمال این که آیتم نامنطبق باشد از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\overline{p}_c = 1 - p_c.$$

۷-۲ احتمال‌های انطباق با تابع چگالی احتمال‌های نرمال

۷-۲-۱ احتمال انطباق به چگونگی اطلاعات یک اندازه ده Y همان گونه که تابع چگالی احتمال $g(\eta|\eta_m)$ رمزگذاری و رسانده می‌شود بستگی دارد. در بسیاری موارد منطقی است که اطلاعات Y توسط یک توزیع نرمال مشخص شود (به بند ۳-۱-۴ مراجعه کنید) و این احتمال می‌تواند محاسبه شود. اگر توزیع اولیه نرمال باشد و سیستم اندازه‌گیری (یعنی تابع درست نمایی) توسط یک توزیع نرمال مشخص شود، توزیع $g(\eta|\eta_m)$ نیز یک توزیع نرمال خواهد بود.

۷-۲-۲ بطور کلی‌تر، اگر تابع درست نمایی توسط یک توزیع نرمال مشخص شود و اطلاعات اولیه ناچیز باشند تابع چگالی احتمال اندازه‌گیری بعدی تقریبا نرمال خواهد بود. در چنین موردی $g(\eta|\eta_m)$ می‌تواند به اندازه

کافی با یک توزیع نرمال با امید ریاضی(میانگین) و انحراف معیارداده شده با بهترین برآورد y و عدم قطعیت استاندارد u که با روش بند ۶-۳-۱ محاسبه شده است تقریب زده شود.

یادآوری۱- یک توزیع نرمال کاملا با امید ریاضی (میانگین) و انحراف معیارآن مشخص شود.

یادآوری۲- بعضی خاصیت‌های تابع های چگالی احتمال نرمال در پیوست الف بازبینی شده‌اند.

۷-۲-۳ به دلیل کاربرد آشنا و گسترده آنها، تابع‌های چگالی احتمال نرمال برای به تصویر کشیدن محاسبه احتمال‌های انطباق در بسیاری از مثال‌های این استاندارد استفاده خواهند شد. چنین محاسباتی می‌توانند برای مواردی که تعداد کمی از نشاندهی‌ها به یک توزیع t مدرج و انتقالی افزایش می‌یابند، تعمیم داده شوند. (به JCGM 101:2008 6.4.9 مراجعه کنید).

۷-۲-۴ فرض کنید که تابع چگالی احتمال $g(\eta|\eta_m)$ برای اندازه ده Y یک توزیع نرمال معین با بهترین برآورد (امید ریاضی) y و عدم قطعیت استاندارد (انحراف استاندارد) u (و یا با یک تقریب خوب از آن) باشد. بنابراین $g(\eta|\eta_m)$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$g(\eta|\eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y}{u}\right)^2\right] =: \varphi(\eta; y, u^2).$$

۷-۲-۵ به طور کلی، برآورد y به η_m بستگی دارد، یعنی، $y=y(\eta_m)$. وقتی اطلاعات Y قبل از اندازه‌گیری ناچیز باشد، نوعا $Y \approx \eta_m$ می‌باشد; برای مشاهده مثال در موردی که این گونه نیست به بند الف-۴-۴ مراجعه کنید.

۷-۲-۶ از مراحلی که به رابطه (۲) منجر می‌شوند، احتمال این که Y با تابع چگالی احتمال ارائه شده در رابطه (۵) دربازه [a,b] قرار گیرد، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$P_r(a \le Y \le b \mid \eta_m) = \Phi\left(\frac{b-y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{a-y}{u}\right)$$

که $y=y(\eta_m)$ و

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp(-t^2/2)dt$$

تابع توزیع نرمال استاندارد می‌باشد (به پیوست الف مراجعه کنید).

۷-۳ بازه‌های رواداری یک طرفه با تابع های چگالی احتمال نرمال

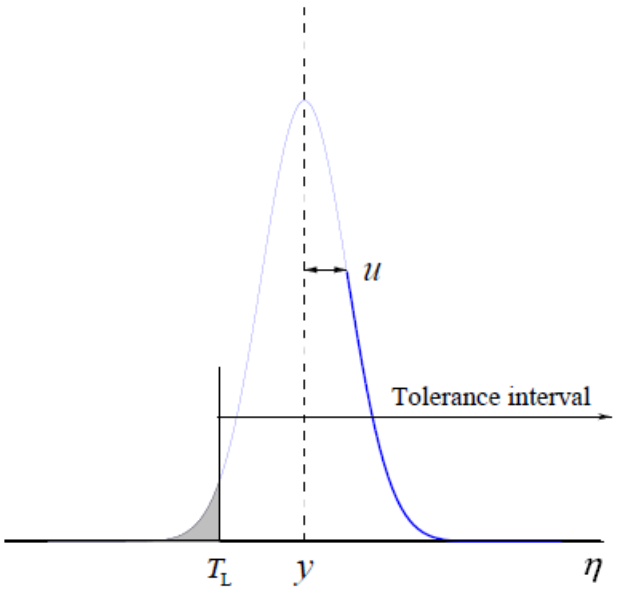
۷-۳-۱ حد پایینی رواداری تک مقدار

شکل ۳ یک بازه رواداری یک طرفه با یک حد رواداری پایینی تک مقدار T_L را نشان می‌دهد. مقادیر منطبق یک خاصیت مورد نظر Y در بازه $\eta \geq T_L$ قرار می‌گیرند. اطلاعات Y که از یک اندازه‌گیری بازرسی نتیجه می‌شود و توسط یک تابع چگالی احتمال نرمال نقل می‌گردد، برروی بازه رواداری نشان داده می‌شود. بهترین برآورد y در بازه رواداری قرار می‌گیرد؛ ناحیه سایه زده شده در سمت چپ T_L احتمال این که آیتم با ویژگی‌ها منطبق نباشد را نشان می‌دهد. از رابطه (۶)، با $a= T_L$ و $b\to\infty$، و با توجه به این که $\Phi(\infty)=1$ احتمال انطباق برابر با رابطه زیر است:

$$p_c=1-\Phi\left(\frac{TL-y}{u}\right) \qquad (۷)$$

وقتی $\Phi(t)+\Phi(-t)=1$ ، احتمال (۷) می‌تواند نوشته شود:

$$p_c=\Phi\left(\frac{y-TL}{u}\right) \qquad (۸)$$

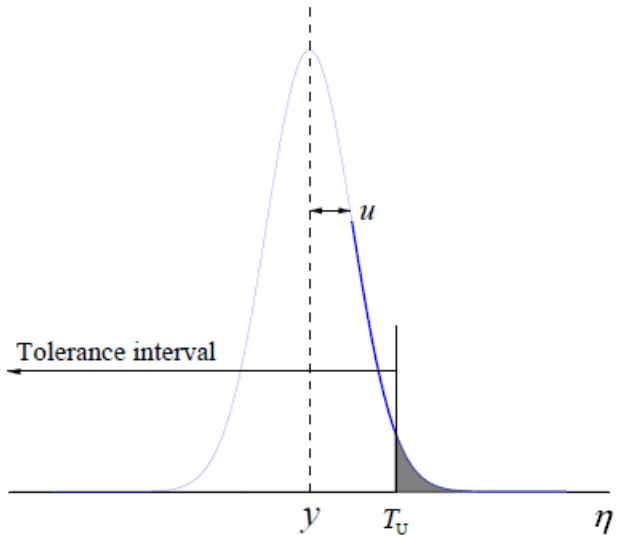


شکل۳- بازه رواداری با یک حد رواداری پایینی تک مقدار T_L. اطلاعات یک کمیتY(خاصیت یک اندازه‌گیری مورد نظر) متعاقب اندازه‌گیری توسط یک تابع چگالی احتمال نرمال با بهترین برآورد y و عدم قطعیت استاندارد مربوطه u مشخص می‌شود. مقادیر منطبق Y در بازه $\eta \geq T_L$ قرار می‌گیرد.

۷-۳-۲ حد رواداری بالای تک مقدار

شکل ۴ یک تابع چگالی احتمال نرمال بر روی یک بازه رواداری یک طرفه با حدرواداری بالایی تک مقدارT_U را نشان می‌دهد. مقادیر منطبق یک خاصیت مورد نظر Y در بازه $\eta \leq T_U$ قرار می‌گیرد. در این مورد، ناحیه سایه زده در سمت راست T_U احتمال این که آیتم با ویژگی‌ها منطبق نباشد را نشان می‌دهد. از رابطه (۶)، با$b=T_U$ و $a \rightarrow -\infty$، و با توجه به این که $\Phi(-\infty)=0$ احتمال انطباق برابر با رابطه زیر است:

$$p_c = \Phi\left(\frac{TU-y}{u}\right) \qquad (۹)$$



شکل۴- مانند شکل ۳ به استثنا این که با یک حد رواداری بالایی تک مقدار T_U مقادیر منطبق Y در بازه $\eta \leq T_U$ قرار می گیرد.

۷-۳-۳ روش کلی با حد های رواداری تک مقدار

احتمال‌های (۸) و (۹) یک شکل یکسان هستند و می‌توان آن‌ها را بصورت زیر نوشت:

$$p_c = \Phi(z) \qquad \text{رابطه (۱۰)}$$

که $z=(y-T_L)/u$ برای یک حد پایینی و $z=(T_U-y)/u$ برای حد بالایی می‌باشد.در هر دو مورد p_c بزرگتر یا مساوی با ۱/۲ برای یک برآورد y در بازه رواداری $(z\geq 0)$ و در غیر این صورت کمتر از ۱/۲ است. جدول ۱ مقادیر z برای مقادیر متعددی از احتمال انطباق p_c را نشان می‌دهد.

جدول۱- احتمال انطباق(p_c) و احتمال عدم انطباق ($p'_c=1-p_c$) برای بازه‌های رواداری یکطرفه و تابع های چگالی احتمال نرمال. برای حد پایینی $z=(y-T_L)/u$ ؛ برای حد بالایی $z=(T_U-y)/u$. در هر دو مورد، $z\geq 0$ برای برآورد y در بازه رواداری می باشد.

p_c	p'_c	z
۰/۸۰	۰/۲۰	۰/۸۴
۰/۹۰	۰/۱۰	۱/۲۸
۰/۹۵	۰/۰۵	۱/۶۴
۰/۹۹	۰/۰۱	۲/۳۳
۰/۹۹۹	۰/۰۰۱	۳/۰۹

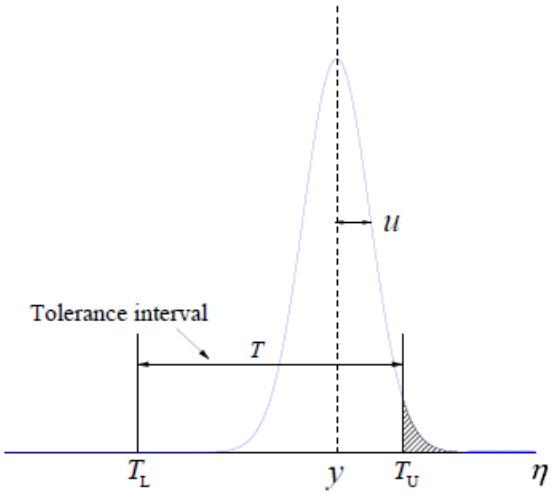
مثال۱: ولتاژ شکست V_b یک دیود زنر اندازه‌گیری شده است، بهترین برآورد $v_b=5/47$ V با عدم قطعیت استاندارد مربوطه u=0.05 V را نتیجه می‌دهد. ویژگی‌های دیود الزام می‌کند $V_b\leq -5.40$ V باشد، که حد بالایی رو ولتاژ شکست است. بنابراین $Z=[-5.40-(-5.47)]/0.05=1.40$ و از رابطه (۱۰)، $\Phi(1.40)=0.92$ $=p_c$. یک احتمال ۹۲٪ وجود دارد که دیود با ویژگی‌ها منطبق باشد.

مثال ۲: یک ظرف فلزی، برای تخریب با استفاده از آب تحت فشار در فرآیند اندازه‌گیری نیروی ترکیدگی B آزمون شد. اندازه‌گیری بهترین برآورد b=509.7 kPa ، با عدم قطعیت استاندارد مربوطه u=8.6 kPa را نتیجه می

دهد. ویژگی‌های ظرف الزام می‌کند که B≥490 kPa باشد که حد پایینی روی قدرت براست می‌باشد بنابراین z=(509.7-490)/8.6=2.3 و از رابطه (۱۰) $p_c= \Phi(2.3)=0.99$ می‌باشد. یک احتمال ۹۹٪ وجود دارد که ظرف با ویژگی‌های پیش از آزمون مخرب منطبق باشد.

۴-۷ بازه‌های رواداری دو طرفه با تابع های چگالی احتمال نرمال

شکل ۵ یک بازه رواداری دو طرفه با حد های رواداری T_Lو T_U و طول $T= T_U-T_L$ که رواداری T را تعریف می-کند، نشان می‌دهد. مانند قبل چنین فرض می‌شود که اطلاعات اندازه ده Y توسط یک تابع چگالی احتمال نرمال بیان می‌شود. برآورد y در بازه رواداری قرار می‌گیرد و بخش قابل مشاهده‌ای از احتمال در ناحیه η □ T_U آن سوی حد بالایی رواداری وجود دارد.



شکل ۵- همانند شکل ۳ ، به جز این که بازه رواداری دوطرفه است. طول بازه، T_U-T_L، مساوی با رواداری T می باشد. مقادیر منطبق Y در بازه $T_{L\leq\eta\leq} T_U$ قرار می‌گیرند.

با بکارگیری رابطه (۶) با $b= T_U$ و $a= T_L$ احتمال انطباق به صورت زیر نتیجه می‌شود

$$P_c=\Phi\left(\frac{TU-y}{u}\right)-\Phi\left(\frac{TL-y}{u}\right) \qquad \text{رابطه (۱۱)}$$

مثال : یک نمونه ازروغن موتور SAE گرید ۴۰ لازم است که در ۱۰۰ درجه سلسیوس دارای یک گرانروی سینماتیکی Y که کمتر از ۱۲/۵ میلی‌متر مربع بر ثانیه و بیشتر از ۱۶/۳ میلی‌متر مربع بر ثانیه نباشد باشد. گرانروی سینماتیکی نمونه که در ۱۰۰ درجه سلسیوس اندازه‌گیری می‌شود، یک برآورد $y=13.6\ mm^2/s$ و عدم قطعیت استاندارد مرتبط $u=1.8\ mm^2/s$ را نتیجه می‌دهد. طبق رابطه (۱۱) از کمیت‌های

$(T_U-y)/u=(16.3-13.6)/1.8=1.5$, $(T_L-y)/u=(12.5-13.6)/1.8=-0.6$

بنابراین

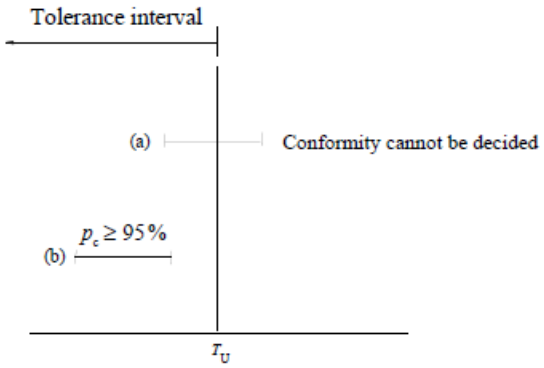
$P_c= \Phi(1.5)- \Phi(-0.6)=0.93-0.27=0.66$

یک احتمال ۶۶٪ وجود دارد که نمونه روغن موتور با ویژگی‌ها منطبق باشد.

۷-۵ احتمال انطباق و بازه های پوشش

۷-۵-۱ یک نتیجه اندازه‌گیری می‌تواند به وسیله ارائه یک احتمال پوشش مرتبط (به بند ۶-۳-۲ مراجعه کنید) به جای یک تابع چگالی احتمال واضح برای اندازه ده Y خلاصه شود. در چنین موردی، بیانی از احتمال انطباق می‌تواند با مقایسه بازه پوشش با بازه رواداری ایجاد شود. اگر بازه پوشش با احتمال پوششp کاملا در بازه رواداری قرار گیرد، p_c نمی‌تواند کمتر ازp باشد. این مشاهده در شکل ۶ به تصویر کشیده شده است، که دو بازه پوشش ۹۵ ٪ را در نزدیکی حد بالایی رواداری نشان می‌دهد.

۷-۵-۲ بازه (الف) آن سوی حد رواداری گسترده می‌شود و بدون اطلاع از شکل تابع چگالی احتمال Y هیچ گونه عبارت قطعی راجع به احتمال انطباق نمی‌توان ایجاد کرد.



شکل۶- دو بازه پوشش ۹۵ درصدی برای اندازه ده Y نزدیک به حد بالای رواداری T_U .

بازه (الف) آن سوی حد رواداری گسترده می‌شود و بدون اطلاع از تابع چگالی احتمال Y نمی‌توان راجع به انطباق تصمیم‌گیری کرد. بازه (ب) کاملا درون بازه رواداری قرار می گیرد که برای این بازه $p_c \geq 95\%$

۷-۵-۳ تمامی مقادیر بازه (ب)، کمتر از حد رواداری هستند و مقادیر منطبقی از Y وجود دارند که به این بازه تعلق ندارند؛ بنابراین $p_c \geq ٪۹۵$ می‌باشد.

۷-۵-۴ به طور کلی، اگر $[\eta_{low}, \eta_{high}]$ یک بازه پوشش برای Y ، با احتمال پوشش p باشد، آنگاه

- برای حد رواداری بالایی تک مقدار T_U، $p_c \geq p$ است اگر $\eta_{high} \leq T_U$ باشد؛
- برای حد رواداری پایینی تک مقدار T_L ، $p_c \geq p$ است اگر $\eta_{low} \geq T_L$ باشد؛
- برای یک بازه رواداری دو طرفه با حدهای رواداری بالایی و پایینی T_U و T_L ، $p_c \geq p$ است اگر $\eta_{low} \geq T_L$ و $\eta_{high} \leq T_U$ باشد.

یادآوری ۱- مقایسه بازه پوشش برای یک خاصیت مورد نظر با بازه مقادیر مجاز، مطابق با ISO105576-1 ، بر اساس تصمیم-گیری انطباق با ویژگی‌ها می‌باشد[۲۲].

یادآوری۲- احتمال انطباق همیشه می‌تواند با تابع چگالی احتمال داده شده Y محاسبه شود. تابع چگالی احتمال برای یک اندازه ده حاوی اطلاعات مفیدتر از بازه پوشش با احتمال پوشش مربوط به آن می‌باشد.

یادآوری ۳- وقتی یک ارزیابی انطباق دستگاه اندازه‌گیری انجام می‌شود- به ویژه زمانی که ارزیابی با استانداردهای معینی تنظیم می‌شود- تعریف اندازه ده و در نتیجه ارزیابی عدم قطعیت ممکن است سر راست نباشد و ممکن است توجه ویژه نیاز داشته باشد

۷-۶ شاخص توانمندی اندازه‌گیری[1] C_m

۷-۶-۱ موردی را در نظر بگیرید که اطلاعات اولیه آن قدر ناچیز است که می‌توان چنین در نظر گرفت که اطلاعات مربوط به مقادیر احتمالی خاصیت اندازه‌گیری شده Y با اندازه‌گیری تامین می‌شوند. در چنین موردی، اگر چنین فرض شود که توزیع برای Y یک تابع چگالی احتمال نرمال$g(\eta \mid \eta_m) = \varphi(\eta; y, u^2)$ باشد، آنگاه $y \approx \eta_m$ و $u \approx u_m$ می‌باشد (به بند الف-۴-۴-۳ مراجعه کنید). در زیر بندهای بعدی چنین فرض می‌شود که موارد بالا

1 -Measurement capability index

وجود داشته باشد و نتیجه اندازه‌گیری با دو پارامتر (η_m و u_m) به عنوان امید ریاضی و انحراف معیارتابع چگالی احتمال نرمال خلاصه سازی می‌شود.

۷-۶-۲ پارامتری که کیفیت اندازه‌گیری را نسبت به یک الزام معین با یک رواداری مشخص می‌کند، شاخص توانمندی اندازه‌گیری نامیده می‌شود (به بند ۳-۳-۱۷ مراجعه کنید) و با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$C_{\mathrm{m}} = \frac{T_{\mathrm{U}} - T_{\mathrm{L}}}{4u_{\mathrm{m}}} = \frac{T}{4u_{\mathrm{m}}} = \frac{T}{2U}, \qquad (۱۲)$$

که در آن $U=2u_m$ ، عدم قطعیت گسترده با عامل پوشش $k=2$ است.

۷-۶-۳ عامل ۴ در رابطه (۱۲) اختیاری است؛ انتخاب خاصی که با کاربرد گسترده بازه پوشش $[\eta_m-2u_m,\eta_m+2u_m]$ در گزارش نتیجه اندازه‌گیری حاصل می‌گردد. در موردی که $g(\eta \mid \eta_m)$ یک تابع چگالی احتمال نرمال است، احتمال پوشش برای چنین بازه‌ای تقریبا ۹۵٪ است.

۷-۶-۴ ارتباط نزدیکی بین C_m و سایر پارامترهای مشتق که برای مشخص کردن کیفیت اندازه‌گیری در زمینه-های گوناگون به کار رفته‌اند، وجود دارد. در این میان نسبت اندازه‌گیری قانون، سازندگان اندازه، نسبت عدم قطعیت آزمون[1](TUR) [۳۲] و نسبت درستی آزمون [2] (TAR)[۱] می باشند. چنین پارامترهایی نوعا به شکل نسبت بیان می‌شوند مانند قانون ۱۰ تا ۱ یا TUR4:1 .وقتی با چنین قانون‌هایی مواجه می‌شویم باید مراقب باشیم چرا که آن‌ها گاهی به صورت مبهم یا ناقص تعریف شده‌اند از سوی دیگر رابطه (۱۲) مشخص می‌کند که عبارتی مانند $C_m\geq4$ چنین معنی می‌دهد که $u_m\leq T/16$ است.

۷-۶-۵ در کالیبراسیون یا تصدیق دستگاه اندازه‌گیری یک الزام معین اغلب به عنوان بیشینه خطای مجاز نشاندهی[3] بیان می‌شود (به بند ۳-۳-۱۸ مراجعه کنید). چنین الزامی به این معنی است که وقتی دستگاه اندازه گیری برای اندازه‌گیری کمیت Y به کار برده می‌شود، خطای نشاندهی باید در بازه‌ای که با حدهای بالایی و پایینی معین تعریف شده است، قرار گیرد. در یک مورد متداول یک بازه متقارن $[-E_{max},E_{max}]$ ، رواداری برابر است با $T=2E_{max}$و شاخص توانمندی اندازه‌گیری به صورت زیر است:

1- test uncertainty ratio
2 -test accuracy ratio
3 -maximum permissible error (of indication)

$$C_{\mathrm{m}} = \frac{2E_{\max}}{2U} = \frac{E_{\max}}{U}.$$

در این رابطه U عدم قطعیت گسترده برای عامل پوشش K=2 مربوط به اندازه‌گیری خطای نشان دهی دستگاه اندازه‌گیری است.

۷-۷ شاخص توانمندی اندازه گیری و احتمال انطباق

۱-۷-۷ رابطه (۱۱) برای یک تابع چگالی احتمال نرمال احتمال انطباق p_c را با استفاده از جفت ویژه‌ای از حد های رواداری (T_L,T_U) و نتیجه اندازه‌گیری خاصی که با (y,u) به طور خلاصه نشان داده می‌شود، به ما می‌دهد. با در نظر گرفتن $y=\eta_m$ و $u=u_m$ ، این رابطه می‌تواند به شکل مناسبی برای یک اندازه‌گیری عمومی دوباره نویسی شود. مسئله‌ای با تعریف یک کمیت

$$y\square = \frac{\eta m - TL}{T} \qquad (۱۳)$$

برای برآورد η_m در بازه رواداری، $y\square$ در بازه $0 \leq y\square \leq 1$ قرار دارد.

۲-۷-۷ برای تابع چگالی احتمال نرمال اندازه‌گیری بعدی $\varphi(\eta,\eta_m,u_m^2)$ ، رابطه (۱۱) با استفاده از رابطه‌های (۱۲) و (۱۳) به صورت زیر نوشته می‌شود.

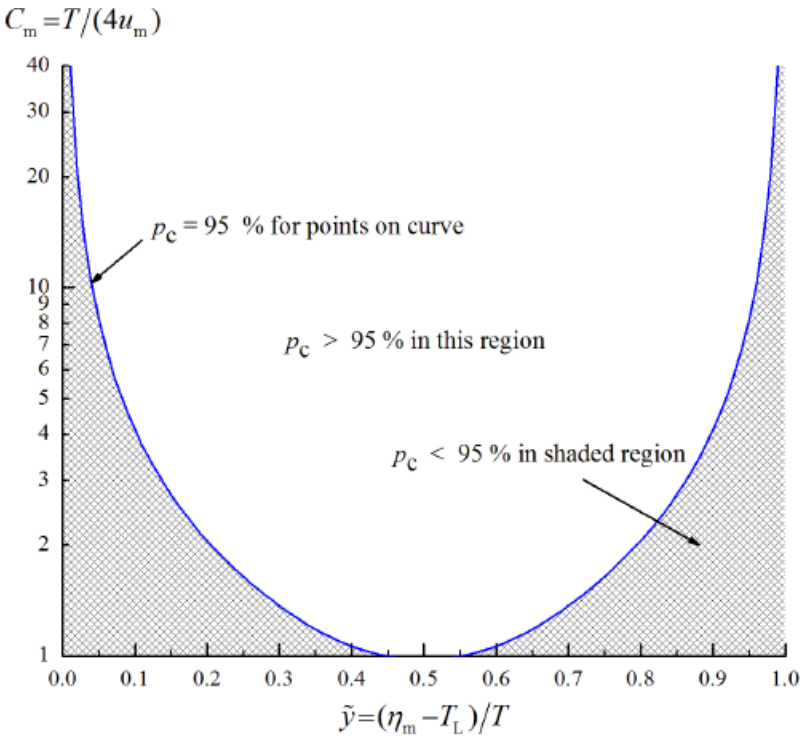
$$p_c=\phi[4C_m(1-\square y)]-\phi(- \qquad (۱۴)$$

$$4C_m\square y)=p_c(\square y,C_m)$$

بنابراین p_c به طور کامل با دو کمیت $\square y,C_m$ تعیین می‌شود.

۳-۷-۷ اغلب این گونه است که عدم قطعیت استاندارد u_m مربوط به برآورد η_m دارای مقدار ثابتی است که بستگی به طرح سیستم اندازه‌گیری دارد در حالی که مستقل از η_m است. برای مثال مجموعه‌ای از نمونه‌های آب ممکن است برای تعیین غلظت جرمی جیوه حل شده در هر نمونه، با استفاده از یک روش اجرایی اندازه‌گیری که برآوردهای متفاوتی که هر یک دارای عدم قطعیت استاندارد مرتبط یکسان u_m را نتیجه می‌دهد، بررسی شوند. در چنین موردی ضریب توانمندی اندازه‌گیری $C_m=T/4\ u_m$ ثابت است و سوالی مانند این که آیا خاصیت اندازه گیری شده با یک احتمال قابل قبول با ویژگی‌ها منطبق است یا نه، می‌تواند بر اساس برآورد η_m با استفاده از رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) با C_m ثابت تصمیم‌گیری شود.

یادآوری- به موردی که در آن عدم قطعیت استاندارد u_m متناسب با برآورد η_m می‌باشد در[۱۳، پیوست الف] پرداخته شده است.



شکل۷- ضریب توانمندی اندازه گیری $C_m=T/4\ u_m$ در برابر $y=\frac{\eta m-TL}{T}$، نشان دهنده مکان هندسی احتمال انطباق ۹۵٪ ثابت P_C. منحنی ناحیه‌های انطباق و عدم انطباق در سطح اطمینان ۹۵٪ را جدا می‌کند. تابع اندازه‌گیری بعدی برای اندازه ده Y تابع چگالی احتمال نرمال $\varphi(\eta,\eta_m,u_m^2)$ می باشد.

۴-۷-۷ یک تعداد بی‌نهایت از جفت های (Y,C_m) وجود دارد که یک احتمال انطباق p_c از طریق رابطه (۱۴) را نتیجه می‌دهد. شکل ۷ C_m در برابر Y در طول یک منحنی احتمال انطباق ۹۵٪ ثابت برای برآوردهای η_m در بازه رواداری $0\leq y\leq 1$ را نشان می‌دهد. منحنی ناحیه‌های انطباق(سایه نزده) و عدم انطباق(سایه زده) $0\leq y\leq 1$یک سطح اطمینان ۹۵٪ جدا می‌کند.

۵-۷-۷ محور افقی در شکل ۷ به $C_m=1$ یا $u_m=T/4$ مربوط می‌شود. برای این عدم قطعیت استاندارد نسبتا بزرگ می‌توان در نظر گرفت که تنها برای $0.45\leq Y\leq 0.55$ ، $p_c\geq 95\%$ است. اگر الزام باشد که خاصیت اندازه گیری شده با حداقل یک سطح اطمینان ۹۵٪ با ویژگی‌ها منطبق باشد، آن‌گاه برآورد قابل قبول η_m باید در مرکز حدود ۱۰ ٪ از بازه رواداری قرار گیرند.

۸ بازه‌های پذیرش

۸-۱ حدهای پذیرش

۸-۱-۱ تصمیم‌گیری برای پذیرش یک آیتم به عنوان آیتم منطبق یا عدم پذیرش آن به عنوان آیتم نا منطبق با ویژگی‌ها بر اساس مقدار اندازه‌گیری شده η_m از یک خاصیت آیتم در رابطه با قانون تصمیم بیان شده که نقش عدم قطعیت اندازه‌گیری را در فرمول بندی معیارهای پذیرش تعیین می‌کند، می‌باشد. یک بازه از مقادیر اندازه گیری شده یک خاصیت که پذیرش آیتم را نتیجه می‌دهد بازه پذیرش نامیده می‌شود (به بند ۳-۳-۹ مراجعه کنید) با یک یا دو حد پذیرش تعریف می‌شود(به بند ۳-۳-۸ مراجعه کنید).

۸-۱-۲ همان‌گونه که در مقدمه پیشنهاد شد حدهای پذیرش و قوانین تصمیم‌گیری مربوط به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که نتایج نامطلوب تصمیم‌گیری‌های نادرست را مدیریت کنند. تعدادی قوانین تصمیم‌گیری پر کاربرد وجود دارند که به راحتی اجرا می‌شوند. آن‌ها می‌توانند زمانی که اطلاعات خاصیت مورد نظر به وسیله بهترین برآورد و بازه پوشش مربوطه خلاصه سازی می‌شود به کار برده شوند. دو تا از چنین تصمیم‌های اندازه‌گیری در زیر بندهای بعدی شرح داده می‌شوند.

۸-۲ قانون تصمیم‌گیری بر پایه پذیرش ساده

۸-۲-۱ یک قانون تصمیم‌گیری مهم و پر کاربرد به عنوان پذیرش ساده[۲] یا ریسک مشارکتی [۲۰] شناخته می‌شود. تحت چنین قانونی، تولید کننده و استفاده کننده (مصرف کننده) نتیجه اندازه‌گیری به طور مستقیم یا غیر مستقیم توافق می‌کنند که آیتمی را به عنوان منطبق بپذیرند (و در غیر این صورت رد کنند) که خاصیت آن مقدار اندازه‌گیری شده‌ای در بازه رواداری داشته باشد. همان‌گونه که نام انتخابی ریسک مشارکتی می‌رساند تولید کننده و استفاده کننده با یک قانون تصمیم‌گیری پذیرش ساده نتایج تصمیم‌های نادرست به اشتراک می‌گذارند.

۸-۲-۲ در عمل، جهت حفظ شانس‌های تصمیمات نادرست برای سطح‌های قابل پذیرش هر دوی تولید کننده و استفاده کننده، معمولا یک الزام وجود دارد که عدم قطعیت اندازه‌گیری طوری در نظر گرفته و داوری شود که برای هدف تعیین شده قابل پذیرش باشد.

۸-۲-۳ یک رویکرد برای چنین ملاحظاتی این است که ارائه یک برآورد از کمیت اندازه ده که عدم قطعیت گسترده مرتبط U ، برای یک عامل پوشش $K=2$ ، باید $U \leq U_{max}$ برآورده سازد که در آن U_{max} بیشینه عدم قطعیت گسترده قابل پذیرش که مورد توافق دوطرف بوده است می‌باشد، الزامی است. این رویکرد با مثالی که در زیر آمده است شرح داده می شود.

مثال : در اندازه‌شناسی قانونی[۴۰] یک قانون تصمیم بر اساس پذیرش ساده در تصدیق دستگاه‌های اندازه گیری استفاده می‌شود در نظر بگیرید که لازم است چنین دستگاهی دارای خطای نشان‌دهی در بازه$[-E_{max},E_{max}]$ باشد. دستگاه اندازه‌گیری به عنوان یک دستگاه منطبق با الزام معین پذیرفته می‌شود اگرضوابط زیر را برآورده سازد:

(الف) در اندازه‌گیری یک استاندارد کالیبره شده، بهترین برآورد e از خطای نشاندهی دستگاه E رابطه زیر را برآورده سازد:

$$|e| \leq E_{max}$$

(ب) عدم قطعیت گسترده برای عامل پوشش k=2 مرتبط با برآورد e رابطه زیر را برآورده سازد

$$U \leq U_{max} = E_{max}/3$$

از لحاظ ضریب توانمندی اندازه‌گیری، ضابطه (ب) معادل این الزام است که$C_m \geq$ ۳ (به بند ۷-۶ مراجعه کنید).

۸-۲-۴ قانون کاربردی تصمیم پذیرش دیگری، از آن چه که به عنوان "روش درستی[1]" اشاره می‌شود و در IEC GUIDE 115 شرح و [۱۹]، تبعیت می‌کند. در این رویکرد، یک روش آزمون به خوبی مشخص شده به کار برده می‌شود و منابع عدم قطعیت با (الف) استفاده از دستگاه‌های اندازه‌گیری با بیشینه خطاهای مجاز در حد-های معین، (ب) اثرات محیطی، مانند دما و رطوبت نسبی که در حدهای معینی نگه داشته شده‌اند، (ج) مستندات کنترل روش‌های اجرای آزمایشگاهی (د) مستندات صلاحیت پرسنل آزمایشگاهی به حداقل می‌رسد.

۸-۲-۵ با کنترل منابع تغییر پذیری در حدهای تعیین شده، عدم قطعیت اندازه‌گیری مرتبط با بهترین برآورد اندازه ده ناچیز فرض می‌شود، به روشنی ارزیابی نمی‌شود، و هیچ نقشی در تصمیم پذیرش یا عدم پذیرش ایفا نمی‌کند. رویکرد روش اجرایی IEC GUIDE 115 ۲ (روش درستی) عملیات متداول آزمایشگاه‌های آزمون الکترو تکنیک در هنگام کاربرد پیشرفته‌ترین تجهیزات اندازه‌گیری، روال‌ها و روش‌های آزمون برقرار شده را رسمی می‌کند.

۸-۲-۶ بسته به پهنای نسبی بازه رواداری و بازه پوشش، یک قانون تصمیم پذیرش ساده و قانون تصمیم مشابه، اغلب می‌تواند کیفیت اهداف اندازه‌گیری و کالیبراسیون‌های اندازه‌گیری شده درحمایت از ارزیابی انطباق را تقویت کند.

۸-۳ قوانین تصمیم بر پایه باندهای محافظ

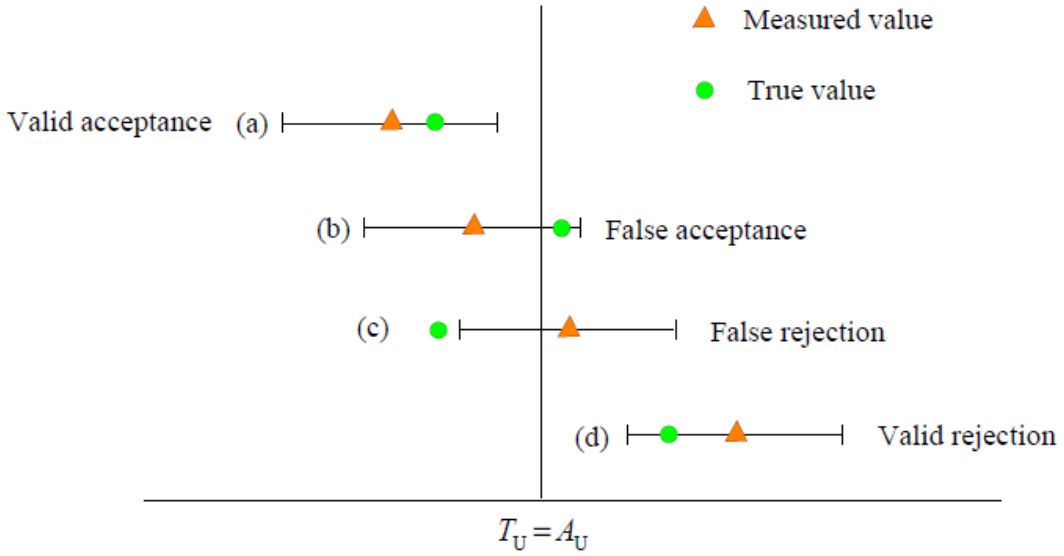
۸-۳-۱ ملاحظات کلی

1 -accuracy method

۸-۳-۱-۱پذیرش یا عدم پذیرش یک آیتم زمانی که مقدار اندازه‌گیری شده خاصیت مورد نظر آن به یک حد رواداری نزدیک باشد ممکن است از یک تصمیم نادرست نتیجه شود و به سمت نتایج نامطلوب سوق داده شود چنین تصمیمات نادرستی عموما در حالتی که یک حد بالایی تک مقدار وجود داشته باشد بر دو نوع هستند [شرح داده شده در شکل۸، نتایج(ب) و (ج)].

۸-۳-۱-۲ با یک قانون تصمیم بر پایه پذیرش ساده یا حالت معمول تابع چگالی احتمال تک مدی متقارن (مانند یک توزیع نرمال) برای اندازه ده، احتمال پذیرش یک آیتم نامنطبق [شکل۸،(ب)] یا رد یک آیتم منطبق [شکل۸،(ج)] می‌تواند به بزرگی ۵۰٪ باشد. چنین چیزی اتفاق خواهد افتاد اگر به طور مثال مقدار اندازه ده یک خاصیت بسیار نزدیک به حد رواداری قرار به گیرد. در چنین موردی حدود۵۰٪ از تابع چگالی احتمال اندازه ده در یک سمت حد قرار خواهد گرفت، بنابراین اگر آیتم پذیرفته یا مردود شود، یک شانس ۵۰٪ برای یک تصمیم نادرست وجود خواهد داشت.

۸-۳-۱-۳ با انتخاب انحراف حدهای پذیرش جبرانی نسبت به حدهای رواداری هر یک از این احتمال‌ها می‌توانند در قبال افزایش دیگری کاهش یابند، استراتژی تصمیم انطباقی که باندهای محافظ نامیده می‌شوند.



شکل ۸-قانون تصمیم پذیرش ساده نزدیک به حد رواداری بالایی T_U با چهار بازه پوشش ۹۵٪.

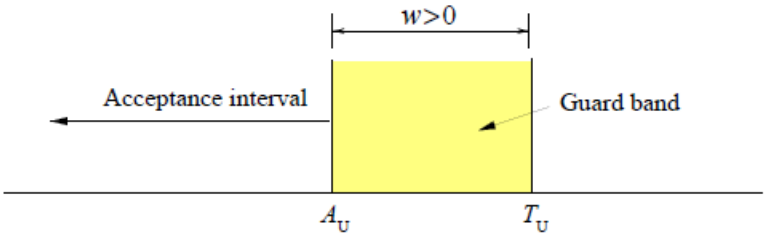
برای چنین قانون تصمیمی حد پذیرش A_U با حد رواداری منطبق می شود. تصمیم‌های که برای پذیرش یا عدم پذیرش آیتم‌های بازرسی شده گرفته می شوند بر پایه مقادیر اندازه‌گیری شده می باشند (مثلث ها)؛ مقادیر واقعی(دایره‌ها) را نمی‌توان شناسایی کرد. موارد(ب) و (ج) که به سمت تصمیمات نادرست سوق داده می‌شوند به

ترتیب پذیرش نادرست و عدم پذیرش نادرست نامیده می‌شوند(به بند ۹-۳-۲ مراجعه کنید). در مورد (ج) مقدار واقعی اندازه ده (ناشناخته) بیرون از بازه پوشش ۹۵ ٪ قرار می گیرد.

۸-۳-۲ پذیرش حفاظت شده

۸-۳-۲-۱ ریسک پذیرش یک آیتم غیر منطبق همانگونه که در شکل ۹ نشان داده می‌شود، می‌تواند با قرار گیری یک حد پذیرش A_U درون بازه رواداری کاهش یابد. بازه‌ای که با A_UوT_U باند محافظ نامیده می‌شود (به بند ۳-۳-۱۱ مراجعه کنید)، و قانون تصمیم نتیجه شده پذیرش حفاظت شده نامیده می شود.

یادآوری- پذیرش حفاظت شده ، پذیرش دقیق [۲] و تطابق مثبت برای پذیرش[۱۸] نیز نامیده می‌شود.



شکل۹- قانون تصمیم بر پایه پذیرش حفاظت شده.یک حد بالایی پذیرش A_U درون حد رواداری بالایی T_U بازه پذیرشی را تعریف می‌کند که احتمال پذیرش نادرست یک آیتم نا منطبق را کاهش می‌دهد(ریسک مصرف کننده). طبق قرارداد، پارامتر طول *w* مربوط به باند محافظ پذیرش حفاظت شده مثبت در نظر گرفته می‌شود. $w=T_U-A_U>0$

۸-۳-۲-۲ اختلاف بین حد رواداری و حد پذیرش مرتبط پارامتر طول w را برای باند محافظ تعریف می‌کند. یعنی

$$W=T_U-A_U$$

برای یک قانون تصمیم پذیرش حفاظت شده، $w>0$

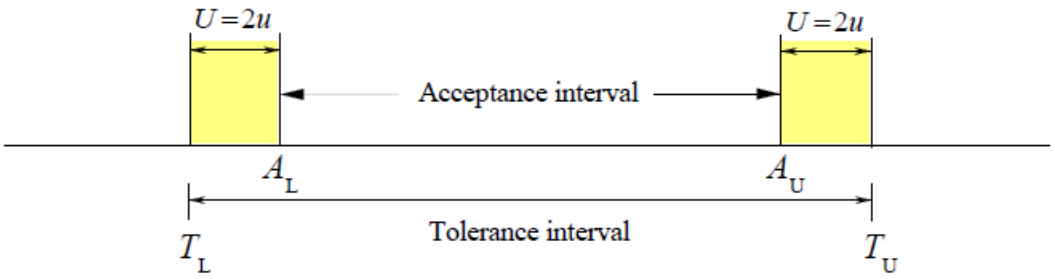
۸-۳-۲-۳ در بسیاری از کاربردها پارامتر طول w یک مضرب عدم قطعیت گسترده برای عامل پوشش k=2 و U=2u در نظر گرفته می‌شود یعنی

$$w=rU$$

با ضریب r که برای تضمین یک کمینه احتمال انطباق برای آیتمی که پذیرفته شده است انتخاب شده است. یک انتخاب معمولی r=1 است ، که در این صورت w=U می باشد.

مثال- ISO 14253-1 [۲۱] یک قانون تصمیم پذیرش محافظ قراردادی برای نشان دادن انطباق با ویژگی‌ها ایجاد کرده است. شکل ۱۰ از ISO 14253-1 ، شکل ۷ گرفته شده است. در مورد یک بازه رواداری دو طرفه، حدهای پذیرش بالایی و پایینی از حدهای رواداری مرتبط با باندهای محافظ با پارامتر طول $w=Y=2u$ انحراف دارند.

هدف باندهای محافظ، با $w=2u$، تضمین این است که برای هر مقدار اندازه‌گیری شده که در بازه پذیرش قرار دارد، احتمال پذیرش یک آیتم نامنطبق، با فرض یک تابع چگالی احتمال نرمال برای کمیت اندازه‌گیری شده حداکثر ۲/۳ درصد است. این بیشینه احتمال در صورتی اتفاق می‌افتد که مقدار اندازه‌گیری شده خاصیت با یک حد پذیرش منطبق باشد. برای مقادیر اندازه گیری شده دور از حدهای پذیرش احتمال یک پذیرش نادرست کمتر از بیشینه خواهد بود.



شکل ۱۰- بازه پذیرش دو طرفه با کاهش بازه رواداری در هر یک از دو طرف با $k=2$ عدم قطعیت گسترده $U=2u$ را ایجاد کرده است. این قانون تصمیم قراردادی ایجاد شده در ISO 14253-1 [۲۱] می باشد.

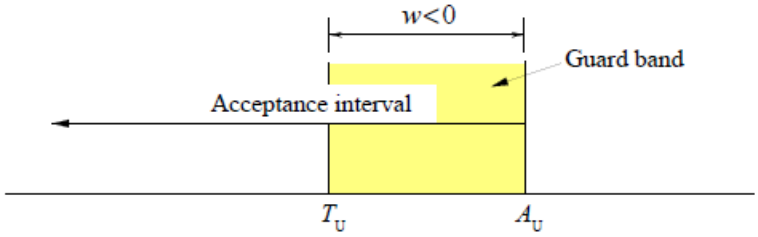
در ISO 14253-1، بازه پذیرش، ناحیه انطباق و بازه رواداری ناحیه ویژگی‌ها نامیده می‌شود. برچسب‌های شکل ۱۰، از قراردادهای این سند پیروی می‌کند.

۸-۳-۳ عدم پذیرش حفاظت شده

۸-۳-۳-۱ یک حد پذیرش خارج از بازه رواداری، آن‌گونه که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، می‌تواند طوری انتخاب شود که احتمال این که یک آیتم مردود به طور قانونی نامنطبق باشد را افزایش دهد. چنین قانون تصمیم عدم پذیرش حفاظت شده اغلب زمانی به کار می‌رود که شخصی به مدرک روشنی برای این که یک حد از وقوع تخلفی تجاوز کرده است، نیاز داشته باشد.

یادآوری- عدم پذیرش حفاظت شده، به عنوان عدم پذیرش سختگیرانه و موارد مثبت غیر قابل قبول برای عدم پذیرش نیز شناخته می‌شود[۲].

۸-۳-۳-۲ پارامتر طول w برای یک باند محافظ عدم پذیرش حفاظت شده $w=T_U-A_U<0$



شکل۱۱- قانون تصمیم بر پایه عدم پذیرش حفاظت شده. یک حد پذیرش بالای A_U خارج از حد رواداری بالایی T_U یک بازه پذیرش تعریف می کند که احتمال عدم پذیرش نادرست یک آیتم نامنطبق را کاهش می دهد(ریسک مصرف کننده). پارامتر طول w مرتبط با باند محافظ عدم پذیرش حفاظت شده $w=T_U-A_U<0$ می باشد.

مثال ۱- اجرای حد سرعت

در اجرای قانون بزرگراه، سرعت موتورسواران توسط پلیس با استفاده از دستگاهی مانند رادار و تفنگ لیزری اندازه‌گیری می شود [۴۲]. تصمیم‌گیری برای صدور جریمه سرعت، که ممکن است به طور بالقوه منجر به حضور در دادگاه شود، باید با درجه بالایی از اطمینان انجام شود که آیا واقعا از حد سرعت تجاوز شده است؟

با استفاده از یک رادار داپلر خاص، اندازه‌گیری سرعت در یک محدوده با عدم قطعیت نسبی $u(v)/v$ دو درصد در بازه ۵۰ km/h انجام می‌شود. چنین فرض می‌شود که اطلاعات سرعت اندازه‌گیری شده v در این بازه توسط یک تابع چگالی احتمال نرمال با امید ریاضی v و انحراف استاندارد ۰/۰۲ v مشخص شده است.

تحت این شرایط ممکن است سوال شود برای حد سرعت $v_0=100$ km/h چه آستانه سرعت v_{max} (حد پذیرش) باید گذاشته شود به طوری که برای سرعت اندازه‌گیری شده $v\geq v_{max}$ احتمال این که $v\geq v_0$ ، حداقل ۹۹/۹ ٪ باشد؟

این مسئله ریاضی معادل محاسبه احتمال انطباق برای یک بازه رواداری یک طرفه است (به بند ۳-۷ مراجعه کنید). در این جا یک مقدار $z=(v_{max}-v_0)/(0.02v_{max})$ مورد نیاز است که ۹۹/۹ ٪ از احتمال آن در ناحیه $V\geq v_0$ قرار می‌گیرد. از جدول یک مشاهده می‌شود که $z=3.09$ می‌باشد بنابراین

$$v_{\max} = \frac{v_0}{1-0.02z} = \frac{100}{1-0.02\times 3.09}\ \text{km/h} \approx 107\ \text{km/h}.$$

بازه [100 km/h≤v≤107 km/h] یک باند محافظ است که اطمینان می‌دهد که به احتمال حداقل ۹۹/۹٪ برای سرعت اندازه گیری شده 107 km/h یا بیشتر، از حد سرعت تجاوز شده است.

مثال ۲ - داروها در حیوانات زنده و فرآورده‌های حیوانی

استروئید بافت ساز ناندرولون متعلق به گروهی از مواد ممنوع شده به عنوان افزایش دهنده رشد در تولید غذای حیوانات می‌باشد ماده به طور طبیعی در بعضی حیوانات زنده به وجود می‌آید و در نتیجه یک حد آستانه (رواداری T=2.00 µg/L) ایجاد شده است. در یک آزمون غربالگری برای ناندرولون، غلظت اندازه‌گیری شده که از مقدار آستانه با احتمال ۹۵٪ یا بیشتر تجاوز می‌کند مشکوک در نظر گرفته می‌شود و باید با یک روش اجرایی تصدیق پیگیری شود.

در انجام یک آزمون غربالگری، آزمایشگاه خواهان تعیین یک حد پذیرش A می‌باشد که از رابطه زیر بدست می‌آید

$$A=T+g$$

که در آن $g=|w|$ یک باند محافظ است. (شکل ۱۱ را ببینید) ، به طوری که برای مقدار اندازه گیری شده $y\geq A$ احتمال این که $Y\geq T$ باشد حداقل ۹۵٪ است. آزمایشگاه، روش اجرایی اندازه‌گیری خود را با اضافه نمودن ناندرولون به ۱۰ نمونه شاهد با حد غلظت نزدیک به بازه اندازه‌گیری، صحه‌گذاری می‌نماید. نمونه‌ها تحت شرایط درون آزمایشگاهی، اندازه‌گیری می‌شوند که یک انحراف معیار تجدیدپذیری مشاهده شده S برابر با۰/۲۰ µg/L(ISO 3534-2 3-3-12) نتیجه می‌دهد.

از آزمایش اسپایک کردن می‌توان نتیجه گرفت که اندازه‌گیری‌ها عاری از خطاهای سیستماتیک مهم می‌باشد. عدم قطعیت اندازه گیری تحت تاثیر اثرات تجدید پذیری قرار می‌گیرد و بنابراین تابع چگالی احتمال غلظت ناندرولون Y یک توزیع t انتقالی و درجه بندی شده (به JCGM 101:2008 6-4-9 مراجعه کنید) با $v=9$ درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود.

از جدول یا نرم افزار مناسب برای توزیع t (یک طرفه، $v=9$ درجه آزادی، احتمال ۹۵٪) باند محافظ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g=t_{0.95;9}\times s=1.83\times 0.20\ \mu g/L=0.37\ \mu g/L$$

یک نمونه با مقدار اندازه‌گیری شده y غلظت ناندرولون بزرگتر یا مساوی

$$A=(2.00+0.37)\ \mu g/L=2.37\ \mu g/L$$

می‌باشد بنابراین مشکوک در نظر گرفته می‌شود.

۹ ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده

۹-۱ کلیات

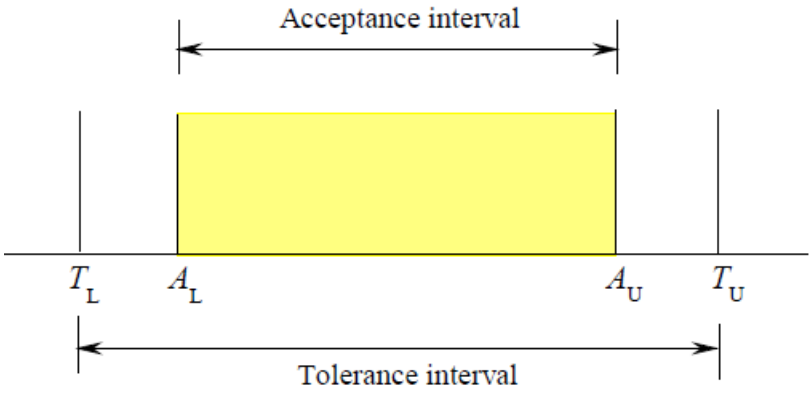
۹-۱-۱ در ارزیابی انطباق با استفاده از قانون تصمیم دو تایی، یک خاصیت از آیتم اندازه گرفته می‌شود و آیتم در صورتی به عنوان منطبق پذیرفته می‌شود که مقدار اندازه‌گیری شده خاصیت در بازه پذیرش تعریف شده قرار

گیرد. یک مقدار اندازه‌گیری شده خارج از بازه پذیرش، منجر به عدم پذیرش آیتم به عنوان آیتم نامنطبق می شود. شکل ۱۲، که شکل ۱ در صفحه ط بازیابی می‌کند، با نشان دادن بازه رواداری (مقادیر منطبق) و بازه پذیرش (مقادیر مجاز اندازه گیری شده) بازه‌های مورد نظر را شرح می‌دهد.

۹-۱-۲ استفاده از باندهای محافظ راهی برای محدود کردن احتمال‌های تصمیم‌گیری انطباق نادرست بر پایه اطلاعات اندازه‌گیری که با یک بازه پوشش خلاصه سازی شده‌اند، فراهم می‌کند. این بند مربوط به ارزیابی دقیق-تر چنین احتمال‌های برای یک فرآیند تولید می‌باشد. احتمال‌های ارزیابی شده به دو فاکتور فرآیند تولید و سیستم اندازه‌گیری بستگی دارند.

۹-۱-۳ اگر سیستم اندازه‌گیری کاملا دقیق باشد، همه تصمیم‌های انطباق درست و تمامی ریسک‌ها صفر خواهند شد. افزایش در عدم قطعیت اندازه‌گیری به معنی افزایش در احتمال یک تصمیم نادرست می‌باشد و این احتمال زمانی بیشتر خواهد بود که مقادیر اندازه‌گیری شده نزدیک به حدهای رواداری باشند.

۹-۱-۴ همچنین ریسک‌ها به طبیعت فرآیند تولید بستگی دارند. چنانچه فرآیند یک آیتمی که خاصیت مورد نظر آن نزدیک به حدهای رواداری باشد را به ندرت تولید کند، فرصت کمتری برای تصمیم‌گیری نادرست وجود دارد. بر عکس، اگر یک فرآیند آیتم‌های با خاصیت‌های احتمالا نزدیک به حدهای رواداری تولید کند، عدم قطعیت‌های مربوط به اندازه‌گیری‌ها وارد عمل می‌شوند. یادآوری این بند نشان می‌دهد که چگونه سهم‌های این دو فاکتور ارزیابی می‌شوند.



شکل۱۲- ارزیابی انطباق دوتایی که در آن تصمیمات بر اساس مقادیر کمیت اندازه گیری شده گرفته می شوند. مقدار واقعی یک خاصیت قابل اندازه گیری (اندازه ده) یک آیتم تعیین شده است که در بازه رواداری تعریف شده با دو حد (T_L,T_U) قرار می گیرد. اگر مقدار اندازه گیری شده خاصیت در بازه ای که با حدهای پذیرش (A_L,A_U) تعریف شده است قرار گیرد ، آیتم به عنوان منطبق پذیرفته می شود و در غیر این صورت ، به عنوان نامنطبق مردود می شود .

۹-۲ تابع های چگالی احتمال برای فرآیند تولید و سیستم اندازه گیری

۹-۲-۱ فرآیندی را در نظر بگیرید یک سلسله از آیتم‌ها را تولید می‌کند که هر یک دارای یک خاصیت قابل اندازه‌گیری Y با مقادیر احتمالی η باشد. فرآیند ممکن است ماشینی باشد که مقاومت‌های با مقاومت اسمی ۱۰KΩ تولید می‌کند یا فرآیند نمونه‌گیری که شیشه‌های کوچک آب اقیانوس حاوی جیوه حل شده را به دست می‌دهد. برای آیتمی که به صورت تصادفی از فرآیند انتخاب شده است، اطلاعات خاصیت Y پیش از این که اندازه‌گیری شود توسط تابع چگالی احتمال اولیه $g_0(\eta)$ نقل می‌شود. می‌توان گفت تابع چگالی احتمال $g_0(\eta)$ فرآیند تولید را مشخص می‌کند و اغلب چگالی احتمال فرآیند نامیده می‌شود. شکل $g_0(\eta)$ نوعا بر اساس اطلاعات بدست آمده به وسیله اندازه‌گیری خاصیت مورد نظر در نمونه‌ای از آیتم‌های تولید شده تعیین می‌شود.

یادآوری- تعیین یک تابع چگالی احتمال اولیه بر پایه نمونه اندازه‌گیری شده آیتم ها در پیوست ب مورد بحث قرار می‌گیرد.

۹-۲-۲ ارزیابی انطباق یک آیتم تولید شده با اندازه‌گیری خاصیت مورد نظر محقق می‌شود. خروجی سیستم اندازه‌گیری کمیتی است که به عنوان یک متغیر تصادفی قابل مشاهده Y_m که مقادیر احتمالی η_m آن، با این فرض که مقدار ورودی مشخص $Y=\eta$ باشد، رمز گذاری شده و توسط تابع چگالی احتمال $h(\eta_m|\eta)$ نقل می شود، در نظر گرفته می‌شود. شکل $h(\eta_m|\eta)$ بر اساس طراحی سیستم اندازه‌گیری، اطلاعات مهیا شده توسط کالیبراسیون‌ها و اطلاعات کمیت‌های موثر وابسته مانند پارامترهای محیطی و اصیت‌های مادی تعیین می‌شود.

۹-۳ پیامد های احتمالی یک اندازه گیری بازرسی با قانون تصمیم دو تایی

۹-۳-۱ در نظر بگیرید که C و $\overline{C}$ به ترتیب مقادیر منطبق و مقادیر نامنطبق Y و A و $\overline{A}$ به ترتیب بازه‌های مقادیر قابل قبول و مقادیر غیرقابل قبول Y_m را مشخص کنند. برای مثال در شکل ۱۲، C مربوط به مقادیر Y در بازه $T_L \le Y \le T_U$ ، و A مربوط به مقادیر Y_m در بازه $A_L \le Y_m \le A_U$ می باشد.

۹-۳-۲ با یک قانون تصمیم دو تایی، چهار پیامد احتمالی از یک آزمون ارزیابی انطباق وجود دارد که مقدار کمیت اندازه‌گیری شده η_m را نتیجه می‌دهد.

پذیرش معتبر[1]: آیتم پذیرفته شده است $(Y_m = \eta_m \in A)$ و با ویژگی‌ها منطبق است $(Y \in C)$ این یک پیامد مطلوب آزمون ارزیابی انطباق است که منجر به پذیرش یک آیتم منطبق می‌شود.

1 -Valid acceptance

پذیرش نادرست[1]: آیتم پذیرفته شده است $(Y_m= \eta_m \in A)$ ولی با ویژگی‌ها منطبق نیست$(Y \in \tilde{C})$. این یک تصمیم نادرست است که احتمال آن ریسک مصرف کننده نامیده می‌شود زیرا هزینه مربوط به چنین اشتباهی را اغلب مصرف کننده یا کاربری که آیتم را به عنوان آیتم مناسب برای هدفش می‌پذیرد و مطابق آن عمل می‌کند، متحمل می‌شود.

یادآوری پذیرش نادرست به عنوان خطای گذر[2] یا مثبت نادرست[3] نیز شناخته می‌شود.

برای یک آیتم اندازه‌گیری شده خاص که به عنوان منطبق پذیرفته شده است با مقدار اندازه‌گیری شده η_m $Y_m= \in \tilde{A}$، احتمال پذیرش نادرست ریسک مصرف کننده خاص[4]نامیده می‌شود. (به بند ۳-۳-۱۳ مراجعه کنید) [۳۸]، که با R^*_C مشخص می‌شود از رابطه (۴) احتمال انطباق می‌توان دید که R^*_C برای یک مقدار اندازه گیری شده η_m در بازه پذیرش از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$R^*_C=1-p_c$$

برای آیتمی که به طور تصادفی از فرآیند تولید انتخاب شده است، احتمال این که به طور نادرست متعاقب یک اندازه‌گیری پذیرفته شود *ریسک مصرف کننده جهانی*[5] نامیده می‌شود که با R_C مشخص می‌شود (به بند ۳-۳-۱۵ مراجعه کنید) [۳۸]. محاسبه R_C در بند ۹-۵ نشان داده شده است.

عدم پذیرش معتبر[6] : آیتم مردود شده است $(Y_m= \eta_m \in \tilde{A})$ ولی با ویژگی‌ها منطبق نیست $(Y \in \tilde{C})$. این پیامد مطلوب آزمون ارزیابی انطباق است که منجر به عدم پذیرش آیتم نا منطبق می‌شود.

عدم پذیرش نادرست[7]: آیتم مردود شده است$(Y_m= \eta_m \in \tilde{A})$ ولی در واقع با ویژگی‌ها منطبق است$(Y \in C)$. این تصمیم نادرست دیگری است که احتمال آن ریسک تولید کننده نامیده می‌شود زیرا هزینه مربوط به چنین اشتباهی را اغلب تولید کننده‌ای که نمی‌تواند آیتم خود را که در آزمون انطباق رد شده است به فروشد، متحمل می‌شود.

1- False acceptance
2 -pass error
3 -false positive
4-specific consumer's risk
5 -global consumer's risk
6 -Valid rejection
7 -False rejection

یادآوری – عدم پذیرش نادرست به عنوان خطای رد شدن[1] یا منفی نادرست[2] نیز شناخته می‌شود.

برای یک آیتم اندازه‌گیری شده خاص که به عنوان نامنطبق مردود شده است با مقدار اندازه‌گیری شده η_m $Y_m= \in A$ ، احتمال عدم پذیرش نادرست ریسک تولید کننده خاص[3] نامیده می‌شود. (به بند ۳-۳-۱۴ مراجعه کنید) [۳۸]، که با R^*_P مشخص می‌شود از رابطه (۴) احتمال انطباق می‌توان دید که R^*_P برای یک مقدار اندازه گیری شده η_m در بازه پذیرش از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$R^*_P=p_c$$

برای آیتمی که به طور تصادفی از فرآیند تولید انتخاب شده است، احتمال این که به طور نادرست متعاقب یک اندازه‌گیری مردود شود ریسک تولید کننده جهانی[4] نامیده می‌شود که با R_C مشخص می‌شود (به بند ۳-۳-۱۶ مراجعه کنید)[۳۸]. محاسبه R_p در بند ۹-۵ نشان داده شده است.

۹-۴ تابع چگالی احتمال توام برای Y و Y_m

۹-۴-۱ همان گونه که در بند ۹-۳-۲ دیدید ریسک مصرف کننده خاص و ریسک تولید کننده خاص R^*_C و R^*_P در واقع مربوط به احتمال انطباق برای یک آیتم اندازه‌گیری شده خاص با توجه به نتیجه اندازه‌گیری هستند. اگر مقدار خاصیت Y خارج از بازه رواداری و یک مقدار اندازه‌گیری شده Y_m درون بازه پذیرش باشد یک ریسک مصرف کننده محقق می‌شود. احتمال ایبنکه این دو رخداد اتفاق بیفتد ،یعنی ریسک مصرف کننده جهانی، با یک توزیع احتمال توام که بستگی به فرآیند تولید و سیستم اندازه‌گیری دارد تعیین می‌شود.

۹-۴-۲ چگالی احتمال توام می‌تواند به صورت محصول چگالی‌ها نوشته شود که قبلا شناخته شده است . به عبارتی، احتمال این که مقدار اندازه ده Y خارج از بازه رواداری و مقدار اندازه‌گیری شده Y_m درون بازه پذیرش باشد با احتمال این که فرآیند تولید یک آیتم با مقدار واقعی Y خارج از بازه رواداری تولید کند ضرب در احتمال این که سیستم اندازه‌گیری یک مقدار اندازه‌گیری Y_m درون بازه پذیرش تولید کند با در نظر گرفتن این که اندازه ده Y خارج از بازه رواداری باشد داده شده است.

۹-۴-۳ به طور مشابه، ریسک تولید کننده جهانی به وسیله توزیع احتمال توام مشابه تعریف می‌شود. اگر بازه رواداری، فرآیند تولید و سیستم اندازه‌گیری ثابت در نظر گرفته شوند، ریسک مصرف کننده جهانی و ریسک تولید کننده جهانی با حدهای پذیرش تعیین می‌شوند. بنابراین حدهای پذیرش می‌توانند برای دست یابی به

1 -fail error
2 -false negative
3 -specific producer's risk
4 -global producer's risk

تعادل قابل قبولی از دو نوع ریسک تنظیم شوند. به طور کلی این غیر ممکن است که حدهای پذیرش طوری تنظیم شوند که هر دوی ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده با هم به حداقل برسند (با کاهش یکی دیگری افزایش می‌یابد).

۹-۴-۴ در ادبیات کنترل کیفیت و ارزیابی انطباق، واژه‌های"ریسک مصرف کننده" و"ریسک تولید کننده" همان‌گونه که در بالا شرح داده شد، عموما در مفهوم ریسک جهانی به کار برده می‌شوند.

۹-۴-۵ برای یک فرآیند تولید و سیستم اندازه‌گیری معین، اطلاعات پیامدهای احتمالی آزمون ارزیابی انطباق یک آیتم که به صورت تصادفی انتخاب شده است توسط یک تابع چگالی احتمال توام شرح داده می‌شود. برای چنین آیتم انتخاب شده به صورت تصادفی احتمال این که (الف) مقدار اندازه ده Y در بازه $\eta \le y \le \eta+d\eta$ قرار گیرد و این که (ب) اندازه گیری Y یک مقدار اندازه گیری شده Y_m در بازه $\eta_m \le y_m \le \eta_m+d\eta_m$ را نتیجه دهد با رابطه زیر تعیین می‌شود

$$P_r(\eta \le y \le \eta+d\eta \text{ and } \eta_m \le y_m \le \eta_m+d\eta_m) = f \quad (\eta,\eta_m) \quad d\eta d\eta_m \qquad (۱۵)$$

که در آن $f(\eta,\eta_m)$ تابع چگالی احتمال توام Y و Y_m می باشد.

۹-۴-۶ با استفاده از قانون تولید (یا تکثیر) تئوری احتمال، تابع چگالی احتمال توام $f(\eta,\eta_m)$ می‌تواند به دو طریق فاکتور بندی شود مطابق

$$f(\eta,\eta_m)=g_0(\eta)h(\eta_m \mid \eta) \qquad (۱۶ \text{ الف})$$

و

$$f(\eta,\eta_m)=h_0(\eta_m)g(\eta \mid \eta_m) \qquad (۱۶ \text{ ب})$$

۹-۴-۷ دو تابع چگالی احتمال سمت راست رابطه (۱۶ الف) چگالی‌های احتمال شرح داده شده در بند ۹-۲ هستند با تعیین شکل این تابع‌ها، دو چگالی احتمال در سمت راست رابطه (۱۶ب) در صورت تمایل می‌توانند محاسبه شوند. چنین محاسبه‌ای در پیوست الف شرح داده شده است (به بندهای الف ۴-۳ و الف ۴-۴ مراجعه کنید).

۹-۵ محاسبه ریسک های جهانی

۹-۵-۱ پیش زمینه تاریخی

۹-۵-۱-۱ در زیر بندهای زیر، فرمول‌ها برای محاسبه ریسک‌های جهانی تصمیم‌های نادرست ایجاد شده‌اند. چنین محاسباتی به طور سنتی با استفاده از توزیع‌های فراوانی اندازه‌گیری شده نتایج گوناگون زمانی که نمونه بزرگی از آیتم‌های اسمی یکسان اندازه‌گیری شده باشند، انجام می‌شده است. در چنین رویکردی، ریسک مصرف

کننده جهانی برابر با بخشی از آیتم‌ها در یک نمونه اندازه‌گیری شده می‌باشد که برای استفاده پذیرفته شده است ولی با الزام تعیین شده منطبق نیستند. چنین عدم انطباقی برای یک آیتم خاص باید پس از این واقعیت توسط یک اندازه‌گیری مجزا با عدم قطعیتی بسیار کوچکتر از آنچه در سیستم اندازه‌گیری به کار رفته در ارزیابی انطباق بوده است نشان داده شود.

۹-۵-۱-۲ ریسک‌های جهانی زیر بجای استفاده از توزیع‌های فراوانی با استفاده از توزیع‌های احتمال محاسبه شده‌اند، به طوری که ضروری نیست که مجموعه‌ای از آیتم‌های اندازه‌گیری شده در نظر بگیریم که در واقع ممکن است وجود نداشته باشد. به لحاظ عددی، احتمال‌های محاسبه شده همیشه، به طور متوسط با فراوانی های اندازه‌گیری شده مطابقت می‌کنند. بنابراین حدهای پذیرش به طور متوسط می‌توانند برای بدست آوردن بخش‌های قابل پذیرش آیتم‌های اشتباها مردود یا پذیرفته شده در ارزیابی انطباق آیتم‌های یک نمونه انتخاب شوند.

۹-۵-۲ رابطه های کلی

۹-۵-۲-۱ با استفاده از تابع چگالی احتمال توام (۱۶-الف) و دانسیته‌های احتمال $g_0(\eta)$ و $h(\eta_m|\eta)$ ، احتمال های هر یک از چهار پیامد احتمالی شرح داده شده در بالا(به بند ۹-۳ مراجعه کنید) می‌توانند محاسبه شوند. این احتمال‌ها به سادگی حجم‌های مربوطه زیر چگالی احتمال توام $f(\eta,\eta_m)$ می‌باشند که روی چهار ناحیه انتگرال گیری شده‌اند و همه پیامدهای احتمالی را شرح می‌دهند.

۹-۵-۲-۲ ریسک مصرف کننده جهانی و ریسک تولید کننده جهانی موارد ویژه مورد نظری هستند که به *صورت زیر محاسبه می‌شوند:*

- برای یک مقدار اندازه‌گیری شده در بازه پذیرش و یک مقدار Y خارج از بازه رواداری ریسک مصرف کننده جهانی عبارت است از:

$$R_C = \int_{\widetilde{C}} \int_{\mathcal{A}} g_0(\eta)\, h\,(\eta_m|\eta)\ \mathrm{d}\eta_m \mathrm{d}\eta.$$

رابطه (۱۷)

- برای یک مقدار اندازه‌گیری شده خارج از بازه پذیرش و یک مقدار Y بزرگ درون بازه رواداری ریسک تولید کننده جهانی عبارتست از:

$$R_{\mathrm{P}} = \int_{C} \int_{\widetilde{\mathcal{A}}} g_0(\eta)\, h\left(\eta_{\mathrm{m}}|\eta\right)\, \mathrm{d}\eta_{\mathrm{m}} \mathrm{d}\eta.$$

رابطه (۱۸)

۹-۵-۲-۳ رابطه‌های (۱۷) و (۱۸) فرمول‌های کلی برای محاسبه ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده جهانی هستند. بسته به شکل خاص تابع چگالی احتمال های $g_0(\eta)$ و $h(\eta_m | \eta)$ ، ارزیابی آشکار R_C و R_P ممکن است به صورت عددی انجام شود.

۹-۵-۳ مورد خاص: قانون تصمیم دوتایی

۹-۵-۳-۱ برای ارزیابی انطباق دوتایی شرح داده شده‌ای که در شکل ۱۲ به تصویر کشیده شده است رابطه (۱۷) و (۱۸) به صورت زیر ارائه می‌گردند:

رابطه(۱۹)

$$R_{\mathrm{C}} = \left(\int_{-\infty}^{T_{\mathrm{L}}} + \int_{T_{\mathrm{U}}}^{\infty} \right) \int_{A_{\mathrm{L}}}^{A_{\mathrm{U}}} g_0(\eta)\, h\left(\eta_{\mathrm{m}}|\eta\right) \mathrm{d}\eta_{\mathrm{m}}\, \mathrm{d}\eta,$$

و

رابطه(۲۰)

$$R_{\mathrm{P}} = \left(\int_{-\infty}^{A_{\mathrm{L}}} + \int_{A_{\mathrm{U}}}^{\infty} \right) \int_{T_{\mathrm{L}}}^{T_{\mathrm{U}}} g_0(\eta)\, h\left(\eta_{\mathrm{m}}|\eta\right) \mathrm{d}\eta\, \mathrm{d}\eta_{\mathrm{m}}.$$

۹-۵-۳-۲ استفاده از رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) در موردی که تابع چگالی احتمال توام (۱۵) حاصل توزیع نرمال باشد، در مثال زیر شرح داده شده است. خاصیت‌های توزیع نرمال شامل فرم‌های ویژه رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) ، در پیوست الف م.رد بحث قرار می‌گیرد.

مثال : تولید رزیستورهای دقیق

یک تامین کننده قطعات الکتریکی، رزیستورهای سیم پیچی دقیق با مقاومت ۱۵۰۰ اهم تولید می‌کند. برای هر رزیستور(آیتم)، مقاومت Y (خاصیت مورد نظر) طوری تعیین شده که در یک بازه رواداری تعریف شده با حد های T_L=۱۴۹۹/۸ Ω و T_U=۱۵۰۰/۲ Ω قرار گیرد.

ماشینی که برای تولید چنین رزیستورهایی استفاده می شود توسط یک اهم متر با درستی بالا و عدم قطعیت اندازه‌گیری ناچیز با اندازه‌گیری یک نمونه خروجی آن ارزیابی می‌شود. شکل هیستوگرام مقادیر اندازه‌گیری شده نرمال با مرکزیت مقدار اسمی و انحراف استاندارد $\sigma = ۰/۱۲\Omega$ می باشد، بر اساس این اطلاعات، تابع چگالی احتمال $g_0(\eta)=\varphi(\eta;y_0;u_0^2)$ برای مدل فرآیند تولید با Ω $y_0=۱۵۰۰$ و $u_0= \sigma = ۰/۱۲\Omega$ تعیین می شود.

برای یک رزیستور نوعی تولید شده با این ماشین، احتمال انطباق به صورت زیر است

$$p_c = \int_{T_L}^{T_U} g_0(\eta)\, d\eta = \int_{1\,499.8}^{1\,500.2} \varphi\left(\eta; 1\,500, 0.12^2\right) d\eta \approx 0.90 = 90\ \%.$$

(۲۱)

اگر تامین کننده همه رزیستورهای تولید شده را بفرستد، حدود ۱۰ درصد از آنها نامنطق خواهد بود، که به دلایل اقتصادی غیر قابل قبول خواهد بود. با خرید یک ماشین تولید گران قیمت تر تغییر پذیری فرآیند می‌تواند کاهش یابد. در این مورد با در نظر گرفتن هزینه‌های نسبی تصمیم به نگه‌داری ماشین موجود و اجرای یک فرآیند بازرسی برای شناسایی و حذف کردن رزیستورهای نامنطبق گرفته می‌شود.

در تولید، رزیستورها برای انطباق با ویژگی‌ها با به کارگیری یک اهم متر پر سرعت کالیبره شده بازرسی می‌شوند. یک تابع چگالی احتمال نرمال $h(\eta_m \mid \eta) = \varphi(\eta_m;\eta;u^2_m)$ ، با $u_m= ۰/۰۴\Omega$ برای رمزگذاری و نقل باور در بازه مقادیر اندازه‌گیری شده تعیین می‌شود که ممکن است در هنگام اندازه‌گیری یک مقاومت شناخته شده $y=\eta$ مشاهده شود. تعیین تابع چگالی احتمال بر اساس یک مدل از سیستم اندازه‌گیری و ارزیابی عدم قطعیت اندازه‌گیری شامل عدم قطعیت اندازه‌گیری مرتبط با اهم متر می‌باشد.

جهت کاهش احتمال رزیستورهای فرستاده‌ای که ویژگی‌ها را برآورده نمی‌سازند(ریسک مصرف کننده)، حدهای پذیرش $A_L = ۱۴۹۹/۸۲\ \Omega$ و $A_U = ۱۵۰۰/۱۸\ \Omega$ ، در بازه رواداری انتخاب می‌شوند(به شکل ۱۲ صفحه ۲۴ مراجعه کنید)که بازه پذیرش محافظ شده با باندهای محافظ متقارن به طول زیر را ایجاد می‌کنند.

$w = (۱۵۰۰/۲-۱۵۰۰/۱۸)\Omega = ۰/۰۲\ \Omega=۰/۲۵U$

بنابراین ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده از رابطه های (الف-۱۷و الف-۱۵) از طریق رابطه زیر محاسبه می شوند

$$\varphi_0(z) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp\left(-z^2/2\right)$$

و

$$F(z) = \Phi\left(\frac{A_U - y_0 - u_0 z}{u_m}\right) - \Phi\left(\frac{A_L - y_0 - u_0 z}{u_m}\right) = \Phi(4.5 - 3z) - \Phi(-4.5 - 3z).$$

انتگرال عددی نتیجه می‌شود

$$R_{\mathrm{C}} = \int_{-\infty}^{-1.667} F(z)\varphi_0(z)\,\mathrm{d}z + \int_{1.667}^{\infty} F(z)\varphi_0(z)\,\mathrm{d}z = 0.01 = 1\ \%,$$

و

$$R_{\mathrm{P}} = \int_{-1.667}^{1.667} [1 - F(z)]\varphi_0(z)\,\mathrm{d}z = 0.07 = 7\ \%.$$

خصیصه‌های جالب این روش اجرایی ارزیابی انطباق می‌توانند با در نظر گرفتن یک نمونه میانگین از ۱۰۰ رزیستور تولید شده توسط ماشین که اندازه‌گیری پذیرفته یا رد شده‌اند، به عنوان موارد مناسب برای استفاده ثبت شوند:

- با در نظر گرفتن خاصیت‌های فرآیند تولید ۹۰ عدد از رزیستورها منطبق با ویژگی‌ها هستند و ۱۰ تای آنها منطبق نیستند (به رابطه(۲۱) مراجعه کنید)؛
- از ۹۰ رزیستور منطبق، ۸۳ عدد پذیرفته شده اند و ۷ عدد به عنوان اشتباها نامنطبق رد شده‌اند؛
- از ۱۰ رزیستور نامنطبق ۹ عدد رد شده‌اند و یکی به عنوان اشتباها منطبق پذیرفته شده است؛
- ۸۴ عدد از رزیستورها پذیرفته شده‌اند که از آنها ۹۹% ≈ ۸۳/۸۴ با حدود ۱ ٪ خارج از رواداری منطبق هستند. این کاهش نسبت رزیستورهای نامنطبق در میان پذیرفته شده‌ها برای استفاده از ۱۰٪ به ۱٪ ، هدف اندازه‌گیری بازرسی است.
- از ۱۶ رزیستوری که رد شده اند۴۴% ≈ ۷/۱۶ واقعا با مشخصات منطبق بوده‌اند. این هزینه‌ای است که باید برای کاهش ریسک پذیرش تولیدات غیر منطبق پرداخت شود.

۹-۵-۴ تنظیم حدهای پذیرش

۹-۵-۴-۱ در مثال بالا، ریسک‌های جهانی R_C و R_P ، با در نظر گرفتن حدهای پذیرش شناخته شده A_L و A_U محاسبه شدند. در بیشتر کاربردهای واقعی، یک سطح مطلوب ریسک، بر پایه یک آنالیز هزینه انتخاب می‌شود و حدهای پذیرش طوری محاسبه می‌شوند که دستیابی به سطح ریسک مطلوب را تضمین کنند. چنین محاسباتی آسان نیستند. یک رویکرد عملی چنین مسائلی، همان‌گونه که در مثال زیر شرح داده شده است، راه حل گرافیکی است.

مثال : تولید بلبرینگ ساچمه‌ای

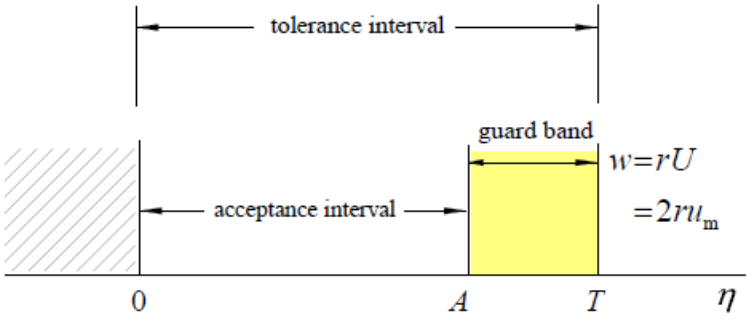
یک سازنده تعداد زیادی از بلبرینگ‌های دقیق را تولید می‌کند.خصوصیت کارایی این بلبرینگ‌ها (آیتم ها) مستلزم آن است که برای هر یک از آن‌ها خطای لقی شعاعیشان (ویژگی مورد علاقه) کمتر از ۲μm باشد. خطای لقی شعاعی یک بلبرینگ، لقی نامطلوب

عمودی حول محور چرخش می‌باشد. برای یک بلبرینگ کامل، خطای لقی شعاعی صفر خواهد بود؛ هر بلبرینگ واقعی یک خطای لقی شعاعی مثبت خواهد داشت.

جهت مشخص کردن فرآیند تولید، خطاهای لقی شعاعی نمونه‌های زیادی از بلبرینگ‌ها با استفاده از دستگاه تست دارای درستی بالا و عدم قطعیت ناچیز اندازه‌گیری می‌شود. برای این نمونه، میانگین خطای لقی شعاعی مشاهده شده $\bar{y}$ =۱μm با انحراف معیارنمونه مرتبط s= ۰/۵μm است.

پیش از ارسال بلبرینگ‌ها برای انطباق با ویژگی‌ها مورد آزمون قرار می‌گیرند. در این آزمون‌ها خطای لقی شعاعی با استفاده از یک دستگاه کالیبره شده اندازه‌گیری می‌شود. سیستم اندازه‌گیری با یک تابع چگالی احتمال نرمال $\varphi(\eta_m;\eta;u^2_m)$ و عدم قطعیت استاندارد u_m= ۰/۲۵ μ m مشخص می‌شود.

به دلایل اقتصادی، بخشی از بلبرینگ‌های نامنطبق که به عنوان منطبق به مصرف کننده‌ها فروخته شده اند (ریسک مصرف کننده جهانی) باید تا یک درصد یا کمتر نگه داشته شود. چگونه می‌توان یک حد پذیرش A برای برآورده ساختن این الزام انتخاب کرد؟



شکل۱۳- بازه های رواداری و پذیرش برای ارزیابی انطباق بلبرینگ‌های ساچمه ای.

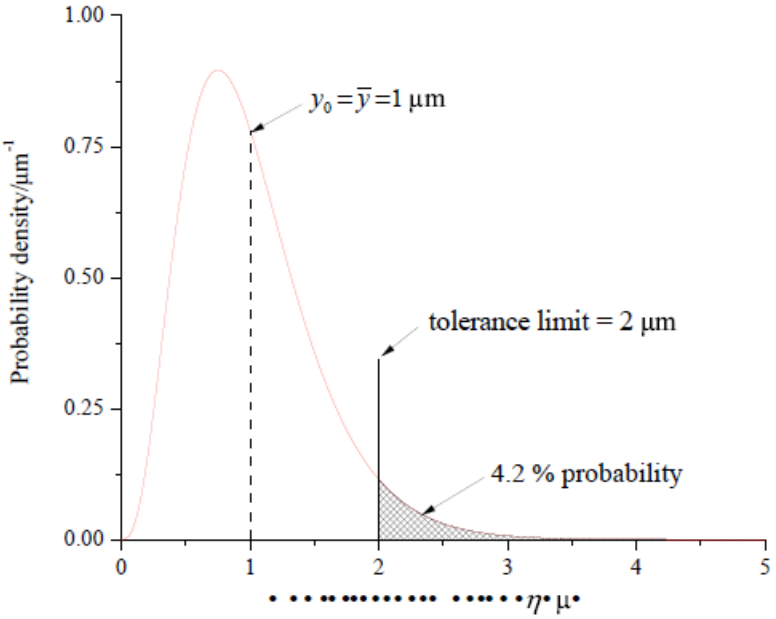
مقادیر مجاز خطای لقی شعاعی Y در بازه $0\leq\eta\leq T$ قرار می‌گیرد . حد پذیرش A توسط یک باند محافظ با پارامتر طول $w=rU=2ru_m$ از حد رواداری T جدا می‌شود. قانون تصمیم در این مورد پذیرش محافظ شده با $w>0$ است

مسئله ارزیابی انطباق در شکل ۱۳ به تصویر کشیده شده است. برای یک بلبرینگ ساچمه‌ای منطبق چنین مقرر شده که دارای خطای لقی شعاعی Y در بازه $0\leq\eta\leq T$ باشد. از آن جایی که خطای لقی شعاعی همیشه مثبت است، با مقادیر اندازه‌گیری شده نزدیک به صفر، تابع چگالی احتمال اولیه برای خطای شعاعی Y به شکل چگالی احتمال گاما در خواهد آمد (به پیوست ب بند ب-۳ مراجعه کنید). بر اساس اندازه‌گیری‌های نمونه امید ریاضی و عدم قطعیت استاندارد تابع چگالی احتمال اولیه $y_0=\bar{y}$ =۱μ m و $u_0=s=0.5$ μm تعیین می‌شود. با استفاده از رابطه‌های (ب-۱۴) پارامتر های α و λ محاسبه می شوند:

$$\alpha = \frac{1^2}{(0.5)^2} = 4, \qquad \lambda = \frac{1}{(0.5)^2} = 4.$$

بنابراین از تعریف ب-۱۱ چگالی احتمال گاما، تابع چگالی احتمال اولیه برای خطای شعاعی y به صورت زیر است:

$$g_0(\eta) = \text{gamma}(\eta; 4, 4) = \frac{128}{3}\eta^3 e^{-4\eta}, \quad \eta \geq 0. \tag{۲۲}$$



شکل۱۴- تابع چگالی احتمال اولیه گاما که با رابطه (۲۲) به دست آمده است بر اساس توزیع فراوانی خطای لقی شعاعی اندازه گیری شده برای نمونه ای از بلبرینگ های ساچمه ای تعیین شده است. بازه رواداری، ناحیه $۰ \leq \eta \leq ۲\,\mu m$ است. امید ریاضی توزیع، برآورد اولیه $y_0 = ۱\ \mu m$ ، با عدم قطعیت مرتبط $u_0 = ۰/۵\ \mu m$ می باشد.به دلیل این که توزیع متقارن نیست بیشترین مقادیر احتمالی Y (مد توزیع، در اینجا برابر با ۰/۷۵ μm است) برابر با y_0 نیست.

این تابع چگالی احتمال در شکل ۱۴ نشان داده می‌شود. احتمال این که یک بلبرینگ ساچمه‌ای که به طور تصادفی از فرآیند تولید انتخاب شده است، خطای لقی شعاعی بزرگتر از μm ۲ نشان دهد، به وسیله ناحیه هاشور زده شده نشان داده می‌شود. این احتمال نا منطبق بودن به صورت زیر است:

$$\bar{p}_c = \int_2^\infty \text{gamma}(\eta; 4, 4)\ d\eta = 0.042,$$

این بدین معنی است که اگر همه بلبرینگ‌های ساچمه‌ای تولید شده بدون اندازه‌گیری فرستاده شود حدود ۴/۲ ٪ از آن‌ها نامنطبق خواهند بود. سیستم اندازه‌گیری پس از تولید برای شناسایی بلبرینگ‌های نامنطبق طراحی می‌شود به طوری که آن‌ها فرستاده نشوند. یک حد پذیرش تمایل دارد که ریسک مصرف کننده را تا ۰/۱٪ یا کمتر کاهش دهد. برای قانون تصمیم ارزیابی انطباق که در شکل ۱۳ نشان داده شده، بازه رواداری برابر با $0\leq Y\leq T$ و بازه پذیرش برابر با $0\leq Y_m\leq A$ است. در یک رفتار مشابه با مراحلی که منجر به رابطه (۱۹) و (۲۰) شده اند، ریسک‌های مصرف کننده جهانی و تولید کننده جهانی به صورت زیر ارزیابی می‌شوند:

$$R_C = \int_T^{\infty} \int_0^A g_0(\eta)\, h(\eta_m|\eta)\, d\eta_m\, d\eta, \qquad R_P = \int_0^T \int_A^{\infty} g_0(\eta)\, h(\eta_m|\eta)\, d\eta_m\, d\eta.$$

برای یک سیستم اندازه‌گیری که با تابع چگالی احتمال نرمال $h(\eta_m|\eta) = \varphi(\eta_m;\eta;u^2_m)$ مشخص می‌شود، با جانشینی‌های $z=(\eta_m-\eta)/u_m$ و $dz=d\eta_m/u_m$ انجام انتگرال بر روی z این رابطه‌ها به صورت زیر در می‌آیند:

$$R_C = \int_T^{\infty} \left[\Phi\left(\frac{A-\eta}{u_m}\right) - \Phi\left(-\frac{\eta}{u_m}\right)\right] g_0(\eta)\, d\eta, \qquad R_P = \int_0^T \left[1-\Phi\left(\frac{A-\eta}{u_m}\right)\right] g_0(\eta)\, d\eta.$$

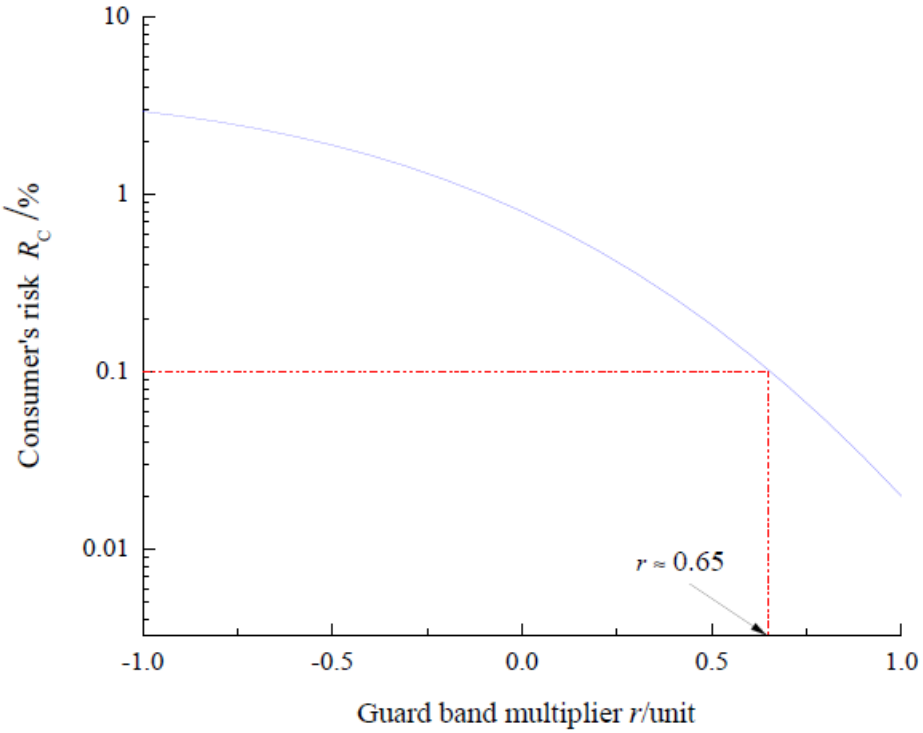
از شکل ۱۳ می‌توان مشاهده کرد که $A=T-2ru_m$ در این جا $T=$ ۲ µm و $u_m=$ ۰/۲۵ µm می‌باشد سپس با قرار دادن $g_0(\eta)$ برابر با تابع چگالی احتمال گاما از رابطه (۲۲) نتایج آشکار زیر حاصل می‌شوند:

$$R_C(r) = \frac{128}{3}\int_2^{\infty} [\Phi(8-2r-4\eta) - \Phi(-4\eta)]\, \eta^3 e^{-4\eta}\, d\eta,$$

(۲۳)

(۲۴)

$$R_P(r) = \frac{128}{3}\int_0^{2} [1-\Phi(8-2r-4\eta)]\, \eta^3 e^{-4\eta}\, d\eta.$$



شکل۱۵- ریسک مصرف کننده جهانی R_C در مقابل ضریب باند محافظ r . برای$r\approx$۰/۶۵، حد پذیرش $A=T-2(0.65)u_m=1.7\ \mu m$ و ریسک مطلوب $R_C=0.1\%$ می باشد.

این انتگرال‌ها نمی‌توانند در فرم بسته ارزیابی شوند ولی می‌توانند به صورت عددی برای هر مقدار انتخاب شده از ضریب باند محافظ r محاسبه شوند.

شکل ۱۵ ریسک مصرف کننده جهانی R_C برای $-1\leq r\leq 1$ را نشان می‌دهد.

r های مثبت مربوط به $A<T$ (پذیرش محافظ شده) و r های منفی مربوط به $A>T$ می‌باشد. برای r=0 باند نگه بان وجود ندارد(A=T) ، قانون تصمیم ریسک اشتراکی یا پذیرش ساده نامیده می‌شود (به بند ۸-۲ مراجعه کنید). شکل نشان می‌دهد که سطح مطلوب ریسک، $R_C=\%0.1$ ، برای باند محافظ ضریب $r\approx$۰/۶۵ ، به دست می آید. این در یک بازه پذیرش محافظ شده با حد پذیرش نتیجه شده است.

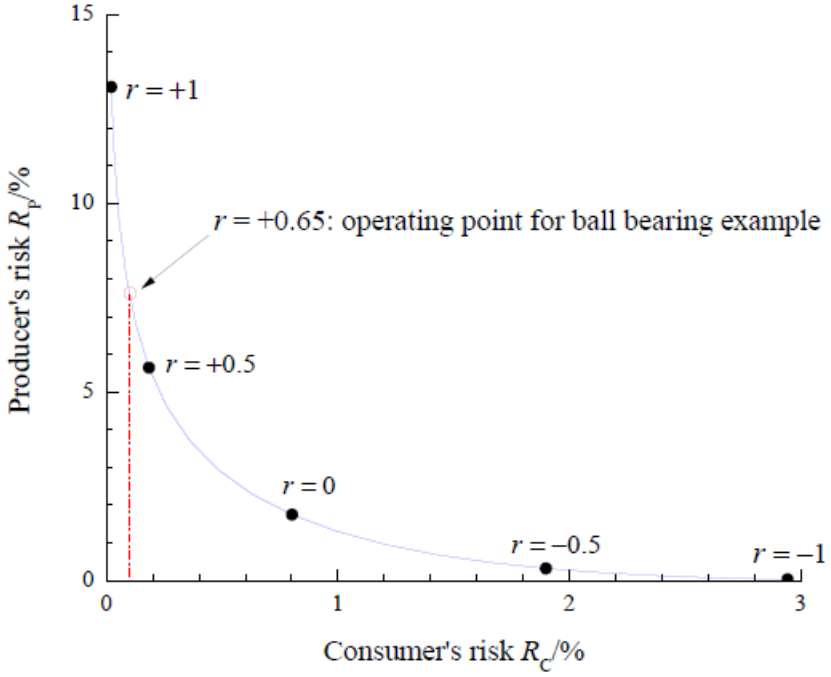
$$A=T-2ru_m=(2-2\times0.65\times0.25)\ \mu m\approx 1.7\ \ \mu m$$

این انتخاب از حد پذیرش،مسئله تصمیم‌گیری را حل می‌کند.

در ارزیابی انطباق با یک قانون تصمیم دوتایی، همیشه اقدام به کاهش ریسک مصرف کننده، ریسک تولید کننده را افزایش خواهد داد. این قانون کلی با شکل ۱۶ که R_P بر حسب R_C نشان می‌دهد، نشان داده شده است.که به

صورت عددی از رابطه‌های (۲۳) و (۲۴) برای مثال بلبرینگ‌های ساچمه‌ای محاسبه شده‌اند. ریسک تولیید کننده جهانی R_P برای r=0.65 حدود ۷/۵ ٪ است. این بدین معنی است که حدود ۷۵ عدد از هر ۱۰۰۰ بلبرینگ ساچمه‌ای که در بازرسی رد شده‌اند، در واقع با ویژگی‌ها منطبق خواهند بود، نتیجه از دست دادن منافع است که در صورت فروش این بلبرینگ‌های خوب به دست می‌آمد.

تولید یک مقدار رو به افزایش از ضایعات منطبق، هزینه پذیرش محافظ شده است که به دنبال کاهش پذیرش و ارسال محصولات نامنطبق می‌باشد. در عمل، یک تامین کننده باید یک نقطه عملیاتی در طول یک منحنی مانند آن چه در شکل ۱۶ نشان داده شده که ریسک‌ها را متعادل کنند و یک نتیجه بهینه حاصل می‌شود، انتخاب کند. انتخاب چنین نقطه عملیاتی یک حرفه یا سیاست تصمیم‌گیری است که نیاز به آنالیز اقتصادی مسئله تصمیم دارد.



شکل۱۶- ریسک های جهانی R_P بر حسب R_C برای مثال بلبرینگ ساچمه ای. هر نقطه روی منحنی به مقدار خاص r، ضریب باند محافظ که با چندین مقدار خاص شناخته شده است، مربوط است. اقدام به کاهش ریسک مصرف کننده با دورتر کردن حد پذیرش درون بازه رواداری(افزایش r)، همیشه ریسک بلبرینگ های منطبقی که به طور نادرست رد شده اند را افزایش می دهد. یک آنالیز اقتصادی برای انتخاب قانون تصمیم بهینه مورد نیاز است. علامت های دایره تو خالی نقطه عملیاتی در مثال کار شده می باشد.

۹-۵-۵ رویکرد گرافیکی کلی

۹-۵-۵-۱ برای فرآیندی با رواداری معین T، تابع چگالی احتمال نرمال اولیه معین $g_0(\eta)=\varphi(\eta;y_0;u_0^2)$ و تابع چگالی احتمال نرمال سیستم اندازه‌گیری معین $h(\eta_m|\eta)=\varphi(\eta_m;\eta;u^2_m)$ ، نموداری مانند آن چه در شکل ۱۷ نشان داده شده، می‌تواند برای کمک به تعیین حدهای پذیرش ایجاد شود.

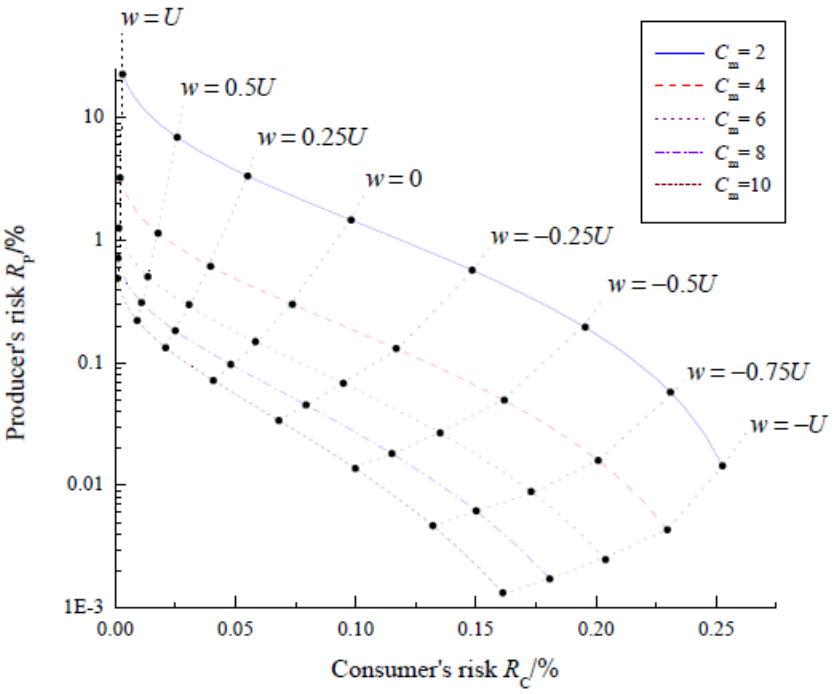
۹-۵-۵-۲ در این مثال چنین فرض می‌شود که اطلاعات اولیه ناچیز هستند به طوری که $u^2_m << u^2_0$ ، بنابراین برآورد $y \approx \eta_m$ با عدم قطعیت مرتبط $u \approx u_m$ می باشد(به بند الف-۴-۴-۳ مراجعه کنید).

۹-۵-۵-۳ شکل R_P بر حسب R_C برای مورد خاصی که در آن $u_0=T/6$ است، نشان می‌دهد.

۹-۵-۵-۴ پنج منحنی شکل مربوط به مقادیر ثابت توانمندی اندازه‌گیری $C_m=T/(4u_m)$ در گستره‌ای از ۲ تا ۱۰ می‌باشد و در طول هر منحنی نقاط تو پر محل باندهای محافظ را با پارامترهای طول مختلف از $w=-U$ تا $w=U$ ،با عدم قطعیت گسترده U برابر با u ۲، تعیین می‌کند.

۹-۵-۵-۵ برای استفاده از این نمودار خاص لازم است توجه داشته باشیم که:

- چنین فرض می‌شود که فرآیند در مرکز قرار می‌گیرد بنابراین برآورد اولیه y_0اندازه ده در نقطه میانی بازه رواداری قرار می‌گیرد؛
- چنین فرض می‌شود که باندهای محافظ بالایی و پایینی دارای پارامترهای طولی هستند که در مقدار مطلق برابر می‌باشند (بازه پذیرش متقارن)؛
- R_P و R_C با این فرض که تابع‌های چگالی احتمال سیستم اندازه‌گیری و فرآیند نرمال باشند، محاسبه می‌شوند.
- برای توانمندی‌های اندازه‌گیری، غیر از پنج مقدار نشان داده شده، الحاق امکان پذیر می‌باشد.
- همچنین، جهت برآورد باندهای محافظ، پیوستگی در طول منحنی‌ها امکان پذیر می‌باشد.



شکل۱۷- ریسک های جهانی R_P بر حسب R_C برای یک ارزیابی انطباق دو تایی با عدم قطعیت استاندارد اولیه $U_0=T/6$. پنج منحنی مربوط به مقادیر ثابت توانمندی اندازه گیری $C_m=T/(4u_m)$ در بازه ای از ۲ تا ۱۰ می باشد و نقاط تو پر محل باند های محافظ را با پارامتر های طول مختلف از $w=-U$ تا $w=U$ ، با $U=2u$ تعیین می کند.

۹-۵-۶ مقدار عدم قطعیت اندازه گیری کاهش یافته

۹-۵-۶-۱ کاهش عدم قطعیت مربوط به نتیجه اندازه‌گیری ارزیابی انطباق، احتمال یک تصمیم‌گیری نادرست پذیرش یا عدم پذیرش را نیز کاهش می‌دهد. این مشاهده، در شکل ۱۷ با خط‌های نقطه‌چینی که جایگاه باندهای محافظ مختلف را نشان می‌دهد، به تصویر کشیده شده است.

۹-۵-۶-۲ برای یک قانون تصمیم پذیرش ساده(w =۰) چنین استنباط می‌شود که اگر برای مثال، عدم قطعیت اندازه‌گیری به صورت $C_m=T/(4u_m)=۲$ باشد، آن‌گاه ریسک مصرف کننده $R_C \approx$ ٪ ۰/۱ و ریسک تولید کننده متناظر، $R_P \approx$ ٪ ۱/۵ خواهند بود.

۹-۵-۶-۳ سرمایه‌گذاری در یک سیستم اندازه‌گیری بهبود یافته با C_m =۱۰، این ریسک‌ها را به ترتیب به

$R_C \approx$ ٪ ۰/۱ و $R_P \approx$ ٪ ۱/۵ کاهش می‌دهد. این که آیا چنین کاهشی در عدم قطعیت اندازه‌گیری از نظر اقتصادی مطلوب است یا نه، بستگی به رابطه بین هزینه اندازه شناسی بهبود یافته و پول ذخیره شده از طریق اشتباهات کمتر تصمیم‌گیری دارد.

۹-۵-۶-۴ بهبود فرآیند تولید (کاهش عدم قطعیت استاندارد اولیه u_0) تاثیر مشابه در کاهش هر دوی ریسک های مصرف کننده و تولید کننده خواهد داشت و شامل یک نوع یکسان آنالیز هزینه/سود می‌باشد.

پیوست الف

(اطلاعاتی)

توزیع‌های نرمال

الف-۱ تابع چگالی احتمال نرمال

الف-۱-۱ فرض کنید کمیت مورد نظر Y اندازه‌گیری می‌شود و بهترین برآورد y و یک عدم قطعیت مرتبط u(y)=u نتیجه می‌شود. در بسیاری موارد پراکندگی مقادیر احتمالی Y در اطراف y ،که با η نشان داده می‌شود، با یک مقدار اندازه‌گیری شده معین η_m، به وسیله یک تابع چگالی احتمال نرمال (PDF) به خوبی مشخص می-شود، که توسط رابطه زیر به دست می‌آید

رابطه الف-۱

$$g\left(\eta|\eta_{\mathrm{m}}\right)=\frac{1}{u\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y}{u}\right)^{2}\right]=:\varphi(\eta;y,u^{2}),$$

که در آن y=y(η m) می‌باشد. در بسیاری از اندازه‌گیری‌های ارزیابی انطباق $y\approx \eta_m$ است ولی همیشه این گونه نیست؛ به بند الف-۴-۴ مراجعه کنید.

الف-۲ انتگرال‌های تابع های چگالی احتمال نرمال

الف-۲-۱ در محاسبه احتمال‌های چوشش، احتمال‌های انطباق و/یا ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده، اغلب شخص باید انتگرال تابع‌های چگالی احتمال نرمال بین حدهای محدود یا تا حدی محدود را ارزیابی کند. چنین انتگرال‌هایی نمی‌تواند در فرم بسته ارزیابی شوند و بنابراین به صورت عددی ارزیابی و جدول بندی شوند. جهت ساده کردن نشان گذاری، بهتراست که تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد، $\varphi_0(t)$ ، که با رابطه زیر تعریف می‌شود را معرفی کنیم

رابطه الف-۲

$$\varphi_0(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-t^2/2)=\varphi(t;0,1).$$

الف-۲-۲ دو روش متعارف وجود دارد که شخص انتگرال‌های تابع‌های چگالی احتمال نرمال بیان شده را پیدا کند:

(الف) تابع توزیع نرمال استاندارد Φ(t) که با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} \exp(-t^2/2)\,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{z} \varphi_0(t)\,\mathrm{d}t,$$

رابطه الف ۳

(ب) تابع خطا erf(z) ، که با رابطه زیر تعریف می‌شود

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{z} \exp(-t^2)\,\mathrm{d}t.$$

رابطه الف-۴

این تابع‌ها به سادگی به هم مربوط هستند؛ از رابطه‌های (الف-۳) و (الف-۴) چنین استنباط می‌شود که

$$\Phi(z) = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}(z/\sqrt{2})\right].$$

رابطه الف-۵

الف-۲-۳ این احتمال که Yدر بازه a≤Y≤b قرار بگیرد و یک مقدار اندازه‌گیری شده η_m را به دست می‌دهد را در نظر بگیرید. برای تابع چگالی احتمال نرمال رابطه (الف-۱) این احتمال با رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Pr(a \le Y \le b|\eta_{\mathrm{m}}) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \int_{a}^{b} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y}{u}\right)^2\right] \mathrm{d}\eta.$$

با قرار دادن $z=(\eta-y)/u$ و $dz=d\eta/u$ ، این رابطه به صورت زیر در می‌آید

$$\Pr(a \le Y \le b|\eta_{\mathrm{m}}) = \int_{(a-y)/u}^{(b-y)/u} \varphi_0(z)\mathrm{d}z = \Phi\left(\frac{b-y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{a-y}{u}\right),$$

رابطه الف-۶

با استفاده از رابطه‌های الف-۲ و الف-۳

الف-۳ احتمال‌های پوشش برای تابع‌های چگالی احتمال نرمال

الف-۳-۱ در یک مورد خاص متعارف، نقاط a وb یک بازه پوشش (یا بازه عدم قطعیت) با پهنای $2U$ اطراف برآورد y را تعریف می‌کنند، که در این جا U=k.u عدم قطعیت گسترده برای عامل پوشش بیان شده k می‌باشد (به بند ۶-۳-۲ مراجعه کنید). آن گاه a=y-ku , b=y+ku , می‌شود و (رابطه الف-۶) به شکل زیر در می‌آید

$$\Pr(|Y - y| \le ku|\eta_{\mathrm{m}}) = \Phi(k) - \Phi(-k) = \operatorname{erf}(k/\sqrt{2}) = P(k).$$

آن گاه احتمال‌های پوشش (یا سطح های اطمینان) برای k=1,2,3 بصورت زیر می‌باشند

$$P(1) = \Phi(1) - \Phi(-1) = \mathrm{erf}(1/\sqrt{2}) = 0.683 = 68.3\ \%,$$

$$P(2) = \Phi(2) - \Phi(-2) = \mathrm{erf}(2/\sqrt{2}) = 0.955 = 95.5\ \%,$$

$$P(3) = \Phi(3) - \Phi(-3) = \mathrm{erf}(3/\sqrt{2}) = 0.997 = 99.7\ \%.$$

الف-۴ چگالی‌های احتمال اندازه گیری و فرآیند نرمال

الف-۴-۱ تابع چگالی احتمال اولیه $g_0(\eta)$ برای اندازه ده Y

الف-۴-۱-۱ قبل از انجام یک اندازه‌گیری، اغلب اطلاعاتی از یک اندازه ده Y به وسیله یک تابع چگالی احتمال اولیه بخوبی مشخص می‌شود. با نشان‌گذاری بهترین برآورد با y_0 و عدم قطعیت مربوطه با u_0 ، این تابع چگالی احتمال اولیه به دست می‌آید

$$g_0(\eta) = \varphi\left(\eta; y_0, u_0^2\right) = \frac{1}{u_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y_0}{u_0}\right)^2\right] = \sqrt{\frac{w_0}{2\pi}} \exp\left[-\frac{w_0}{2}(\eta - y_0)^2\right].$$

الف-۷

در رابطه آخر $w_0=1/u_0^2$ برای ساده سازی بسطهای بعدی معرفی شده است.

الف-۴-۲ تابع چگالی احتمال $h(\eta_m \mid \eta)$ برای Y_m با مقدار معین $Y=\eta$

الف-۴-۲-۱ فرض کنید که سیستم اندازه‌گیری که در ارزیابی انطباق به کار رفته است، به وسیله تابع احتمال، با یک تابع چگالی احتمال نرمال مشخص شده باشد، اگر چنین سیستمی برای اندازه‌گیری یک خاصیت مورد نظر با مقدار مفروض $Y=\eta$ به کار رود، آن گاه تابع چگالی احتمال که باور را در مقادیر احتمالی Y_m نقل می‌کند، با رابطه زیر مشخص می‌شود

الف-۸

$$h\left(\eta_m|\eta\right) = \varphi\left(\eta_m; \eta, u_m^2\right) = \frac{1}{u_m\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta_m - \eta}{u_m}\right)^2\right] = \sqrt{\frac{w_m}{2\pi}} \exp\left[-\frac{w_m}{2}(\eta_m - \eta)^2\right],$$

که در آن

$$w_m=1/u^2_m$$

الف-۴-۲-۲ تابع چگالی احتمال نرمال رابطه (الف-۸) به طور منطقی یک اندازه‌گیری که مطابق با روش اجرایی شرح داده شده در GUM آنالیز شده باشد را، در صورتی که شرایط لازم برای اعتبار تئوری حد مرکزی وجود

داشته باشد، مشخص می‌کند. GUM فرض می‌کند که هیچ اطلاعات اولیه‌ای راجع به اندازه ده وجود ندارد، به طوری که پراکندگی مقادیری که می‌توان به طور منطقی پس از اندازه‌گیری به اندازه ده نسبت داد، با عدم قطعیت استاندارد u_m مشخص شود.

الف-۴-۳ تابع چگالی احتمال حاشیه‌ای $h_0(\eta_m)$ برای Y_m

الف-۴-۳-۱ علاقه‌مندیم که سؤال کنیم و در عمل ارزشمند است که بدانیم، چه مقدار اندازه‌گیری شده η_m ممکن است شناخته شود، اگر یک آیتم به طور تصادفی از یک فرآیند تولید انتخاب شود و خاصیت مورد نظر Y اندازه‌گیری شود. برای فرآیندی که با تابع چگالی احتمال اولیه رابطه (الف-۷) و سیستم اندازه‌گیری که با تابع چگالی احتمال رابطه (الف-۸) مشخص می‌شود، تابع چگالی احتمال مطلوب می‌تواند بصورت چگالی احتمال حاشیه‌ای با استفاده از رابطه (الف-۱۶) به صورت زیر محاسبه شود:

الف-۹

$$
\begin{aligned}
h_0(\eta_m) &= \int_{-\infty}^{\infty} g_0(\eta)\, h(\eta_m|\eta)\, d\eta \\
&= \frac{\sqrt{w_0 w_m}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(w_0(\eta - y_0)^2 + w_m(\eta_m - \eta)^2\right)\right] d\eta \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{w_0 w_m}{w_0 + w_m}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{w_0 w_m}{w_0 + w_m}(\eta_m - y_0)^2\right] \\
&= \frac{1}{u_{\eta_m}\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta_m - y_0}{u_{\eta_m}}\right)^2\right] \\
&= \varphi(\eta_m; y_0, u_{\eta_m}^2),
\end{aligned}
$$

که در آن

$$
u_{\eta_m} = \sqrt{\frac{w_0 + w_m}{w_0 w_m}} = \sqrt{u_0^2 + u_m^2}.
$$

الف-۴-۳-۲ چنین در نظر گرفته می‌شود که تابع چگالی احتمال $h_0(\eta_m)$ یک توزیع نرمال با امید ریاضی y_0 و عدم قطعیت مربوط $u_{\eta m}$ که با رابطه (الف-۱۰) به دست آمده باشد.

الف-۴-۳-۳ امید ریاضی $E(Y_m)=y_0$ از این فرض که سیستم اندازه‌گیری برای همه خطاهای سیستماتیک معنی‌دار شناخته شده تصحیح شده باشد، نتیجه می‌شود و بنابراین، بدون اریبی می‌باشد.

الف-۴-۳-۴ چنین در نظر گرفته می‌شود که عدم قطعیت استاندارد $u_{\eta m}$ در رابطه (الف-۱۰) مجموع یک چهارم‌های عدم قطعیت‌های استاندارد مربوط به تابع چگالی احتمال‌های فرآیند و سیستم اندازه‌گیری باشد. به طور طبیعی دو منبع عدم قطعیت (یک فرآیند نا معلوم و سیستم اندازه‌گیری ناقص) با در نظر گرفتن اثراتی که بر اطلاعات مقادیر اندازه‌گیری شده احتمالی خاصیت مورد نظر می‌گذارند ترکیب می‌شود. با یک سیستم اندازه-گیری با درستی بالا، به این معنی که $u_m << u_0$ آن گاه $u_{\eta m} \approx u_0$ و عدم قطعیت پیرامون مقادیر احتمالی کمیت اندازه‌گیری شده تقریبا همه به دلیل اطلاعات ناقص درباره فرآیند تولید می‌باشد.

الف-۴-۴ تابع چگالی احتمال پسین(اندازه‌گیری بعدی) $g(\eta_m | \eta)$ برای Y

الف-۴-۴-۱ لذا با مساوی قرار دادن دو طرف راست رابطه‌های (۱۶الف) و(۱۶ب) در صفحه‌های ۳۹ و۴۰ ، و دوباره چینی آن تابع چگالی احتمال برای اندازه ده Y پس از اندازه‌گیری حاصل می‌شود که یک مقدار اندازه گیری شده η_m نتیجه می‌شود

$$g\left(\eta|\eta_{\mathrm{m}}\right)=\frac{g_{0}(\eta)\, h\left(\eta_{\mathrm{m}}|\eta\right)}{h_{0}(\eta_{\mathrm{m}})}.$$

الف-۱۱

مقایسه با رابطه (۱) در صفحه ۱۶ نشان می‌دهد این نتیجه با مخرج $h_0(\eta_m)$ که توسط رابطه (الف-۹) داده شده است، بیانی از قضیه بیز می‌باشد. با جایگزینی تابع‌های چگالی احتمال نرمال رابطه‌های (الف-۷) تا (الف-۹) در رابطه (الف-۱۱) نتیجه می‌شود

رابطه (الف-۱۲)

$$\begin{aligned} g\left(\eta|\eta_{\mathrm{m}}\right) &= \sqrt{\frac{w_0+w_{\mathrm{m}}}{2\pi}}\exp\left[-\frac{w_0+w_{\mathrm{m}}}{2}\left(\eta-\frac{w_0y_0+w_{\mathrm{m}}\eta_{\mathrm{m}}}{w_0+w_{\mathrm{m}}}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{u\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y}{u}\right)^2\right] \\ &= \varphi\left(\eta;y,u^2\right), \end{aligned}$$

که در آن

$$y=\frac{w_0y_0+w_{\mathrm{m}}\eta_{\mathrm{m}}}{w_0+w_{\mathrm{m}}},$$

رابطه (الف-۱۳)

و

$$u = \frac{1}{\sqrt{w_0 + w_\mathrm{m}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{u_0^2} + \frac{1}{u_\mathrm{m}^2}}} = \frac{u_0 u_\mathrm{m}}{\sqrt{u_0^2 + u_\mathrm{m}^2}}.$$

رابطه (الف-۱۴)

الف-۴-۴-۲ قضیه بیز تاثیر اطلاعات جدید اندازه ده Y، که توسط مقدار اندازه‌گیری شده η_m و عدم قطعیت استاندارد مربوطه u_m به دست می‌آیند را نشان می‌دهد. چنین در نظر می‌گیریم که چگالی احتمال پسین رابطه (الف-۱۲) یک توزیع نرمال است که امید ریاضی آن (بهترین برآورد) y ، رابطه (الف-۱۳)، یک میانگین موزون از y_0 و η_m با وزن‌های برابر با معکوس واریانس‌های متناظر مربوط می‌باشد.

الف۴-۴-۳ از رابطه (الف-۱۴) به نظر می‌رسد که همواره عدم قطعیت استاندارد u مربوط به برآورد y کمتر از هر دوی u_0 و u_m می‌باشد. دو حالت ویژه مورد نظر وجود دارند که عموما در عمل با آن‌ها روبرو می‌شویم.

- اگر اطلاعات اولیه آن قدر ناچیز باشند که هیچ تلاشی برای یک تابع چگالی احتمال آشکار برای اندازه ده Y انجام نشود آن گاه $u_\mathrm{m} << u_0$ می شود به طوری که $w_\mathrm{m} >> w_0$ می‌شود از رابطه (الف-۱۴) نتیجه می‌شود که

$$y \approx \eta_\mathrm{m}, \qquad u \approx u_\mathrm{m},$$

و می‌توان گفت که تمامی اطلاعات وابسته مقادیر احتمالی Y از خود اندازه‌گیری به دست می‌آیند. چنین اندازه‌گیری‌هایی مرکز توجه GUM، که راهنمایی برای ارزیابی u_m یک مدل اندازه‌گیری مناسب معین می‌باشد، هستند.

- در یک کالیبراسیون نوعی، یک دستگاه اندازه‌گیری برای اندازه گیری یک استاندارد مرجع به کار می رود که یک برآورد y_0 از کمیت Y با عدم قطعیت کوچک u_0 را شناسایی می‌کند برای چنین کالیبراسیونی خطای سیستماتیک دستگاه به طور ناچیز یک خطای پیشین شناخته می‌شود در صورتی که $u_0 << u_\mathrm{m}$ و $w_0 >> w_\mathrm{m}$ باشد. آن گاه تابع چگالی احتمال پسین برای Y طوری است که، با استفاده مجدد از رابطه (الف-۱۴)،

$$y \approx y_0, \qquad u \approx u_0.$$

مطابق این قضاوت صحیح، اطلاعات استاندارد مرجع به وسیله اندازه‌گیری کالیبراسیون بدون تغییر باقی می‌مانند. در هر صورت، مقدار خوانده شده دستگاه اطلاعاتی درباره خطای نشان‌دهی دستگاه ارائه می‌دهد که کمیت مورد نظر در یک کالیبراسیون است.

الف-۵ محاسبات ریسک با تابع های چگالی احتمال نرمال و یک قانون تصمیم دو تایی

الف-۵-۱ فرمول عمومی برای محاسبه ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده جهانی در بند ۹-۵ نتیجه گیری بوده‌اند و مورد خاص ارزیابی انطباق با یک قانون تصمیم دوتایی در بند ۹-۵-۳ مورد بررسی قرار گرفت. مورد نظر است که رابطه‌های برای ریسک‌های جهانی در مورد متداول یک قانون تصمیم دوتایی که در آن اطلاعات اولیه یک اندازه ده و خروجی‌های احتمالی سیستم اندازه‌گیری هر دو توسط توزیع‌های نرمال شرح داده شده اند، نتیجه شوند.

الف-۵-۲ با توزیع‌های نرمال معین، رابطه‌های (الف-۷) و (الف-۸)، برای تابع‌های چگالی احتمال که فرآیند تولید و سیستم اندازه‌گیری را مشخص می‌کنند، تابع چگالی احتمال توام $f(\eta,\eta_m)$ (رابطه ۱۶-الف در صفحه۳۹) برای نتایج یک اندازه‌گیری به صورت زیر می‌باشد

$$f(\eta,\eta_{\mathrm{m}}) = g_0(\eta)\, h\,(\eta_{\mathrm{m}}|\eta) = \frac{1}{2\pi u_0 u_{\mathrm{m}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\eta-y_0}{u_0}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{\mathrm{m}}-\eta}{u_{\mathrm{m}}}\right)^2\right]\right\}.$$

با جای گذاری $v=(\eta_m-\eta)/u_m$ ، $dv=d\eta_m/u_m$ و $z=(\eta-y_0)/u_0$، $dz=d\eta/u_0$ و قرار دادن آن‌ها در داخل رابطه (۱۹) و (۲۰) ، پس از خلاصه‌سازی، ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده جهانی به صورت زیر نتیجه می‌شود

$$R_{\mathrm{C}} = \int_{-\infty}^{\frac{T_{\mathrm{L}}-y_0}{u_0}} F(z)\varphi_0(z)\,\mathrm{d}z + \int_{\frac{T_{\mathrm{U}}-y_0}{u_0}}^{\infty} F(z)\varphi_0(z)\,\mathrm{d}z$$

رابطه (الف-۱۵)

و

$$R_{\mathrm{P}} = \int_{\frac{T_{\mathrm{L}}-y_0}{u_0}}^{\frac{T_{\mathrm{U}}-y_0}{u_0}} (1-F(z))\,\varphi_0(z)\,\mathrm{d}z.$$

رابطه (الف-۱۶)

در این رابطه‌ها تابع چگالی احتمال نرمال استاندارد و $\varphi_0(z) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-z^2/2)$

$$F(z) = \Phi\left(\frac{A_{\mathrm{U}} - y_0 - u_0 z}{u_{\mathrm{m}}}\right) - \Phi\left(\frac{A_{\mathrm{L}} - y_0 - u_0 z}{u_{\mathrm{m}}}\right),$$

رابطه (الف-۱۷)

که در آن $\Phi(t)$ تابع توزیع نرمال استاندارد می‌باشد.

پیوست ب

(اطلاعاتی)

اطلاعات اولیه اندازه ده

ب-۱ کنترل فرآیند آماری

ب-۱-۱ در بسیاری از ارزیابی‌های انطباق، اطلاعات اندازه ده Y، پیش از انجام یک اندازه‌گیری، در تصمیم‌گیری های پذیرش یا عدم پذیرش، به طور آشکار در نظر گرفته نمی‌شود. در چنین مواردی، که نوعی از اندازه‌گیری هستند که مطابق با اصول شرح داده شده در GUM آنالیز شده‌اند، یک فرض ضمنی وجود دارد که اطلاعات اولیه Y، آنقدر ناچیز هستند که اثر ناچیزی روی پیامدهای تصمیم دارد.

ب-۱-۲ برای فرآیندی که در آن تعدادی آیتم از نظر اسمی یکسان در طول زمان تولید می‌شوند، طبیعت فرآیند می‌تواند با اندازه‌گیری یک نمونه از خروجی آن در فواصل زمانی، مورد مطالعه قرار گیرد. آمار ایجاد شده در جریان چنین اندازه‌گیری‌هایی، مانند میانگین نمونه متحرک و انحراف معیار نمونه، اطلاعاتی درباره پایداری فرآیند فراهم می‌کند به طوری که می‌تواند به عنوان یک نیاز برای برآورده ساختن معیارهای کیفیت محصول تنظیم شود. ایجاد و استفاده از اطلاعات اندازه‌گیری در این روش، مبنای کنترل فرایند آماری (SPC) را تشکیل می‌دهد. ادبیات قابل ملاحظه‌ای موجود است، برای مثال به مرجع های [۳۴و۳۳] مراجعه کنید.

ب-۱-۳ رفتار یک فرآیند در آمار معمولا با فرض این که نمونه‌ای از آیتم‌ها به منظورکنترل کیفیت شامل مجموعه‌ای از مفاهیم توزیع فرکانس پایدار اندازه‌گیری شده است، خلاصه سازی می‌شوند. مقدار میانگین η و انحراف معیاراین توزیع σ از نمونه آماری برآورد می‌شوند.

یادآوری - فرآیندی که برای آن مقدار میانگین و انحراف معیارها، از یک نمونه به نمونه دیگر، تغییرات قابل قبولی با توجه به حدهای معین نشان می‌دهند، به عنوان یک فرآیند پایدار شناخته می‌شود.

ب-۱-۴ تابع چگالی احتمال $g_0(\eta)$ برای یک اندازه ده Y، شکل ریاضیاتی توزیع فرکانسی پیشنهاد شده توسط هیستوگرام مقادیر کمیت اندازه‌گیری شده به خود می‌گیرد. آن‌گاه خاصیت مورد نظر یک آیتم که به طور تصادفی از فرآیند انتخاب شده، با بهترین برآوردی برابر با $y_0 = \mu$ و عدم قطعیت استاندارد مربوطه $u_0 = \sigma$ تعیین می شود.

ب-۱-۵ این روش اجرایی کنترل فرآیند آماری، دارای دو نقطه ضعف اساسی می‌باشد: (الف) الگوسازی معتبر یک فرآیند با استفاده از هیستوگرام معمولا نیاز به یک نمونه بزرگ دارد که ممکن است در دسترس نباشد، و (ب) عدم قطعیت مربوط به اندازه‌گیری‌های نمونه نادیده گرفته می‌شود و هیچ نقشی در تعیین تابع چگالی احتمال $g_0(\eta)$ بازی نمی‌کند. رویکرد زیر، هر دوی این مشکلات را در نظر می‌گیرد و نتایج کنترل فرآیند آماری را در حدهای مناسب کاهش می‌دهد.

ب-۲ آیتم انتخاب شده به صورت تصادفی از یک نمونه آیتم اندازه گیری شده

ب-۲-۱ نمونه‌ای متشکل از n آیتم را در نظر بگیرید، که هر یک دارای یک خاصیت مورد نظر Y در ارزیابی انطباق هستند. نمونه در طول یک فاصله زمانی مناسب از فرآیند تولیدی که پایدار فرض می‌شود، جمع آوری شده است. مثال‌ها شامل موارد زیر می‌شوند:

- نمونه‌ای از n بلوک سنجه ، که هر یک با طول L مشخص می‌شوند؛
- نمونه‌ای از n ولتمتر دیجیتال، که هر کدام با یک خطای نشاندهی E در زمان اندازه‌گیری یک ولتاژ مرجع استاندارد مشخص می‌شوند؛
- نمونه‌ای از n اتصال فیبر نوری، که با افت A مشخص می‌شوند.

ب-۲-۲ برای هر یک از n آیتم خاصیت مورد نظر اندازه‌گیری می‌شود، که مجموعه‌ای از برآوردهای $y_1,\ldots, y_n$ و یک عدم قطعیت اندازه‌گیری استاندارد مربوطه $\bar{u}$. عدم قطعیت $\bar{u}$ به روش اجرایی که برای اندازه-گیری نمونه‌ها به کار می‌رود بستگی دارد و فرض می‌شود که برای همه اندازه‌گیری‌ها یکسان است. بنابراین خاصیت‌های نمونه با محاسبه میانگین نمونه $\bar{y}$ و واریانس نمونه s^2 که با رابطه زیر تعریف می‌شود خلاصه سازی می‌شوند.

$$\overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y_k,$$

رابطه (ب-۱)

و

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(y_k - \overline{y})^2.$$

رابطه (ب-۲)

یادآوری- واریانس نمونه اغلب با تقسیم مجموع $\sum_{k=1}^{n}(yk-\bar{y})^2$ بر n-1 به جای n (در رابطه بالا) تعریف می‌شود. کمیت نتیجه شده می‌تواند به صورت یک برآوردگر بدون اریبی از واریانس σ^2 توزیع فرکانسی نشان داده شود که چنین فرض می‌شود که داده‌های نمونه‌ها ترسیم شده‌اند. در تعریف s^2 در رابطه (ب-۲)، هدف برآورد یک واریانس ناشناخته نیست بلکه بیشتر مشخص کردن پراکندگی مقادیر نمونه در اطراف میانگین آن‌ها است. اگر چنین فرض شود که داده‌ها یک نمونه تصادفی از توزیع فرکانسی نرمال $\varphi(\eta;\mu, \sigma2)$ باشند، آنگاه واریانس نمونه (ب-۲) می‌تواند بیشینه احتمال σ^2 برآورد کند. [۱۰]

ب-۲-۳ یکی از آیتم‌های اندازه‌گیری شده به طور تصادفی (با احتمال 1/n) انتخاب می‌شود و به عنوان نماینده فرآیند تولید در نظر گرفته می‌شود. در نظر بگیرید که y_r خاصیت مورد نظر برای آیتم به طور تصادفی انتخاب شده را مشخص کند. اطلاعات وابسته به مقادیر احتمالی η از y_r ، تنها شامل نمونه‌های آماری (ب-۱) و (ب-۲) می‌باشد، برآوردهای منحصر بفرد $y_1,\ldots,y_n$ قبل از این که اندازه‌گیری انجام شود کنار گذاشته شده‌اند. خلاصه این که خاصیت‌های تابع چگالی احتمال برای y_r می‌توانند به صورت زیر محاسبه شوند

ب-۲-۴ چنین در نظر بگیری که $f_r(\eta)$ تابع چگالی احتمال برای y_r باشد و تابع‌های چگالی احتمال برای n خاصیت نمونه $Y_1,\ldots Y_n$ با $f_k(\eta)$ ، $k=1,\ldots,n$ مشخص شود. با توجه به این که هر یک از n آیتم با احتمال یکسان انتخاب شده‌اند، $f_r(\eta)$ می‌تواند به صورت تابع چگالی احتمال حاشیه‌ای نوشته شود.

$$f_r(\eta) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} f_k(\eta),$$

رابطه(ب-۳)

که به طور مناسب، توزیع متناهی آمیخته نامیده می‌شود[۴۱].

ب-۲-۵ شکل تابع چگالی احتمال ویژه η عموما ناشناخته است، ولی از آنجائی که اطلاعات خاصیت Y_k از آیتم اندازه‌گیری شده kام را می‌رساند

$$E(Y_k) = y_k = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_k(\eta)\, \mathrm{d}\eta,$$

رابطه (ب-۴)

و

$$V(Y_k) = \widetilde{u}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - y_k)^2 f_k(\eta)\, \mathrm{d}\eta.$$

رابطه (ب-۵)

با داشتن این نتایج و تابع چگالی احتمال $f_r(\eta)$ از رابطه (ب-۳)، برآورد y_r از خاصیت Y_r و عدم قطعیت استاندارد مربوطه u_r ، می‌تواند محاسبه شود.

ب-۲-۶ برای برآورد y_r با تعریف زیر خواهیم داشت

$$y_r = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_r(\eta)\, \mathrm{d}\eta = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_k(\eta)\, \mathrm{d}\eta = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} y_k,$$

که در آن رابطه (ب-۴) در مرحله آخر به کار برده شده است. مقایسه این نتیجه با رابطه (ب-۱) نشان می‌دهد که برآورد قبلی Y برابر با میانگین نمونه است:

$$y_r = \overline{y}.$$

رابطه (ب-۶)

ب-۲-۷ واریانس مربوطه Y ، که مثبت ریشه توان دوم آن عدم قطعیت استاندارد است، با رابطه زیر مشخص می‌شود

رابطه (ب-۷)

$$u_r^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \overline{y})^2 f_r(\eta)\, \mathrm{d}\eta = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \overline{y})^2 f_k(\eta)\, \mathrm{d}\eta.$$

اکنون با نوشتن

$$(\eta - \overline{y})^2 = (\eta - y_k + y_k - \overline{y})^2 = (\eta - y_k)^2 + (y_k - \overline{y})^2 + 2(\eta - y_k)(y_k - \overline{y}),$$

استفاده از رابطه‌های (ب-۴) و (ب-۵) و جایگذاری در رابطه (ب-۷) به نتیجه زیر خواهیم رسید

$$u_r^2 = \tilde{u}^2 + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(y_k - \overline{y})^2.$$

رابطه (ب-۸)

ب-۲-۸ جمع سمت راست رابطه (ب-۸) واریانس نمونه s^2 [رابطه (ب-۲) را مشاهده کنید] به نظر می‌رسد. به طوری که :

رابطه (ب-۹)

$$u_r^2 = \tilde{u}^2 + s^2,$$

و عدم قطعیت استاندارد مربوط به برآورد اولیه y_0 به صورت زیر است

رابطه (ب-۱۰)

$$u_r = \sqrt{\tilde{u}^2 + s^2}.$$

ب-۲-۹ به نظر می‌رسد عدم قطعیت استاندارد u_r که با رابطه (ب-۱۰) مشخص می‌شود، ریشه جمع مربعات (RSS[۱]) ترکیب دو جزء باشد، که دو پارامتری هستند که داده‌های نمونه را خلاصه‌سازی می‌کنند : واژه $\widetilde{u2}$ به علت عدم قطعیت استاندارد مرتبط با اندازه‌گیری‌های نمونه، و واژه s^2 که تغییرپذیری برآوردهای $y_1,\ldots,y_n$ مشخص می‌کند. تغییرپذیری به سبب ناپایداری فرآیند و عدم تکرارپذیری اندازه‌گیری در واریانس نمونه مشاهده شده s^2 ترکیب می‌شوند. عدم قطعیت استاندارد $\bar{u}$ باید شامل جزئی باشد که اثر ناپایداری اندازه‌گیری را بگیرد.

ب-۲-۱۰ برآورد محاسبه شده و واریانس نمونه محاسبه شده برای آیتمی که به طور تصادفی انتخاب شده است رابطه‌های (ب-۶) و (ب-۷) برای تعیین تولید بعدی فرآیندی که فرض می‌شود پایدار و عاری از رانش باشد، به کار برده می‌شوند. مدل منطقی دارای یک اندازه شناس یا بازرس است که به صورت زیر استدلال می‌کند" من آیتم بعدی از فرآیند تولید را انتخاب کرده‌ام، من در باره خاصیت Y از این آیتم قبل از این که اندازه‌گیری شود، چه می‌توانم بگوییم؟ بر پایه نتایج اندازه‌گیری‌های نمونه، من اعتقاد دارم که بهترین برآورد Y ، $y_0=y_r$است آنچه که به وسیله رابطه (ب-۶) داده شده، با یک واریانس مرتبط $u_0^2=u_r^2$ که با رابطه (ب-۹) مشخص شده می‌باشد. این وسعت دانش من است. با داشتن این اطلاعات و اصل حداکثر آنتروپی (به JCGM101:2008 6.3 و [۴۵]

۱- root-sum-square

مراجعه کنید)، من یک تابع چگالی احتمال نرمال برای بیان و رمزگذاری اطلاعات اولیه‌ام از خاصیت Y برای این آیتم تعیین می‌کنم."

ب-۲-۱۱ این محاسبات به توزیع نرمال(گوسی) زیر برای رمزگذاری اطلاعات اولیه خاصیت Y راهبری می‌کند

$$g_0(\eta) = \frac{1}{u_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y_0}{u_0}\right)^2\right] = \varphi\left(\eta; y_0, u_0^2\right),$$

با $u^2_0= s^2 +\widetilde{u2}$ و $y_0=\bar{y}$

ب-۲-۱۲ در مورد متداول که $s^2> > \widetilde{u2}$ باشد، عدم قطعیت در مقدار خاصیت یک آیتم که به صورت تصادفی از فرآیند تولید انتخاب شده توسط تغییرپذیری مغلوب می‌شود. آن‌گاه $u_0 \approx \sigma \approx s$ می‌شود که در آن فرآیند توسط یک توزیع فرکانسی با انحراف معیارσ که به وسیله انحراف معیارنمونه s برآورد شده است فرآیند الگوگذاری می‌شود.

ب-۳ خاصیتی مثبت نزدیک به یک حد فیزیکی

ب-۳-۱ تابع چگالی احتمال نرمال دارای یک گستره نامحدود است. در مورد خاصیتی (اندازه ده) که ذاتا مثبت است است یک تابع چگالی احتمال نرمال تعیین شده بخشی از احتمال آن روی مقادیر منفی خاصیت (و بنابراین غیر ممکن) توزیع خواهد شد. برای خاصیتی که بهترین برآورد آن در برخی دفعات، عدم قطعیت استاندارد مربوط به آن صفر می‌باشد این بخش از احتمال می‌تواند معنی‌دار باشد. در چنین حالتی، تعیین یک تابع چگالی احتمال نرمال روشی غیر منطقی برای به رمز در آوردن اطلاعات اندازه ده خواهد بود .

ب-۳-۲ بسیاری از تابع چگالی احتمال‌های به خوبی شناخته شده به مقادیر مثبت از استدلال‌های خود محدود می‌شوند. بسته به اطلاعات موجود چنین تابع چگالی احتمالی می‌تواند برای اطلاعات مدل اندازه ده Yنزدیک به یک حد فیزیکی به کار گرفته شود. در حالتی که اطلاعات $Y\geq 0$ به یک برآورد و واریانس مربوط محدود می‌شود، همان‌گونه که در بند ب-۲ آمد، اصل بیشینه بی‌نظمی (آنتروپی) به تعیین یک توزیع نرمال که در صفر بریده می‌شود راهبری می‌شود[۱۱]. اگر قبول داشته باشیم که مقادیر Y نزدیک به صفر احتمال ناچیزی داشته باشند، تعیین تابع چگالی احتمال اولیه $g_0(\eta)$ که همان‌گونه که $\eta \to 0$ به صفر می‌رسد، می‌تواند مناسب باشد. یک چنین توضیحی تابع چگالی احتمال گاما است که کاربرد آن به صورت یک مثال ارائه خواهد شد.

ب-۳-۳ تابع چگالی احتمال گاما، با پارامترهای مثبت α وλ با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\text{gamma}\,(\eta;\alpha,\lambda)=\frac{\lambda^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\eta^{\alpha-1}e^{-\lambda\eta},\quad \eta\geq 0,$$

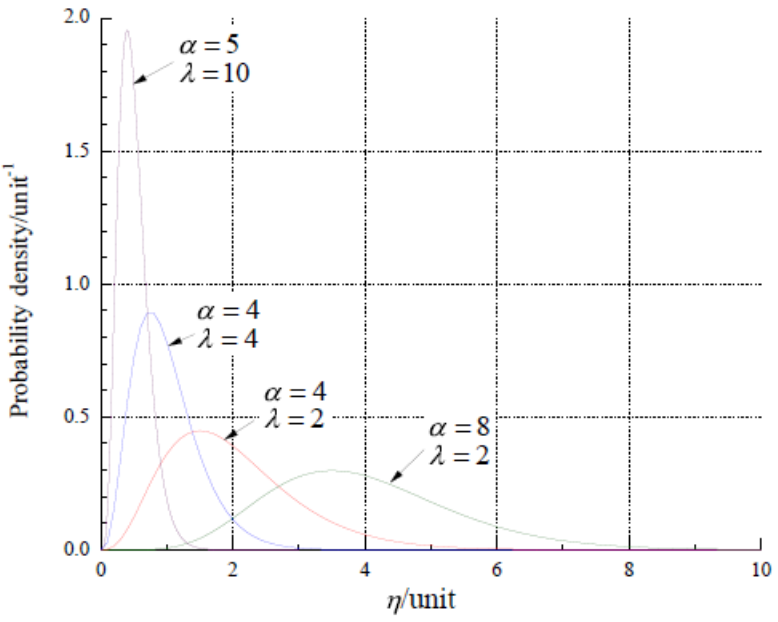
رابطه (ب-۱۱)

که در آن $\Gamma(\alpha)$ تابع گاما است:

$$\Gamma(\alpha)=\int_0^{\infty}x^{\alpha-1}e^{-x}\,\mathrm{d}x.$$

یادآوری۱- موارد خاص تابع چگالی احتمال گاما شامل $(\eta;1,\lambda)$ (تابع چگالی احتمال نمایی با پارامتر λ) و گاما $(\eta;n/2,1/2)$ (تابع چگالی احتمال کای اسکونر[1] با n درجه آزادی) می‌شود.

یادآوری۲- امکان تعریف توزیع گامای سه پارامتری با جایگزینی $(\eta-\gamma)$ بجای η در عبارت (ب-۱۱) می‌باشد که در آن پارامتر λ نقطه آنهایی سمت چپ است و توزیع به بازه $\eta\geq\gamma$ مرتبط می‌شود.



شکل ب-۱- چندین تابع چگالی احتمال گاما $(\eta;\alpha,\lambda)$ ، که مطابق با رابطه (ب-۱۱) محاسبه شده اند برای جفت پارامترهای انتخابی (α وλ)

1 -Chi-squraed

ب-۳-۴ شکل ب-۱ چهار تابع چگالی احتمال گاما برای مقادیر خاص α وλ را نشان می‌دهد. امید ریاضی و واریانس تابع چگالی احتمال گاما با رابطه ب-۱۲ ارائه شده است:

$$E(Y) = y_0 = \frac{\alpha}{\lambda}, \qquad V(Y) = u_0^2 = \frac{\alpha}{\lambda^2},$$

رابطه (ب-۱۲)

و مقدار بیشینه توزیع (مد) زمانی اتفاق می‌افتد که:

$$\eta = \frac{\alpha - 1}{\lambda}.$$

رابطه (ب-۱۳)

ب-۳-۵ با در نظر گرفتن حالت خاصی از اطلاعات اولیه، مقادیر مناسب α وλ می‌تواند با به کارگیری این عبارت‌ها برآورد شوند. در حالتی که اطلاعات یک خاصیت (اندازه ده) Y با اندازه‌گیری یک نمونه از آیتم تولید شده به دست آمده باشد، برآورد اولیه و واریانس مربوط با آماره‌های نمونه برآورد می‌شوند: $y_0=\bar{y}$ و $u_0^2=s^2$ رابطه (ب-۱۲) می‌تواند برای تابع چگالی احتمال گاما به این صورت حل شود:

$$\alpha=\frac{\bar{y}^2}{s^2}, \qquad \lambda=\frac{\bar{y}}{s^2}$$

رابطه (ب-۱۴)

این برآوردها، برآوردهای به اصطلاح "روش لحظه‌ها "هستند و ممکن است برای یک نمونه با اندازه کوچک رضایت بخش نباشند. پیشنهادهای متناوب بیشینه برآوردهای احتمال هستند ولی اینها نوعا نیازمند فرم‌های از بهینه‌سازی عددی راه حل سوالات یک سیستم غیر خطی می باشند.

ب-۳-۶ مثالی که در آن تابع چگالی احتمال گاما برای محاسبه ریسک‌های مصرف کننده و تولید کننده به کار رفته است، در بند ۹-۵-۴ ارائه شده است.

ب-۳-۷ اطلاعات مفید درباره خاصیت‌ها و کاربردهای توزیع‌های احتمال در کتاب‌های ایونس، هاستینگ ،پیکاک و جانسون و کوتز و بالاکریشنان پیدا می‌شود.

پیوست پ

(اطلاعاتی)

واژه نامه نمادهای اصلی

یادآوری واژه تابع چگالی احتمال به صورت PDF مختصرسازی می‌شود.

A بازه مقادیر اندازه گیری شده قابل قبول Y_m

$\tilde{A}$

A_L حد پایینی پذیرش

A_U حد بالایی پذیرش

a حد پایینی بازه‌ای که می‌دانیم یک متغیر تصادفی در آن قرار گرفته است

b حد بالایی بازه‌ای که می‌دانیم یک متغیر تصادفی در آن قرار گرفته است

C بازه مقادیر منطبق خاصیت مورد نظر(اندازه ده)Y

$\tilde{C}$

C_m ثابت توانمندی اندازه‌گیری

E(X) امید ریاضی متغیر تصادفی X

$E(Y/\eta_m)$ امید ریاضی شرطی اندازه ده Y ، با مقدار معین کمیت اندازه‌گیری شده η_m

E_{max} بیشینه خطای مجاز نشاندهی یک دستگاه اندازه‌گیری

erf(z) تابع خطا با متغیرz

$f(\eta,\eta_m)$ PDF توام با متغیرهای η و η_m *برای کمیت‌های* Y و Y_m

$G_X(\xi)$ تابع توزیع با متغیر ξ برا ی کمیت X

$gamma(\eta;\alpha,\lambda)$ PDF گاما با متغیر η و پارامترهای α وλ

$g(\eta \mid \eta_m)$ PDF با متغیر η برای اندازه ده Y ، با مقدار معین کمیت اندازه‌گیری شده η_m

$g_0(\eta)$ PDF با متغیر η برای اندازه ده Y ، قبل از اندازه‌گیری

$g_0(\eta \mid I)$ PDF اولیه با متغیر η برای اندازه ده Y با نمایش آشکار اطلاعات اولیه ؛ مانند $g_0(\eta)$

$gx(\xi)$ PDF با متغیر ξ برای کمیت X

$h(\eta_m \mid \eta)$ PDF با متغیر η_m برای کمیت خروجی Y_m از سیستم اندازه‌گیری، با مقدار واقعی مفروض داده شده η از اندازه ده Y

$h_0(\eta_m)$ PDF حاشیه‌ای با متغیر η_m برای کمیت خروجی سیستم اندازه‌گیری

k عامل پوشش

$\mathcal{L}(\eta;\eta_m)$ احتمال مقدار واقعی η با مقدار کمیت اندازه‌گیری شده معین η_m

P احتمال پوشش

p_c احتمال انطباق

احتمال عدم انطباق

R_C ریسک مصرف کننده جهانی

R^*_C ریسک مصرف کننده خاص

R_P ریسک تولید کننده جهانی

R^*_P ریسک تولید کننده خاص

s^2 واریانس نمونه

T رواداری

T_L حد رواداری پایینی

T_U حد رواداری بالایی

U عدم قطعیت گسترده

U عدم قطعیت استاندارد

u_0 عدم قطعیت استاندارد مربوط به برآورد y_0 از اندازه ده Y قبل از انجام اندازه گیری

u_m عدم قطعیت استاندارد مربوط به مقدار کمیت اندازه‌گیری شده η_m وقتی اطلاعات اولیه اندازه‌ده قابل چشم‌پوشی باشد

$V(X)$ واریانس متغیر تصادفی X

$V(Y \mid \eta_m)$ واریانس شرطی اندازه ده Y ، با مقدار کمیت اندازه‌گیری شده η_m

w پارامتر طول باند محافظ

Y خاصیت قابل اندازه‌گیری (اندازه ده) یک آیتم، که متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود

Y_m خروجی سیستم اندازه‌گیری، که متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود

$\bar{y}$

α پارامتر PDF گاما

$\Gamma(z)$ تابع گاما با متغیرz

η متغیری که مقادیر احتمالی اندازه دهY را شرح می‌دهد

λ پارامتر PDF گاما

$\phi(z)$ تابع توزیع نرمال استاندارد با متغیرz

$\varphi_0(z)$ PDF نرمال استاندارد با متغیر z

PDF $\varphi(\eta;y,u^2)$

η، امید ریاضی yو واریانس u^2