INSO
19607
1st.Edition
2015

جمهوری اسلامی ایران
Islamic Republic of Iran
سازمان ملی استاندارد ایران
Iranian National Standardization Organization

استاندارد ملی ایران
۱۹۶۰۷
چاپ اول
۱۳۹۳

کاربرد نمودارهای کنترلی در کنترل آماری فرآیند - آیین کار

Standard practice for use of control charts in statistical process control

ICS:03.120.30

به نام خدا

آشنایی با سازمان ملی استاندارد ایران

مؤسسه‌ی استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک ماده‌ی ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسه‌ی استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

نام موسسه‌ی استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب یک‌صد و پنجاه و دومین جلسه شورای عالی اداری مورخ ۹۰/۶/۲۹ به سازمان ملی استاندارد ایران تغییر و طی نامه شماره ۲۰۶/۳۵۸۳۸ مورخ ۹۰/۷/۲۴ جهت اجرا ابلاغ شده است.

تدوین استاندارد در حوزه‌های مختلف در کمیسیون‌های فنی مرکب از کارشناسان سازمان ، صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می شود وکوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانهٔ صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرف‌کنندگان، صادرکنندگان و واردکنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان های دولتی و غیردولتی حاصل می شود. پیش‌نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی نفع و اعضای کمیسیون های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیته‌ی ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می‌شود.

پیش‌نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان‌های علاقه‌مند و ذی‌صلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می کنند درکمیته‌ی ملی طرح و بررسی و درصورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می شود. بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می شوند که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شماره‌ی ۵ تدوین و در کمیته‌ی ملی استاندارد مربوط که سازمان ملی استاندارد ایران تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

سازمان ملی استاندارد ایران از اعضای اصلی سازمان بین المللی استاندارد (ISO)[1] ،کمیسیون بین المللی الکتروتکنیک (IEC)[2] و سازمان بین المللی اندازه شناسی قانونی (OIML)[3] است و به عنوان تنها رابط[4] کمیسیون کدکس غذایی (CAC)[5] در کشور فعالیت می کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی‌های خاص کشور، از آخرین پیشرفت‌های علمی، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود.

سازمان ملی استاندارد ایران می تواند با رعایت موازین پیش‌بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/ یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. سازمان می‌تواند به منظور حفظ بازارهای بین المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید . همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده کنندگان از خدمات سازمان ها و مؤسسات فعال در زمینهٔ مشاوره، آموزش، بازرسی، ممیزی و صدور گواهی سیستم های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست‌محیطی، آزمایشگاه‌ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، سازمان ملی استاندارد ایران این گونه سازمان‌ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامهٔ تأیید صلاحیت به آن‌ها اعطا و بر عملکرد آن ها نظارت می‌کند.

ترویج دستگاه بین المللی یکاها، کالیبراسیون (واسنجی) وسایل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبها و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این سازمان است.

1- International Organization for Standardization
2- International Electrotechnical Commission
3- International Organization of Legal Metrology (Organisation Internationale de Metrologie Legale)
4- Contact point
5- Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد
«کاربرد نمودارهای کنترلی در کنترل آماری فرآیند - آیین کار »

رئیس :	**سمت و/ یا نمایندگی**
میرمحمدی، مهرو سادات (دکتری شیمی تجزیه)	عضو هیئت‌علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرضا
دبیر :	
نبی، مهدی (کارشناسی ارشد شیمی تجزیه)	رئیس هیئت مدیره شرکت معیار دانش پارس
اعضاء : (اسامی به ترتیب حروف الفبا)	
اسماعیلیان، سید امین (کارشناسی ارشد مهندسی صنایع)	مدیرعامل شرکت معیار دانش پارس
بقالیان‌نژاد، رضا (کارشناسی ارشد شیمی تجزیه)	کارشناس شرکت معیار دانش پارس.
پوری رحیم، حسین (کارشناسی ارشد متالورژی)	سازمان ملی استاندارد ایران
تابش، پریسا (کارشناسی شیمی)	مسئول فنی شرکت گلتاش
تأخیری، محسن (کارشناسی صنایع)	شرکت برنا باتری
جلالی، ایزد (کارشناسی ارشد صنایع)	شرکت آریا کیفیت پارس
حامدیان، مولود (کارشناسی ارشد شیمی تجزیه)	کارشناس شرکت معیار دانش پارس
دیانی، فریبا (کارشناسی مهندسی صنایع)	رئیس فناوری اطلاعات و ارتباطات اداره کل استاندارد استان اصفهان

دیهیم نیا، بابک (کارشناسی ارشد شیمی)	مدیر کیفیت آزمایشگاهی
میرمحمدی، رویاالسادات (کارشناسی ارشد صنایع غذایی)	کارشناس شرکت معیار دانش پارس
یزدانی، الهام (کارشناسی ارشد شیمی تجزیه)	کارشناس شرکت معیار دانش پارس

فهرست مندرجات

عنوان **صفحه**

آشنایی با سازمان ملی استاندارد ب
کمیسیون فنی تدوین استاندارد ج
پیش‌گفتار ه

۱ هدف و دامنه کاربرد ۱
۲ مراجع الزامی ۱.
۳ اصطلاحات تعاریف ۲
۴ اهمیت و کاربرد ۹
۵ اصول و کاربرد نمودار کنترلی ۱۱
۶ نمودارهای کنترلی برای اندازه‌گیری‌های چند عددی(X-Bar, R Charts) ۱۶
۷ نمودارهای کنترلی برای اندازه‌گیری‌های چند عددی(X-Bar, S Charts) ۲۰
۸ نمودارهای کنترلی برای اندازه‌گیری‌های عددی منفرد(I, MR Charts) ۲۳
۹ نمودارهای کنترلی برای کسر و تعداد رخدادها (Chartsp, np) ۲۸
۱۰ نمودارهای کنترلی برای رخدادها در یک‌زمان یا مکان مشخص افزایشی (ChartsC) ۳۲

پیش‌گفتار

استاندارد " کاربرد نمودارهای کنترلی در کنترل آماری فرآیند - آیین کار" که پیش‌نویس آن در کمیسیون‌های مربوط توسط اقای مهدی نبی تهیه و تدوین‌شده است و در یکصد و شصت و چهارمین اجلاس کمیته ملی استاندارد مدیریت کیفیت مورخ ۱۳۹۳/۱۲/۲۶ مورد تصویب قرارگرفته است، اینک به استناد بند یک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن‌ماه ۱۳۷۱، به‌عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود.

برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت‌های ملی و جهانی درزمینه‌ی صنایع، علوم و خدمات، استانداردهای ملی ایران در مواقع لزوم تجدیدنظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدیدنظر در کمیسیون فنی مربوط موردتوجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدیدنظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و مأخذی که برای تهیه این استاندارد مورداستفاده قرارگرفته به شرح زیر است:

ASTM E 2587 – 07:2007, Standard practice for use of control charts in statistical process control.

کاربرد نمودارهای کنترلی در کنترل آماری فرآیند -آیین کار

۱ هدف و دامنه کاربرد

۱-۱ هدف از تدوین این استاندارد، ارایه‌ی راهنمایی برای استفاده از نمودارهای کنترلی در برنامه‌های کنترل فرآیند آماری را فراهم می‌نماید که کیفیت فرآیند را از طریق کاهش تغییرات و کنترل فرآیند جهت دستیابی به یک سطح هدف خاص یا یک میانگین محقق شده بهبود می‌بخشد.

۱-۲ نمودارهای کنترلی برای کنترل مشخصات محصول و فرآیند به‌کاربرده می‌شوند تا تعیین نمایند که آیا یک فرآیند تحت کنترل آماری هست یا خیر. زمانی که این حالت محقق گردید، میانگین واقعی و انحراف استاندارد واقعی آن مشخصه، ثابت هستند.

۱-۳ این استاندارد برای داده‌های متغیر (مشخصه‌های اندازه‌گیری شده در مقیاس عددی مداوم) و داده‌های وصفی (مشخصه‌های اندازه‌گیری شده مثل درصدها، کسرها و یا تعداد رخدادها در یک‌فاصله زمانی یا مکانی معین) به‌کاربرده می‌شود.

۱-۴ در این استاندارد سامانه‌ای برای واحدهای اندازه‌گیری مشخص نشده است.کمیت‌های ابعادی در این استاندارد فقط به‌منظور تشریح روش‌های استاندارد ارائه شده‌اند، مثال‌ها برای محصولات و روش‌های آزمون مورد عمل الزامی نمی‌باشند.

۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر، حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی ایران به آن‌ها ارجاع داده‌شده است. بدین ترتیب آن مقررات، جزئی از این استاندارد ملی ایران محسوب می‌شود.

درصورتی‌که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده‌شده باشد، اصلاحیه‌ها و تجدیدنظرهای بعدی آن موردنظر این استاندارد ملی ایران نیست. در مورد مدارکی که بدون ذکر تاریخ انتشار به آن‌ها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدیدنظر و اصلاحیه‌های بعدی آن‌ها موردنظر است.

استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی است:

2-1 ASTM E456 - 13ae2:2013, Terminology relating to quality and statistics.

2-2 ASTM E 1994, Practice for use of process oriented AOQL and LTPD sampling Plans.

2-3 ASTM E 2234, Practice for sampling a stream of product by attributes indexed by AQL.

2-4 ASTM E 2281, Practice for process and measurement capability indices.

۳ اصطلاحات، تعاریف و نمادها

در این استاندارد علاوه بر اصطلاحات و تعاریف استاندارد ASTM E452، اصطلاحات و تعاریف زیر نیز به کار می‌رود:

۳-۱

علت معین

n عاملی که در تغییر بازده یک فرآیند یا محصول سهیم است و تشخیص و تعیین آن امکان‌پذیر می‌باشد (به علت خاص بند ۳-۱۸ مراجعه شود).

یادآوری۱- بسیاری از عوامل در تغییرات سهیم خواهند بود، ولی ممکن است تشخیص هویت برخی از آن‌ها (ازنظر اقتصادی یا دلایل دیگر) امکان‌پذیر نباشد.

۳-۲

داده‌های وصفی

n مقدار مشاهده‌شده یا نتایج آزمون که وجود یا عدم وجود مشخصات خاص یا تعداد رخدادهای یک واقعه در زمان یا مکان را تعیین می‌کند.

۳-۳

متوسط طول اجرا[1]

n میانگین تعداد دفعاتی است که از یک فرآیند نمونه گرفته و ارزیابی خواهد شد قبل از این‌که علامتی از تغییر در آن فرآیند دریافت شود.

یادآوری۲- یک متوسط طول اجرای بلندمدت برای یک فرآیند واقع در سطح مشخص‌شده خودش مناسب است (برای به حداقل رساندن بازرسی و اقدام اصلاحی غیرضروری). یک متوسط طول اجرای کوتاه‌مدت برای یک فرآیند تغییر وضعیت داده به سطح نامطلوب مناسب است (بنابراین اقدام اصلاحی سریعاً درخواست می‌گردد). منحنی متوسط طول اجرا، سرعت نسبی در تشخیص سطح جابجایی دستگاه‌های نمودار کنترلی گوناگون را تشریح می‌کند (به قسمت ۴-۵ مراجعه شود). همچنین تعداد متوسط واحدهایی که قبل از تشخیص علامت مبنی بر تغییر سطح، ایجاد می‌شود، می‌تواند از نقطه‌نظر اقتصادی سودمند باشد.

۳-۴

نمودار *C*

n نمودار کنترلی که تعداد رخدادهای یک واقعه را در یک دوره افزایشی معین از زمان یا مکان پایش می‌نماید.

1-Average Run Length (ARL)

۵-۳

خط مرکزی

n خط بر روی یک نمودار کنترلی، که سطح میانگین مقدار آماری پایش شده را نمایش می‌دهد.

۶-۳

علل اتفاقی

n منبع ایجاد تغییر تصادفی ذاتی در یک فرآیند، که در محدوده آماری قابل پیش‌بینی هست (به علل تصادفی بند ۳-۷ مراجعه شود).

یادآوری۳- علل اتفاقی ممکن است قابل‌شناسایی نباشند یا ممکن است منابعی داشته باشند که به‌آسانی قابل‌کنترل نباشند یا حذف آن‌ها هزینه‌بر باشد.

۷-۳

علت تصادفی

(به علل اتفاقی بند ۳-۶ مراجعه شود).

۸-۳

نمودار کنترلی

n نمودار رسم شده یک اندازه‌ی آماری از یک زیرگروه برحسب زمان نمونه‌برداری، همراه با حدود مبتنی بر توزیع آماری آن اندازه‌گیری می‌باشد، برای تعیین اینکه تا چه اندازه علل تصادفی یا اتفاقی به‌صورت ذاتی در فرآیند و محصول تأثیرگذار هستند.

۹-۳

فاکتور نمودار کنترلی

n یک ثابت جدول‌بندی شده که بسته به‌اندازه نمونه برای تبدیل ارقام یا پارامترهای مشخص به یک مقدار خط مرکزی یا حد کنترلی مناسب برای نمودار کنترلی به کار می‌رود.

۱۰-۳

حدود کنترلی

n حدود بر روی یک نمودار کنترلی که به‌عنوان معیاری برای راهنمایی لزوم اقدام یا بررسی این‌که آیا یک دسته از داده‌ها بر اساس درجه خطر تعیین‌شده، تحت کنترل آماری هستند یا نه به کار می‌رود.

یادآوری۴- به‌عنوان‌مثال زمانی که فرآیند واقعاً تحت کنترل است و آمار یک توزیع نرمال دارد حدود نوعی 3σ یک خطر ۰٫۱۳۵ درصدی خارج از کنترل بودن (در یک‌طرف خط مرکزی) را به همراه دارد.

۱۱-۳

نمودار

I، n نمودار کنترلی که مشاهده‌ها زیرگروه منفرد را پایش می‌کند.

۱۲-۳

حد کنترل پایینی LCL

n کمترین مقدار آماری نمودار کنترلی که تعیین‌کننده کنترل آماری می‌باشد.

۱۳-۳

نمودار MR

n نمودار کنترلی که دامنه جابجایی متوالی مشاهده‌ها زیرگروه منفرد را پایش می‌کند.

۱۴-۳ نمودار P

n نمودار کنترلی که کسر رخدادها در یک واقعه را پایش می‌کند.

۱۵-۳ نمودار R

n نمودار کنترلی که دامنه مشاهده‌ها در یک زیرگروه را پایش می‌کند.

۱۶-۳

زیرگروه منطقی

n زیرگروه انتخاب‌شده برای به حداقل رساندن تغییرپذیری در زیرگروه‌ها و به حداکثر رساندن تغییرپذیری بین زیرگروه‌ها.

یادآوری۵- تغییر در زیرگروه فقط ناشی از علل تصادفی یا اتفاقی فرض شده است، یعنی تغییر یکنواخت در نظر گرفته‌شده است. اگر از یک نمودار دامنه یا انحراف استاندارد استفاده می‌کنید، این نمودارها باید در حالت کنترل آماری باشند. بدین معنی که هر تغییر علت معلوم یا معین به‌صورت تفاوت‌هایی بین زیرگروه‌ها بر یک نمودار X متناظر ظاهر خواهد شد.

۱۷-۳

نمودار S

n نمودار کنترلی که انحراف استاندارد مشاهده‌ها زیرگروه را پایش می‌کند.

۱۸-۳

علل خاص

n (به علت معین بند ۳-۱ مراجعه شود).

۱۹-۳

حالت کنترل آماری

n شرایط فرآیند زمانی که فقط علل تصادفی بر فرآیندتأثیرگذار هستند.

یادآوری۶- به بیان دقیق‌تر، یک فرآیند در حالت کنترل آماری نشان می‌دهد که مقادیر متوالی از یک ویژگی در یک توالی از مشاهده‌ها که به‌طور مستقل از یک توزیع نرمال رسم شده، دارای هویت آماری هستند.

۲۰-۳

توزیع فرآیند آماری SPC

n دسته از شیوه‌ها برای بهبود راندمان فرآیند با کاهش تغییرپذیری با استفاده از یک یا چند نمودار کنترلی و یک راهکار به‌منظور اقدام اصلاحی برای بازگرداندن فرآیند به یک حالت کنترل آماری است.

۲۱-۳

زیرگروه

n دسته از مشاهده‌ها بر روی محصول نمونه‌گیری شده از یک فرآیند در یک‌زمان خاص.

۲۲-۳

حد کنترل بالایی UCL

n بالاترین مقدار آماری نمودار کنترلی که نشان‌دهنده کنترل آماری است.

۲۳ -۳

داده‌های متغیر، *n*

۲۴-۳

حدود هشدار

n حدود بر روی یک نمودار کنترلی که معادل دو خطای استاندارد در بالا و پایین خط مرکزی می‌باشند.

۲۵-۳

نمودار *X*-bar

n نمودار کنترلی که میانگین مشاهده‌ها در یک زیرگروه را پایش می‌کند

۲۶-۳

شمارش میانگین ($\bar{C}$)

n میانگین حسابی قرائت‌های زیرگروه.

۲۷-۳

دامنه جابجایی میانگین($\overline{MR}$)

n میانگین حسابی دامنه‌های جابجایی زیرگروه.

۲۸-۳

سهم میانگین ($\bar{P}$)

n میانگین حسابی نسبت‌های (سهم‌ها) زیرگروه.

۲۹-۳

دامنه میانگین ($\bar{R}$)

n میانگین حسابی دامنه‌های زیرگروه.

۳۰-۳

انحراف استاندارد میانگین ($\bar{S}$)

میانگین حسابی انحراف‌های استاندارد زیرگروه.

۳۱-۳

میانگین میانگین‌ها ($\bar{\bar{X}}$)

n میانگین میانگین‌های زیرگروه.

۳۲-۳

دامنه جابجایی(MR)

n تفاوت قطعی بین مشاهده‌ها ۲ زیرگروه مجاور در یک نمودار I.

۳۳-۳

مشاهده

n یک مقدار منفرد از خروجی یک فرآیند به‌منظور رسم نمودار.

یادآوری۷- این اصطلاح معنی متفاوتی از عبارت تعریف‌شده در واژه‌نامه $E456$ دارد، که این موضوع را به اجزای یک نتیجه آزمون ارجاع می‌دهد.

۳۴-۳

فرآیند

n مجموعه‌ای از فعالیت‌های به هم وابسته یا متقابل که ورودی را به محصول تبدیل می‌کند.

۳۵-۳

میانگین زیرگروه (X_i)

n میانگین زیرگروه iام در یک نمودار $X\text{-}bar$.

۳۶-۳

شماره زیرگروه (C_i)

n شماره زیرگروهiام در یک نمودارC.

۳۷-۳

مشاهده زیرگروه منفرد (X_i)

مقدار مشاهده منفرد برای زیرگروهiام در یک نمودارI.

۳۸-۳

دامنه جابجایی زیرگروه (MR_i)

n دامنه جابجایی برای زیرگروهiام در یک نمودارMR.

یادآوری۸- اگر k زیرگروه وجود دارد تعداد $k\text{-}1$ دامنه جابجایی وجود خواهد داشت.

۳۹-۳

سهم زیرگروه (P_i)

n سهم زیرگروه iام در یک نمودار P.

۴۰-۳

دامنه زیرگروه (R_i)

n دامنه از مشاهده‌ها برای زیرگروهiام در یک نمودار R.

۴۱-۳

انحراف استاندارد زیرگروه (S_i)

n انحراف استاندارد مشاهده‌ها برای زیرگروه iام در یک نمودار S.

۴۲-۳

نمادها

A_2 : فاکتور تبدیل دامنه میانگین به سه خطای استاندارد برای نمودار $X\text{-}bar$(به جدول ۱ مراجعه نمایید).

A_3 : فاکتور تبدیل انحراف استاندارد میانگین به سه خطای استاندارد میانگین برای نمودار X- bar (به جدول ۱ مراجعه نمایید).

B_3, B_4 : فاکتورهای تبدیل انحراف استاندارد میانگین به حدود 3σ برای نمودار S(به جدول ۱ مراجعه نمایید).

C_i : شماره رخدادهای مشاهده شده در یک واقعه در زیرگروهiام (۱۰-۲-۱).

$\bar{C}$: میانگین شماره‌های k زیرگروه (۱۰-۲-۱).

C_4: فاکتور تبدیل انحراف استاندارد میانگین به یک تخمین بدون انحراف ازσ (σ، به جدول ۱ مراجعه نمایید).

$\bar{d}_2$: فاکتور تبدیل دامنه میانگین به یک تخمین از σ (σ ، به جدول ۱ مراجعه نمایید).

D_3, D_4 : فاکتورهای تبدیل دامنه میانگین به حدود 3σ برای نمودار R (به جدول ۱ مراجعه نمایید).

k : تعداد زیرگروه‌های به‌کاررفته در محاسبه حدود کنترلی.

MR_i : قدر مطلق اختلاف بین مشاهده‌ها در زیرگروه‌های iام و i-1ام در یک نمودارMR (۸-۲-۱).

$\overline{MR}$: میانگین دامنه‌های جابجایی زیرگروه (۸-۲-۲-۱).

n : اندازه زیرگروه، تعداد مشاهده (ها) در یک زیرگروه (۵-۳-۱).

P_i: سهم رخدادهای مشاهده‌شده یک واقعه در زیرگروه iام (۹-۲-۱).

$\bar{P}$: میانگین سهم‌های k زیرگروه (۹-۲-۱).

R_i : دامنه مشاهده‌ها در زیرگروه iام برای نمودارR (۶-۲-۱-۲).

$\bar{R}$: میانگین دامنه‌های k زیرگروه (۶-۲-۲).

S_i: انحراف استاندارد مشاهده (ها) در زیرگروه iام برای نمودارS (۷-۲-۱).

$\bar{S}$: میانگین انحراف‌های استاندارد k زیرگروه (۷-۲-۲).

X_i: مشاهده منفرد در زیرگروه iام برای نمودارI (۸-۲-۱).

$X_{i,j}$: مشاهده jام در زیرگروه iام برای نمودار X-bar(۶-۲-۱).

$\bar{X}_i$: میانگین مشاهده (ها) زیرگروه iام برای نمودار X-bar (۶-۲-۱).

$\bar{X}$: میانگین مشاهده (ها) منفرد بر k زیرگروه برای نمودار I (۸-۲-۲).

$\bar{\bar{X}}$: میانگین میانگین‌های k زیرگروه برای نمودار X-bar(۶-۲-۲).

$\hat{\sigma}$: انحراف استاندارد علل تصادفی تخمینی فرآیند (۶-۲-۴).

$\widehat{\sigma_c}$: خطای استاندارد C برای تعداد خوانش‌های مشاهده‌شده (۱۰-۲-۱-۲).

$\widehat{\sigma_p}$: خطای استانداردP برای سهم رخدادهای مشاهده‌شده (۹-۲-۲-۴).

۴ اهمیت و کاربرد

۴-۱ این استاندارد کاربرد نمودارهای کنترلی را به‌عنوان ابزاری برای استفاده در کنترل فرآیند آماری[1]تشریح می‌نماید. نمودارهای کنترلی در دهه ۱۹۲۰ توسط شوارت ابداع شد و امروزه نیز کاربرد گسترده‌ای دارد. کنترل فرآیند آماری شاخه‌ای از کنترل کیفیت آماری (۲،۳) است که تحلیل توانایی فرآیند و بازرسی نمونه‌گیری پذیرشی را نیز در برمی‌گیرد.

1- SPC- Statistical Process Control

تحلیل توانایی فرآیند همان‌گونه که در استاندارد *ASTM E2281* شرح داده‌شده است نیازمند استفاده از برخی از روش‌های کنترل فرآیند آماری می‌باشد. بازرسی نمونه‌گیری پذیرشی که در استاندارد *ASTM E2281* و *ASTM E2234* شرح داده‌شده است، استفاده از کنترل فرآیند آماری را برای به حداقل رساندن مردودی لازم می‌داند.

۴-۲ اساس کنترل فرآیند آماری: یک فرآیند به‌صورت مجموعه‌ای از فعالیت‌های وابسته به هم که ورودی‌ها را به خروجی تبدیل می‌نماید تعریف‌شده است. کنترل فرآیند آماری روش‌های آماری متنوعی را برای بهبود کیفیت فرآیند با کاهش تغییرپذیری یک یا چند خروجی آن به کار می‌برد برای مثال ویژگی‌های کیفیت یک محصول یا یک خدمت.

۴-۲-۱ صرف‌نظر از این‌که فرآیند چقدر خوب طراحی یا برقرارشده است، یک مقدار معین از تغییرپذیری در همه خروجی‌های فرآیند وجود دارد. این‌طور بیان می‌شود فرآیندی که فقط با این تغییرپذیری ذاتی عمل می‌کند در یک حالت کنترل آماری قرار دارد و تغییرپذیری خروجی آن فقط به علل شانسی یا تصادفی بستگی دارد.

۴-۲-۲ گفته می‌شود آشفتگی فرآیند به علل معین یا مشخصی است که به‌واسطه تغییرات در سطح خروجی مانند شوک، جابجایی، تمایل یا نوسانات در تغییرپذیری یک خروجی آشکارشده‌اند. نمودار کنترلی یک ابزار تجزیه‌ای اساسی در کنترل فرآیند آماری است و برای آشکار کردن عملکرد علل معین مؤثر بر فرآیند به کار می‌رود.

۴-۲-۳ وقتی یک نمودار کنترلی حضور یک علت معین را نشان می‌دهد، ابزارهای دیگر کنترل فرآیند آماری مانند نمودارها، طوفان ذهنی، نمودارهای علت و معلول، یا تحلیل پارتو که در مراجع مختلف به بند های ۳-۷ کتابنامه مراجعه شود) شرح داده شده‌اند، برای تشخیص علت معین به کار می‌روند. وقتی علل معین شناسایی شدند، می‌توانند حذف و یا کنترل شوند. وقتی تغییر علت معین حذف شد، تغییرپذیری فرآیند به تغییرپذیری ذاتی خودش کاهش‌یافته و سپس نمودارهای کنترلی به‌عنوان پایش کننده فرآیند عمل می‌کنند. کاهش بیشتر تغییرات نیازمند به اصلاح خود فرآیند است.

۴-۳ استفاده از نمودارهای کنترلی برای تنظیم یک یا چند ورودی فرآیند توصیه نمی‌شود، هرچند نمودار کنترلی ممکن است نیاز به آن را نشان دهد. برنامه‌های تنظیم فرآیند خارج از دامنه کاربرد این استاندارد هستند و توسط باکس[1] و لوسنو[2](به کتابنامه ~~ا~~ مراجعه شود) شرح داده‌شده‌اند.

جدول ۱- پارامترهای نمودار کنترلی

نمودارهای *X-Bar* و *R*				نمودارهای *X-Bar* و *S*			
N	*A2*	*D3*	*D4*	*d2*	*A3*	*B3*	*B4*	*C4*
۲	۱٫۸۸۰	۰	۳٫۲۶۷	۱٫۱۲۸	۲٫۶۵۹	۰	۳٫۲۶۷	۰٫۷۹۸
۳	۱٫۰۲۳	۰	۲٫۵۷۵	۱٫۶۹۳	۱٫۹۵۴	۰	۲٫۵۶۸	۰٫۸۸۶
۴	۰٫۷۲۹	۰	۲٫۲۸۲	۲٫۰۵۹	۱٫۶۲۸	۰	۲٫۲۶۶	۰٫۹۲۱
۵	۰٫۵۷۷	۰	۲٫۱۱۴	۲٫۳۲۶	۱٫۴۲۷	۰	۲٫۰۸۹	۰٫۹۴۰
۶	۰٫۴۸۳	۰	۲٫۰۰۴	۲٫۵۳۴	۱٫۲۸۷	۰٫۰۳۰	۱٫۹۷۰	۰٫۹۵۲

1- Box
2- Luceno

۷	۰٫۴۱۹	۰٫۰۷۶	۱٫۹۲۴	۲٫۷۰۴	۱٫۱۸۲	۰٫۱۱۸	۱٫۸۸۲	۰٫۹۵۹
۸	۰٫۳۷۳	۰٫۱۳۶	۱٫۸۶۴	۲٫۸۴۷	۱٫۰۹۹	۰٫۱۸۵	۱٫۸۱۵	۰٫۹۶۵
۹	۰٫۳۳۷	۰٫۱۸۴	۱٫۸۱۶	۲٫۹۷۰	۱٫۰۳۲	۰٫۲۳۹	۱٫۷۶۱	۰٫۹۶۹
۱۰	۰٫۳۰۸	۰٫۲۲۳	۱٫۷۷۷	۳٫۰۷۸	۰٫۹۷۵	۰٫۲۸۴	۱٫۷۱۶	۰٫۹۷۳

یادآوری۹- برای اعداد بزرگ‌تر از n به مرجع ۱۱ مراجعه نمایید.

۵ اصول و کاربردهای نمودار کنترلی

۵-۱ یک یا چند مشاهده از مشخصه یک خروجی به‌صورت دوره‌ای از یک فرآیند و با یک تناوب تعریف‌شده نمونه-گیری می‌شود. یک نمودار کنترلی به‌طور اصولی یک ترسیم زمانی خلاصه‌شده از این مشاهده‌ها با استفاده از یک نمونه آماری است، که تابعی از مشاهده‌ها است. این مشاهده‌ها نمونه‌گیری شده در یک واحد زمانی معین تشکیل یک زیرگروه را می‌دهند. حدود کنترلی بر روی نمودار بر اساس توزیع نمونه‌برداری از نمونه آماری در حال بررسی رسم می‌شوند (برای توضیحات بیشتر به بند ۲-۵ مراجعه شود).

یادآوری۱۰- معمولاً پارامترهای آماری مورداستفاده از زیرگروه عبارت‌اند از میانگین، دامنه، انحراف استاندارد، درصد یا کسر رخدادهای یک واقعه در میان فرصت‌های متعدد یا تعداد رخدادها در خلال یک دوره زمانی معین یا در یک مکان معین.

۵-۱-۱ تناوب نمونه‌برداری یک زیرگروه، توسط سنجش‌های عملی ازجمله سنجش زمان و هزینه یک مشاهده، پویایی فرآیند (خروجی با چه سرعتی به آشفتگی عکس‌العمل نشان می‌دهد) و نتایج عدم واکنش سریع به یک آشفتگی فرآیند تعیین می‌شود.

یادآوری۱۱- نمونه‌گیری در یک تناوب بسیار زیاد ممکن است بین زیرگروه‌های متوالی همبستگی ایجاد نماید. این به‌عنوان خودهمبستگی نام برده می‌شود. نمودارهای کنترلی که می‌توانند این نوع از همبستگی را به کار برند خارج از دامنه کاربرد این استاندارد هستند.

یادآوری ۱۲- قوانین غیر تصادفی بودن (مراجعه شود به ۵-۲-۲) فرض می‌کند نقاط رسم شده بر روی نمودار مستقل از یکدیگر هستند. وقتی در این روش از تعیین تناوب نمونه‌برداری برای نمودارهای کنترلی بحث می‌شود باید این نکته به خاطر سپرده شود.

۵-۱-۲ توصیه می‌شود برای جمع‌آوری مشاهده‌ها زیرگروه برنامه نمونه‌برداری به‌گونه‌ای طراحی شود که تغییرات در مشاهده‌ها یک زیرگروه را به حداقل و تغییرات بین زیرگروه‌ها را به حداکثر برساند. که در این صورت زیرگروه منطقی نامیده می‌شود. این بهترین فرصت برای شناسایی تغییر درون زیرگروهی به‌منظور تخمین انحصاری علل ذاتی یا تصادفی تغییر فرآیند را در اختیار می‌گذارد.

یادآوری ۱۳- به‌عنوان‌مثال برای به دست آوردن زیرگروه‌هایی منطقی با اندازه ۴ در بازه‌های زمانی یک‌ساعته در یک فرآیند پر کردن محصول، به‌جای نمونه‌گیری یک بطری در هر ۱۵ دقیقه، ۴ بطری باید در یک دوره زمانی کوتاه نمونه‌گیری شود. نمونه-گیری بیشتر از یک ساعت باعث اضافه شدن تغییر علل معین تغییر به‌عنوان یک جزء از تغییر درون‌گروهی می‌شود.

۵-۱-۳ اندازه زیرگروه، n، تعداد مشاهده‌ها در هر زیرگروه است. به‌منظور سهولت تفسیر نمودار کنترلی اندازه زیرگروه باید ثابت باشد. تکنیک نمودار کنترلی برای کار با اندازه‌های متفاوت زیرگروه‌ها نیز موجود است، ولی این خارج از دامنه کاربرد این استاندارد می‌باشد.

۵-۲ نمودار کنترلی یک ترسیم آماری از زیرگروه در یک دوره زمانی است. همچنین نمودار با یک خط مرکزی که نماینده یک مقدار میانگین زمانی از مقدار آماری است و حدود کنترلی پایینی و بالایی که در ۳±خطای استاندارد اطراف خط مرکزی قرارگرفته‌اند نمایش داده می‌شود. خط مرکزی و حدود کنترلی از داده‌های فرآیند محاسبه شده‌اند و درهرصورت حدود مشخصی نیستند. حضور یک علت معین با بیرون افتادن یک زیرگروه آماری از حدود کنترلی آشکار می‌شود.

۵-۲-۱ استفاده از سه خطای استاندارد برای حدود کنترلی (که 3σ نیز نامیده می‌شود) توسط شوارت انتخاب شد(۱). و بنابراین هنوز هم به‌عنوان حدود شوارت شناخته می‌شوند. شوارت این حدود را به‌منظور به تعادل رساندن دو خطر انتخاب کرد:

۱-نبود علامت یا نشانه حضور یک علت معین وقتی یکی اتفاق می‌افتد

۲-وقوع یک علامت خارج از کنترل وقتی فرآیند واقعاً در یک حالت کنترل آماری است (یک هشدار اشتباه).

۵-۲-۲ تغییر علت معین همچنین می‌تواند توسط الگوهای غیر تصادفی معین از زیرگروه آماری رسم شده، که با استفاده از قوانین به‌اصطلاح وسترن الکتریک (۲) مشخص می‌شود، آشکار شود. برای اجرای این قوانین حدود اضافی در ۲± خطای استاندارد (حدود هشدار) و ۱± خطای استاندارد بر روی نمودار نشان داده می‌شود (به‌عنوان‌مثال به ۷-۳ مراجعه کنید).

۵-۲-۲-۱

قوانین وسترن الکتریک[1]

یک جابجایی در سطح فرآیند نشان داده می‌شود اگر:

۱- یک مقدار خارج از هر یک از حدود کنترل قرار گیرد.

۲- دو مقدار از سه مقدار متوالی خارج از حدود هشدار و در یک‌طرف قرار گیرند.

۳- چهار مقدار از پنج مقدار متوالی خارج از حدود $1\sigma\pm$و در یک‌طرف قرار گیرند.

۴- هشت مقدار متوالی در بالا یا در پایین خط مرکزی قرار گیرند.

۵-۲-۲-۲

1-Western Electric

دیگر قوانین وسترن الکتریک، حالت‌های کمتر رایج از رفتارهای غیر تصادفی را نشان می‌دهند:

۱- شش مقدار متوالی در یک ردیف به‌طور مداوم در حال افزایش یا کاهش باشند (روند).

۲- پانزده مقدار متوالی همه در محدوده $\pm 1\sigma$ و در دو طرف خط مرکزی باشند.

۳- چهارده مقدار متوالی به‌طور یک‌درمیان بالا و پایین باشند.

۴- هشت مقدار متوالی بیرون از حدود $\pm 1\sigma$ باشند.

۵-۲-۳ توصیه می‌شود این قوانین به‌صورت خردمندانه استفاده شود زیرا که آن‌ها خطر یک هشدار اشتباه را افزایش می‌دهند، که در آن نمودار کنترلی حاکی از نبود کنترل آماری است، درحالی‌که فقط علل تصادفی وجود دارند. تأثیر استفاده از هر یک از این قوانین یا دسته‌ای از این قوانین بر وقوع هشدار اشتباه توسط چمپ و وودال[1] تشریح شده است.

۵-۲-۳ این استاندارد کاربرد نمودارهای کنترلی برای داده‌های متغیر و وصفی را تشریح می‌کند.

۵-۳-۱ داده‌های متغیر نتیجه مشاهده‌ها به‌دست‌آمده از طریق آزمون و ثبت مقدار یک مشخصه از محصول اندازه-گیری شده در یک مقیاس عددی متوالی می‌باشند. نمودارهای کنترلی برای نظارت بر تغییرپذیری فرآیند و سطح فرآیند تعریف می‌شوند، این دو نوع نمودار به‌عنوان یک واحد برای نظارت بر فرآیند استفاده می‌شوند.

۵-۳-۱-۱ برای مشاهده‌ها چندگانه در هر زیرگروه، میانگین زیرگروه آماری برای پایش سطح فرآیند(نمودار *X-bar*) و همچنین دامنه زیرگروه (نمودار R)، یا انحراف استاندارد زیرگروه (نمودار S) برای بررسی تغییرپذیری فرآیند استفاده می‌شود. محاسبات دامنه آسان‌تر است و تقریباً به کارآمدی انحراف استاندارد برای اندازه‌های زیرگروه کوچک می‌باشد. ترکیب نمودار*X-bar* و R دربند ۶ بیان می‌شود. ترکیب نمودار*X-bar* و S دربند ۷ بیان می‌شود.

یادآوری۱۴- برای فرآیندهای تولید پارامترهای مجزا، یک زیرگروه معمولاً شامل مشاهده‌ها چندگانه می‌باشد. اندازه زیرگروه اغلب پنج یا کمتر است، اما اگر اندازه‌گیری آسان و کم‌هزینه باشد، امکان استفاده از اندازه‌های بزرگ زیرگروه نیز وجود دارد. هرچه اندازه زیرگروه بزرگ‌تر باشد نمودار کنترلی حساس‌تر و جابجایی در سطح فرآیند کوچک‌تر است (به بند۵-۴ مراجعه شود).

۵-۳-۱-۲ برای مشاهده‌ها منفرد در هر زیرگروه، مشاهده منفرد زیرگروه، آماری برای پایش سطح فرآیند (نمودار I) و دامنه جابجایی زیرگروه برای پایش تغییرپذیری فرآیند (نمودار MR) استفاده می‌شود. ترکیب نمودار I و MR دربند ۸ بیان‌شده است.

یادآوری۱۵- برای فرآیندهای دسته‌ای[2] یا پیوسته تولید مواد انباشته، غالباً تنها یک مشاهده منفرد در هر زیرگروه گرفته می-شود، درحالی‌که به‌عنوان مشاهده‌ها چندگانه، تنها تغییر اندازه‌گیری را بازتاب می‌دهند.

۵-۳-۲

1-Champ and Woodall
2- Batch

داده‌های وصفی عبارت‌اند از دو نوع:

۱- مشاهده‌ها نشان‌دهنده تکرار رخدادهای یک واقعه در یک زیرگروه، مثلاً تعداد یا درصد واحدهای نامنطبق در یک زیرگروه از واحدهای بازرسی‌شده یا

۲- مشاهده‌ها نشان‌دهنده شمار رخدادهای یک واقعه در یک بازه زمانی معین یا مکان واحد، مثلاً تعداد سوانح خودرویی در هرماه در یک منطقه مشخص. برای چنین داده‌هایی تغییرپذیری تابعی از میانگین فرآیند است و بنابراین فقط یک نمودار کنترلی منفرد موردنیاز می‌باشد.

یادآوری۱۶- اندازه زیرگروه برای داده‌های وصفی به خاطر هزینه کمتر و اندازه‌گیری سریع‌تر آن، معمولاً بسیار بیشتر از اندازه زیرگروه‌ها در مشاهده‌ها عددی است.

۵-۳-۲-۱ برای پایش تناوب رخدادها، داده آماری سهم یا کسر وقایع، در هر واحد است (نمودار P). یک داده آماری جایگزین تعداد رخدادها برای یک تعداد معین از واحدها (نمودار np) می‌باشد و این نمودارها دربند ۹ شرح داده می‌شوند.

۵-۳-۲-۲ برای پایش شمار رخدادها در یک بازه زمانی یا مکانی، داده‌ی آماری، شمارش است (نمودارC) که دربند ۱۰ بحث می‌شود.

۵-۲-۴

اندازه زیرگروه و متوسط طول اجرا

متوسط طول اجرا یک مقیاس است از اینکه نمودار کنترلی با چه سرعتی یک جابجایی در فرآیند پیوسته از یک مقدار داده‌شده در مشخصه محصول در حال بررسی را نشان می‌دهد. آن به‌عنوان مقدار میانگین زیرگروه‌های لازم برای واکنش نشان دادن به یک جابجایی فرآیند از واحدهای h سیگما، که سیگما انحراف استاندارد حقیقی تخمین زده‌شده توسط σ می‌باشد (به بند ۶-۲-۴ مراجعه شود). سابقه نظری مربوط به این رابطه در مونتگومری[1] (۳) تکمیل‌شده است و شکل ۱ منحنی‌های مربوط به متوسط طول اجرا برای جابجایی در فرآیند مربوط به اندازه‌های زیرگروه انتخاب‌شده در یک فرآیند مربوط به اندازه‌های زیرگروه انتخاب‌شده در یک نمودار *X-bar* را ارائه می‌کند. یک متوسط طول اجرا برابر با یک، یعنی زیرگروه بعدی،به‌احتمال بسیار زیاد، یک جابجایی را نشان خواهد داد.

۵-۵ نقش یک نمودار کنترلی زمانی که برنامه کنترل فرآیند آماری بسط می‌یابد تغییر می‌کند. یک برنامه کنترل فرآیند آماری می‌تواند در سه مرحله سازمان‌دهی شود (۱۰).

۵-۵-۱

مرحله الف، ارزیابی فرآیند

داده‌های قبلی از یک فرآیند بر روی نمودارهای کنترلی رسم می‌شوند تا وضعیت جاری فرآیند را ارزیابی نمایند، از این داده‌ها حدود کنترلی برای کاربرهای بعدی محاسبه می‌شوند. برای اطلاعات کامل‌تر در مورد کاربرد نمودارهای کنترلی برای تحلیل داده‌ها، به بند ۱۱ کتابنامه مراجعه شود. به‌طور ایده آل توصیه می‌شود برای این مرحله تعداد

1-Montgomery

۱۰۰ نقطه داده یا بیشتر جمع‌آوری شود. برای مشاهده‌ها منفرد در هر زیرگروه حداقل ۳۰ نقطه داده باید جمع‌آوری شود (۵، ۶). برای وصفی‌ها یک تعداد کل ۲۰ تا ۲۵ زیرگروه از داده‌ها توصیه می‌شود. در این مرحله پیدا کردن علل معین مشکل خواهد بود، اما جمع‌آوری یک فهرستی از منابع ممکن برای این علل، برای استفاده در مرحله بعدی مفید می‌باشد.

۲-۵-۵

مرحله ب، بهبود فرآیند

داده‌های فرآیند بلافاصله جمع‌آوری می‌شوند و نمودارهای کنترلی با استفاده از حدود محاسبه‌شده در مرحله A برای شناسایی و تفکیک علل معین به کار می‌روند. دسترسی به یک گروه برای یافتن منابع تغییر با علت معین ضروری است و شناخت از فرآیند را افزایش خواهد داد. این مرحله زمانی تکمیل می‌شود که استفاده بیشتر از نمودار کنترلی یک حالت کنترل آماری را نشان دهد.

۳-۵-۵

مرحله ج، پایش فرآیند

نمودار کنترلی برای پایش فرآیند به‌منظور تثبیت مداوم یک وضعیت کنترل آماری و واکنش نشان دادن به علل معین جدیدالورود به سیستم یا وقوع مجدد علل معین قبلی به کار می‌رود. در مورد اخیر یک برنامه اقدام خارج از کنترل (*OCAP*) می‌تواند جهت رسیدگی به این وضعیت ایجاد شود (۶، ۱۲). حدود کنترل را به‌صورت دوره‌ای یا اگر تغییراتی در فرآیند ایجادشده باشد، به‌روزرسانی نمایید.

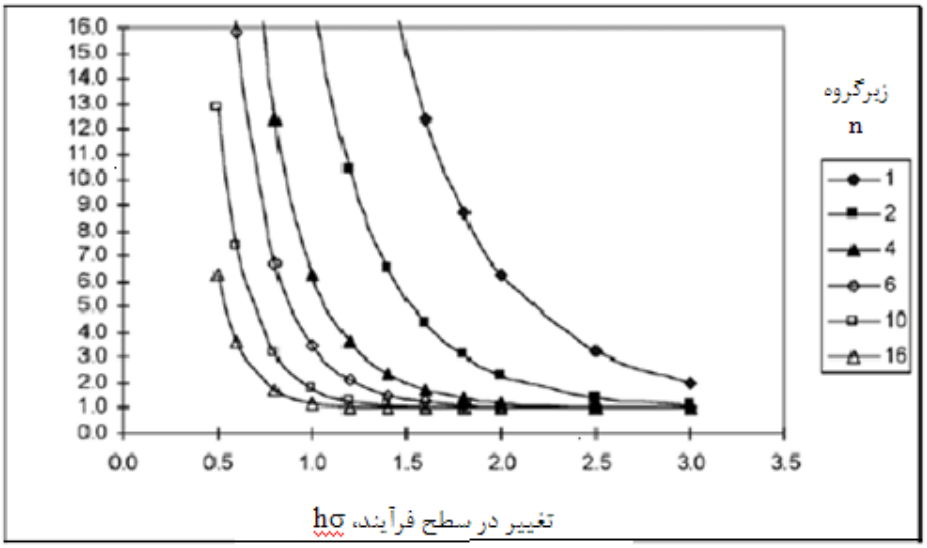
یادآوری۱۷- برخی از متخصصین مراحل الف و ب را باهم آمیخته و به‌عنوان فاز اول و مرحله ج را به‌عنوان فاز دوم علامت‌گذاری می‌کنند.

۶ نمودارهای کنترلی برای اندازه‌گیری‌های عددی چندگانه (نمودارهای *R, X-bar*)

۱-۶

کاربرد نمودار کنترلی

این نمودارهای کنترلی برای زیرگروه‌های حاوی اندازه‌گیری‌های عددی چندتایی به کار می‌روند. نمودار *X-bar* برای پایش سطح فرآیند استفاده می‌شود و نمودار R برای پایش تغییرپذیری کوتاه‌مدت استفاده می‌شود. هر دو نمودار از داده‌های زیرگروه یکسان استفاده می‌کنند و به‌عنوان یک واحد برای فرآیند *SPC* استفاده می‌شوند.



شکل ۱- *ARL*برای نمودار *X-bar*جهت نمایش جابجایی $h\sigma$ توسط زیرگروه با اندازه n

۲-۶

مقدمات و محاسبات نمودار کنترلی

۱-۲-۶ یک مشاهده x_{ij} را مشخص کنید، به‌عنوان‌مثال jامین مشاهده، $j=1, \ldots, n$ در i امین زیرگروه $i=1, \ldots, k$ برای هر یک از k زیرگروه میانگین زیرگروه i ام را محاسبه کنید.

$$\overline{X_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n} X_{i,j}}{n} = (X_{i,1} + X_{i,2} + \cdots + X_{i,n})/n$$

۱-۱-۲-۶ میانگین‌ها می‌توانند تا یک رقم با معنی بیشتر از داده‌ها گرد شوند.

۲-۱-۲-۶ برای هر یک از k زیرگروه‌ها، دامنه زیرگروه iام را حساب کنید، تفاوت بین بزرگترین و کوچکترین مشاهده در زیرگروه.

$$R_i = Max(X_{i,1}, \ldots, X_{i,n}) - Min(X_{i,1}, \ldots, X_{i,n})$$

۳-۱-۲-۶ میانگین‌ها و دامنه‌ها به ترتیب به‌صورت نقاطی بر روی نمودار *X-bar* و نمودار R رسم می‌شوند. در صورت تمایل نقاط می‌تواند به‌وسیله‌ی خطوط به هم متصل شوند.

۲-۲-۶ میانگین میانگین‌ها و دامنه میانگین را برای همه‌ی k زیرگروه‌ها محاسبه کنید:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \overline{X_i}}{k} = (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \cdots + \overline{X_k})/k$$

$$\overline{R} = \frac{\sum_{i=1}^{k} R_i}{k} = (R_1 + R_2 + \cdots + R_k)/k$$

۶-۲-۲-۱ این مقادیر برای رسم خطوط مرکزی بر روی نمودار کنترلی استفاده می‌شوند که معمولاً به‌صورت خطوط تو پر روی نمودار کنترلی نمایش داده می‌شوند و می‌توانند تا یک رقم بامعنی بیشتر از داده‌ها گرد شوند.

۶-۲-۳ با استفاده از فاکتورهای نمودار کنترلی در جدول ۱ حدود کنترلی پایینی *(LCL)* و بالایی*(UCL)* را برای دو نمودار محاسبه کنید.

۶-۲-۳-۱ برای نمودار *X-bar*

$$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R}$$
$$UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R}$$

۶-۲-۳-۲ برای نمودار

$$LCL = D_3\overline{R}$$
$$UCL = D_4\overline{R}$$

۶-۲-۳-۳ حدود کنترلی معمولاً به‌صورت نقطه‌چین بر روی نمودار کنترلی نمایش داده می‌شوند.

۶-۲-۴ یک تخمین از انحراف استاندارد ذاتی (علت تصادفی) بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{\sigma} = {\bar{R}}/{d_2}$$

۶-۲-۴-۱ این تخمین در مطالعات قابلیت فرآیند مفید می‌باشد (به استاندارد ASTM E2281 مراجعه شود).

۶-۲-۵ ارقام زیرگروه خارج از حدود کنترلی بر روی نمودار *X-bar* و یا نمودار *R* حضور یک علت معین را نشان می‌دهند. قوانین وسترن الکتریک هم می‌توانند برای نمودار *X-bar* و نمودار*R* به‌کاربرده شوند.

۶- ۳ مثال- محصول مایع پرشده در بطری‌ها- در یک تناوب ۳۰ دقیقه‌ای چهار بطری متوالی از خط تولید انتخاب و توزین می‌شود. مشاهده‌ها میانگین‌های زیرگروه و دامنه‌های زیرگروه در جدول ۲ ارائه‌شده و میانگین میانگین‌ها و دامنه میانگین در انتهای جدول محاسبه‌شده است.

جدول ۲- مثال نمودار *R , X-bar* برای فرآیند پر کردن بطری

زیرگروه	بطری ۱	بطری ۲	بطری ۳	بطری ۴	میانگین	دامنه
	۲۴۶٫۵	۲۵۰٫۷	۲۴۶٫۱	۲۵۰٫۲	۲۴۸٫۳۸	۴٫۶
۲	۲۴۶٫۵	۲۴۳٫۷	۲۴۱٫۷	۲۴۸٫۰	۲۴۴٫۹۸	۶٫۳
۳	۲۴۶٫۵	۲۴۳٫۳	۲۵۰٫۱	۲۴۳٫۵	۲۴۵٫۸۵	۶٫۸
۴	۲۴۶٫۵	۲۴۸٫۵	۲۵۰٫۵	۲۴۲٫۰	۲۴۶٫۸۸	۸٫۵
۵	۲۴۶٫۵	۲۴۲٫۹	۲۴۸٫۰	۲۴۹٫۴	۲۴۶٫۷۰	۶٫۵
۶	۲۴۶٫۷	۲۵۰٫۶	۲۴۶٫۰	۲۴۶٫۱	۲۴۷٫۳۵	۴٫۶
۷	۲۴۶٫۶	۲۴۷٫۳	۲۵۱٫۶	۲۴۸٫۸	۲۴۸٫۵۸	۵٫۰
۸	۲۴۶٫۵	۲۴۹٫۶	۲۴۶٫۶	۲۴۳٫۶	۲۴۶٫۵۸	۶٫۰
۹	۲۴۶٫۴	۲۵۱٫۱	۲۴۷٫۷	۲۴۵٫۵	۲۴۷٫۶۸	۵٫۶
۱۰	۲۴۶٫۴	۲۴۵٫۷	۲۴۵٫۸	۲۴۷٫۰	۲۴۶٫۲۳	۱٫۳
۱۱	۲۴۶٫۵	۲۴۲٫۶	۲۴۱٫۵	۲۴۸٫۳	۲۴۴٫۷۳	۶٫۸
۱۲	۲۴۶٫۴	۲۴۷٫۳	۲۴۴٫۱	۲۴۳٫۳	۲۴۵٫۲۸	۴٫۰
۱۳	۲۴۶٫۴	۲۵۰٫۱	۲۴۹٫۰	۲۴۵٫۳	۲۴۷٫۷۰	۴٫۸
۱۴	۲۴۶٫۳	۲۴۷٫۸	۲۳۹٫۴	۲۴۵٫۷	۲۴۴٫۸۰	۸٫۴
۱۵	۲۴۶٫۶	۲۴۲٫۷	۲۴۴٫۱	۲۴۹٫۷	۲۴۵٫۷۸	۷٫۰
۱۶	۲۴۶٫۶	۲۴۸٫۴	۲۴۶٫۸	۲۵۱٫۰	۲۴۸٫۲۰	۴٫۴
۱۷	۲۴۶٫۴	۲۴۶٫۰	۲۵۰٫۳	۲۴۶٫۲	۲۴۷٫۲۳	۴٫۳
۱۸	۲۴۶٫۵	۲۵۰٫۲	۲۴۳٫۲	۲۴۶٫۹	۲۴۶٫۷۰	۷٫۰
۱۹	۲۴۶٫۴	۲۴۷٫۵	۲۴۶٫۶	۲۴۴٫۸	۲۴۶٫۳۳	۲٫۷
۲۰	۲۴۶٫۳	۲۴۸٫۴	۲۴۴٫۶	۲۴۴٫۹	۲۴۶٫۰۵	۳٫۸
۲۱	۲۴۶٫۵	۲۴۴٫۷	۲۴۳/۰	۲۴۸/۰	۲۴۵/۵۵	۵/۰
۲۲	۲۴۶/۶	۲۴۹٫۲	۲۵۰/۵	۲۴۲/۶	۲۴۷/۲۳	۷/۹
۲۳	۲۴۶/۵	۲۴۹٫۷	۲۴۰/۷	۲۴۶/۷	۲۴۵/۹۰	۹/۰
۲۴	۲۴۶/۶	۲۴۴٫۰	۲۳۸/۵	۲۴۳/۰	۲۴۳/۰۳	۸/۱
۲۵	۲۴۶/۵	۲۵۱٫۵	۲۴۸٫۹	۲۴۲٫۰	۲۴۷٫۲۳	۹٫۵
		میانگین میانگین‌ها		۲۴۶٫۴۴		
		میانگین دامنه				۵٫۹۲

۶-۳-۱ حدود کنترلی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

۶-۳-۱-۱ نمودار X-bar

$$LCL= 246.44-(0.729)(5.92)=242.12$$
$$UCL= 246.44+(0.729)(5.92)=250.76$$

۶-۳-۱-۲ نمودار R

$$LCL= (0)(5.92)=0$$
$$UCL= (2.282)(5.92)=13.51$$

۶-۳-۱-۳ تخمین انحراف استاندارد ذاتی

$$\sigma = \frac{5.92}{2.326} = 2.55$$

۶-۳-۱-۴ نمودارهای کنترلی در شکل‌های 2a و2b نشان داده‌شده‌اند. هر دو نمودار نشان می‌دهند که وزن بطری-های پرشده تحت کنترل آماری هستند.

۷ نمودارهای کنترلی برای اندازه‌گیری‌های عددی چندتایی (نمودارهای *X-bar, S*)

۷-۱

کاربرد نمودارهای کنترلی

این نمودارهای کنترلی برای زیرگروه‌های شامل اندازه‌گیری‌های عدی چندتایی استفاده می‌شوند. نمودار *X-bar* برای پایش سطح فرآیند و نمودار *S* برای پایش تغییرپذیری کوتاه‌مدت به کار می‌رود. هر دو نمودار از داده‌های زیرگروه یکسان استفاده می‌کنند و به‌صورت واحد برای اهداف کنترل فرآیند آماری به کار می‌روند.

۷-۲

مقدمات و محاسبات نمودار کنترلی

۷-۲-۱ یک مشاهده x_{ij} را مشخص کنید، به‌عنوان‌مثال j امین مشاهده ، $j=1, \ldots, n$ در i امین زیرگروه $i=1, \ldots, k$ برای هریک از kزیرگروه،میانگین زیرگروه iام و انحراف استاندارد زیرگروه i ام را محاسبه کنید.

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n} X_{i,j}}{n} = (X_{i,1} + X_{i,2} + \cdots + X_{i,n})/n$$

$$S_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (X_{i,j} - \bar{X}_i)^2/(n-1)}$$

۷-۲-۱-۱ میانگین‌ها می‌توانند تا یک رقم با معنی بیشتر از داده‌ها گرد شوند.

۷-۲-۱-۲ انحراف‌های استاندارد نمونه می‌توانند تا دو یا سه رقم بامعنی گرد شوند.

۷-۲-۱-۳ میانگین‌ها و انحراف‌های استاندارد به ترتیب به‌صورت نقاطی بر روی نمودار X-bar و نمودار S رسم می‌شوند. این نقاط در صورت تمایل می‌توانند به‌وسیله‌ی خطوط به هم متصل شوند.

۷-۲-۲ میانگین میانگین‌ها و انحراف استاندارد میانگین را برای همه k زیرگروه‌ها،محاسبه کنید.

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \bar{X}_i}{k} = (\overline{X_1} + \overline{X_2} + \cdots + \overline{X_k})/k$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^{k} S_i}{k} = (S_1 + S_2 + \cdots + S_k)/k$$

۷-۲-۲-۱ این مقادیر برای محاسبه خطوط مرکزی در نمودار کنترلی که معمولاً به‌صورت خطوط توپر نشان داده می‌شوند، و با تعداد رقم معنی‌دار مساوی با تعداد ارقام زیرگروه گرد می‌شوند به کار می‌روند.

۷-۲-۳ با استفاده از فاکتورهای نمودار کنترلی در جدول ۱، LCL و UCL را برای دو نمودار محاسبه کنید.

۷-۲-۳-۱ برای نمودار X-bar

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S}$$
$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S}$$

۷-۲-۳-۲ برای نمودار S

$$UCL = B_3\bar{S}$$
$$UCL = B_4\bar{S}$$

۷-۲-۳-۳ حدود کنترلی معمولاً توسط خطوط نقطه‌چین بر روی نمودارهای کنترلی نشان داده می‌شوند.

۷-۲-۴ تخمینی از انحراف استاندارد ذاتی (علت تصادفی) با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\hat{\sigma} = \bar{S}/C_4$$

۷-۲-۵ ارقام زیرگروه خارج از حدود کنترلی بر روی نمودار X-bar یا نمودار S حضور یک علت معین را نشان می‌دهد.

۷-۳ مثال- قرص‌های ویتامین از فشرده شدن پودر ریز شده و مخلوط شده به دست می‌آیند و سختی قرص در هر ساعت بر روی ده قرص اندازه‌گیری می‌شود. مشاهده‌ها میانگین‌های زیرگروه و انحراف‌های استاندارد زیرگروه در جدول ۳ ارائه‌شده‌اند و میانگین میانگین‌ها و دامنه میانگین در انتهای جدول محاسبه‌شده است.

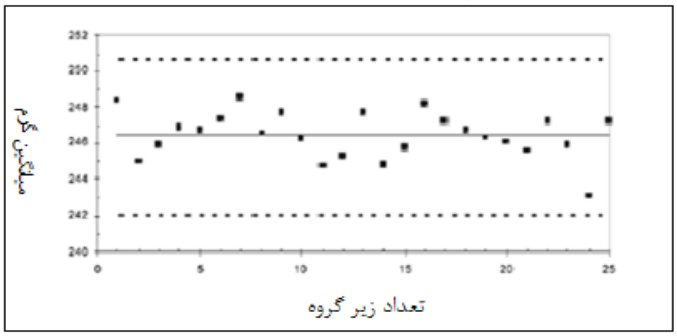
۷-۳-۱ حدود کنترلی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

۷-۳-۱-۱ نمودار X-bar

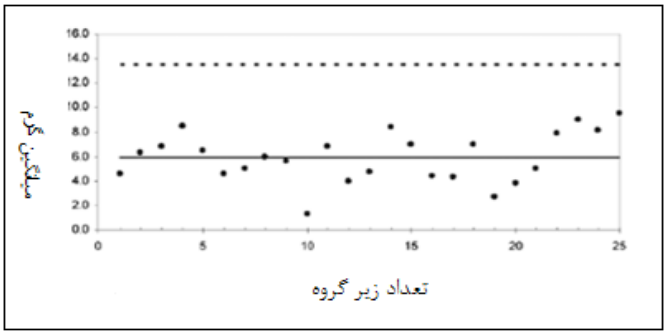
LCL= 24.141-(0.975)(1.352)=22.823
UCL=24.141+(0.975)(1.352)=25.459

۷-۳-۱-۲ نمودار S

LCL= (0.284)(1.352)=0.384
UCL= (1.716)(1.352)=2.320



شکل ۲- نمودار X-Bar فرآیند پر کردن خط ۳



شکل ۳- نمودار R-Bar فرآیند پر کردن خط ۳

جدول ۳- مثال نمودار X- bar, Sبرای سختی قرص

زیرگروه	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	میانگین	انحراف استاندارد
۱	۲۱٫۳	۱۹٫۵	۲۱٫۳	۲۳٫۱	۲۲٫۴	۲۴٫۶	۲۳٫۴	۲۲٫۴	۲۱٫۴	۲۲٫۹	۲۲٫۲۳	۱٫۴۱۹
۲	۲۱٫۴	۲۲٫۲	۲۲٫۱	۲۳٫۳	۲۳٫۹	۲۲٫۹	۲۱٫۶	۲۴٫۶	۲۵٫۷	۲۴٫۱	۲۳٫۱۸	۱٫۳۹۹
۳	۲۳٫۹	۲۴٫۲	۲۲٫۸	۲۲٫۹	۲۵٫۹	۲۱٫۴	۲۳٫۱	۲۰٫۵	۲۳٫۶	۲۴٫۸	۲۳٫۲۱	۱٫۴۹۴
۴	۲۳٫۴	۲۶٫۳	۲۴٫۴	۲۵٫۳	۲۲٫۰	۲۵٫۸	۲۲٫۷	۲۶٫۵	۲۱٫۶	۲۵٫۰	۲۴٫۳۰	۱٫۷۸۱
۵	۲۵٫۶	۲۲٫۹	۲۴٫۶	۲۳٫۸	۲۳٫۶	۲۲٫۷	۲۷٫۱	۲۵٫۳	۲۵٫۱	۲۵٫۵	۲۴٫۶۲	۱٫۳۷۲
۶	۲۶٫۸	۲۵٫۷	۲۵٫۶	۲۴٫۸	۲۵٫۷	۲۶٫۰	۲۳٫۶	۲۲٫۸	۲۲/۱	۲۴٫۷	۲۴٫۷۸	۱٫۵۰۷
۷	۲۶٫۶	۲۴٫۰	۲۵٫۰	۲۶٫۳	۲۵٫۳	۲۵٫۲	۲۵٫۰	۲۴٫۱	۲۲/۶	۲۶٫۰	۲۵٫۰۱	۱٫۱۹۹
۸	۲۶٫۷	۲۵٫۹	۲۲٫۶	۲۳٫۸	۲۷٫۳	۲۶٫۷	۲۵٫۷	۲۴٫۱	۲۵/۲	۲۵٫۲	۲۵٫۳۲	۱٫۴۷۰
۹	۲۵٫۰	۲۴٫۸	۲۲٫۴	۲۲٫۹	۲۴٫۹	۲۴٫۴	۲۲٫۵	۲۲٫۷	۲۳/۸	۲۴٫۰	۲۳٫۷۴	۱٫۰۳۷
۱۰	۲۶٫۱	۲۵٫۳	۲۵٫۷	۲۵٫۰	۲۴٫۷	۲۶٫۲	۲۳٫۶	۲۴٫۲	۲۵/۱	۲۴٫۳	۲۵٫۰۲	۰٫۸۴۴
						خط مرکزی					۲۴٫۱۴۱	۱٫۳۵۲
						LCL					۲۲٫۸۲۳	۰٫۳۸۴
						UCL					۲۵٫۴۵۹	۲٫۳۲۰
						حد هشدار پائین					۲۳٫۲۶۲	
						حد هشدار بالا					۲۵٫۰۲۰	
						حد σ1پایین					۲۳٫۷۰۲	
						حد σ1 بالا					۲۴٫۵۸۰	

۷-۳-۲ حدود هشدار σ1 و σ2 نیز برای نمودار X-barبه‌منظور استفاده از قوانین وسترن الکتریک محاسبه می‌شوند.

۷-۳-۳ حدود هشدار و حدود σ1 برای نمودار X-bar به‌صورت زیر محاسبه‌شده است.

۷-۳-۳-۱ حدود هشدار:

LCL= 24.141-2(0.975)(1.352)/3=23.262
UCL=24.141+2(0.975)(1.352)/3=25.020

۷-۳-۳-۲ حدودσ1

LCL=24.141-(0.975)(1.352)/3=23.702
UCL=24.141+(0.975)(1.352)/3=24.580

۷-۳-۳-۳ تخمین انحراف استاندارد ذاتی:

$$\hat{\sigma} = \frac{1.352}{0.9727} = 1.39$$

۷-۳-۳-۴ نمودارهای کنترلی در شکل‌های 3a و 3b نشان داده‌شده‌اند. نمودار S حالت تحت کنترل آماری در نوسانات فرآیند را نشان می‌دهد.

۷-۳-۴ نمودار X-bar چندین علامت خارج از کنترل را نشان می‌دهد.

۷-۳-۴-۱ زیرگروه ۱: پایین‌تر از LCL.

۷-۳-۴-۲ زیرگروه‌های ۲ و ۳: دونقطه خارج از سطح هشدار و در یک‌طرف آن.

۷-۳-۴-۳ زیرگروه‌های ۶، ۷ و۸ نقاط انتهایی از شش نقطه در یک ردیف به‌طور پیوسته در حال افزایش.

۷-۳-۴-۴ زیرگروه ۱۰: چهار نقطه از پنج نقطه در یک‌طرف از حد بالایی1σ.

۷-۳-۵ واضح است که سطح فرآیند به‌طور یکنواخت در طول دوره کاری افزایش‌یافته است. برخی علل معین ممکن، عبارت‌اند از جدایی ذرات در محفظه خوراک یا سوق[1] در تنظیمات پرس.

۸ نمودارهای کنترلی برای اندازه‌گیری‌های عددی منفرد (نمودارهای MR/I)

۸-۱

کاربرد نمودار کنترلی

این نمودارهای کنترلی برای زیرگروه‌های حاوی یک اندازه‌گیری عددی مجزا استفاده می‌شوند (زیرگروه‌های با اندازه یک). نمودار I برای پایش سطح فرآیند نمودار MR برای پایش تغییرپذیری کوتاه‌مدت استفاده می‌شود. هر دو نمودار به‌صورت یک نمودار واحد برای اهداف SPC استفاده می‌شوند، اگرچه برخی متخصصین اظهار می‌کنند که نمودار MR هیچ ارزش اضافه‌ای ندارد و بجای آن استفاده از دیگر محاسبات حدود کنترلی برای نمودار I توصیه می‌شود (۱۳).

۸-۲

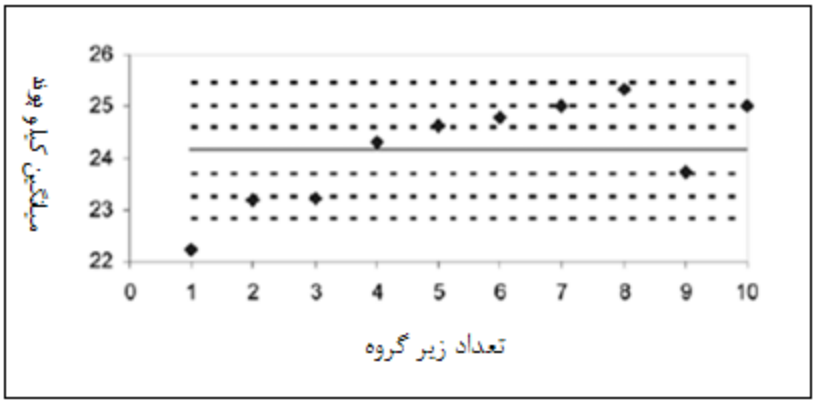
محاسبات و مقدمات نمودار کنترلی

۸-۲-۱ یک مشاهده X_i را مشخص کنید، مثلاً مشاهده منفرد در زیرگروهiام، i=1,2,…,k .

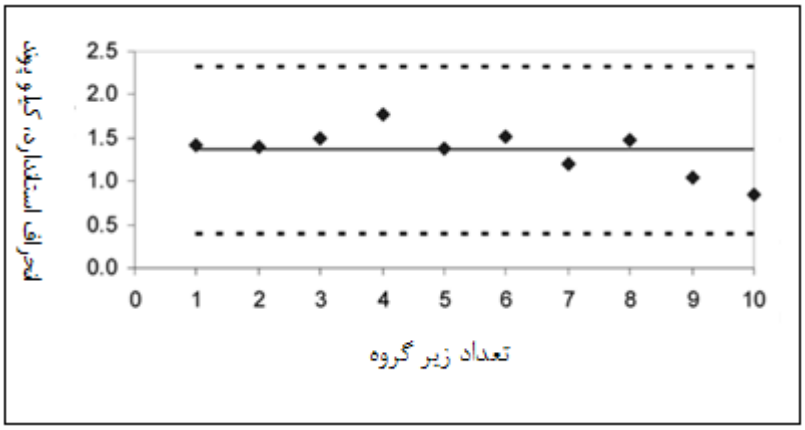
۸-۲-۱-۱ توجه کنید که زیرگروه اول دامنه جابجایی نخواهد داشت. برای1-kزیرگروه، i=1,2,…,k دامنه جابجایی و قدر مطلق اختلاف بین دو مقدار متوالی را محاسبه کنید:

$$MR_{i=}|X_i - X_{i-1}|$$

1- Drift



شکل ۴- نمودار X-bar برای سختی قرص



شکل ۵- نمودار S برای سختی قرص

۸-۲-۱-۲ مقادیر منفرد و دامنه‌های جابجایی به ترتیب به شکل نقاطی بر روی نمودار I و نمودار MR رسم می-شوند. در صورت تمایل نقاط می‌توانند با خطوطی به هم متصل شوند.

۸-۲-۲ میانگین مشاهده‌ها را برای همه k زیرگروه‌ها،محاسبه نمایید:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i}{k} = (X_1 + X_2 + \cdots + X_k)/k$$

همچنین دامنه‌های جابجایی میانگین را برای زیرگروه‌های k-1، محاسبه نمایید:

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{i=2}^{k} MR_i}{(k-1)} = (MR_2 + MR_3 + \cdots + MR_k)/(k-1)$$

۸-۲-۲-۱ این مقادیر برای خط مرکزی بر روی نمودارهای کنترلی که معمولاً با خطوط توپر نشان داده می‌شوند، به کار می‌رود و می‌توانند تا یک رقم بامعنی بیشتر از داده‌ها گرد شوند.

۸-۲-۳ حدود LCL و UCL را برای دو نمودار کنترلی محاسبه کنید:

۸-۲-۳-۱ برای نمودار I

$$LCL = \overline{X} - 2.66\overline{MR}$$
$$UCL = \overline{X} + 2.66\overline{MR}$$

۸-۲-۳-۲ برای نمودار MR

$$LCL = 0$$
$$UCL = 3.27\overline{MR}$$

۸-۲-۳-۳ حدود کنترلی معمولاً به شکل خطوط نقطه‌چین بر روی نمودار نشان داده می‌شوند.

۸-۲-۴ یک تخمین از انحراف استاندارد ذاتی(علت تصادفی) از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\hat{\sigma} = \frac{\overline{MR}}{1.128}$$

۸-۲-۵ ارقام زیرگروه خارج از حدود کنترلی بر روی نمودار I یا نمودار MR حضور یک علت معین را نشان می‌دهد. قوانین وسترن الکتریک می‌توانند برای نمودار I استفاده شوند.

۸-۳ مثال- دسته‌های(بچ‌های)پلیمر نمونه‌گیری شده و آنالیز شده برای یک ناخالصی که به‌صورت درصد وزنی گزارش می-شود. مقادیر برای ۳۰ دسته(بچ) به همراه دامنه جابجایی محاسبه‌شده در جدول ۴ فهرست شده‌اند. همچنین میانگین ناخالصی و میانگین دامنه جابجایی به همراه UCL و LCL برای نمودارها فهرست شده‌اند.

جدول ۴- مثال برای نمودار I و MR برای ناخالصی در بچ‌های پلیمر

زیرگروه	ناخالصی	MR
۱	۱٫۳۹	
۲	۱٫۴۲	۰٫۰۳
۳	۱٫۴۲	۰٫۰۰.
۴	۱٫۳۹	۰٫۰۳
۵	۱٫۴۰	۰٫۰۱
۶	۱٫۴۶	۰٫۰۶
۷	۱٫۷۰	۰٫۲۴
۸	۱٫۳۳	۰٫۳۷
۹	۱٫۳۶	۰٫۰۳
۱۰	۱٫۵۰	۰٫۱۴
۱۱	۱٫۳۸	۰٫۱۲
۱۲	۱٫۲۸	۰٫۱۰
۱۳	۱٫۶۸	۰٫۴۰
۱۴	۱٫۳۵	۰٫۳۳
۱۵	۱٫۳۸	۰٫۰۳
۱۶	۱٫۳۰	۰٫۰۸
۱۷	۱٫۴۴	۰٫۱۴
۱۸	۱٫۴۷	۰٫۰۳
۱۹	۱٫۳۸	۰٫۰۹
۲۰	۱٫۵۴	.٫۱۶
۲۱	۱٫۳۸	۰٫۱۶
۲۲	۱٫۳۴	۰٫۰۴
۲۳	۱٫۹۱	۰٫۵۷
۲۴	۱٫۲۴	۰٫۶۷
۲۵	۱٫۴۵	۰٫۲۱
۲۶	۱٫۵۵	۰٫۱۰
۲۷	۱٫۳۵	۰٫۲۰
۲۸	۱٫۴۵	۰٫۱۰
۲۹	۱٫۵۶	۰٫۱۱
۳۰	۱٫۳۲	۰٫۲۴
مرکز	۱٫۴۳۷	۰٫۱۶۵
LCL	۰٫۹۹۸	۰٫۰
UCL	۱٫۸۷۷	۰٫۵۴۰

۸-۳-۱ حدود کنترلی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

۸-۳-۱-۱ نمودار I

LCL = (1.437) – (2.66)(0.165) = 0.998
UCL = (1.437) + (2.66)(0.165) =1.877

۸-۳-۱-۲ نمودار MR

LCL = (0)(0.165) =0
UCL = (3.27)(0.165) =0.540

۸-۳-۲ نمودار I یک نقطه خارج از کنترل را در زیرگروه ۲۳ نشان می‌دهد (شکل 4a). نمودار MR در زیرگروه‌های ۲۳ و ۲۴ نقاط خارج از کنترل را نشان می‌دهد(شکل 4b) که به دلیل مقدار ناخالصی زیاد برای زیرگروه ۲۴ است. این نشان می‌دهد که نمودار MR تحت تأثیر اختلافات متوالی بین مشاهده‌ها منفرد می‌باشد، و درنتیجه جلوگیری از ورود تغییر علت معین در نمودار MR دشوارتر است.

۹ نمودارهای کنترلی برای کسر و تعداد رخدادها (نمودارهای p, np)

۹-۱

کاربرد نمودار کنترلی

این نمودارهای کنترلی برای زیرگروه‌های شامل کسر رخدادها از یک واقعه، نمودار p، یا تعداد رخدادها، نمودار np، استفاده می‌شوند. برای مثال رخدادها می‌توانند عدم انطباق یک واحد تولیدی بر اساس یک حد مشخص باشد.

۹-۲

مقدمات و محاسبات نمودار کنترلی

۹-۲-۱ یک مشاهده $X_{i,j}$ را مشخص کنید مثلاً مشاهده jام در زیرگروه iام جایی که اگر یک رخدادی از یک واقعه وجود دارد $X_{i,j}=1$ است، برای مثال، نقص، و اگر رخدادی وجود ندارد Xi, j=0 .فرض کنید Xi تعداد رخدادها در زیرگروه iام باشد.

$$X_{\mathrm{i}} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{n} \mathrm{X_{i,j}}$$

۹-۲-۱-۱ سهم رخدادهای p_i را برای زیرگروه i ام محاسبه نمایید.

$$\mathrm{n}P_{\mathrm{i}} = \sum_{\mathrm{j}=1}^{n} \frac{\mathrm{X_{i,j}}}{\mathrm{n}} = \mathrm{X_i}/\mathrm{n}$$

۹-۲-۱-۲ کسرها به‌صورت نقاط بر روی نمودار pو تعداد رخدادها به‌صورت نقاطی بر روی نمودار np رسم می‌شوند. در صورت تمایل نقاط می‌توانند به‌وسیله خطوطی به هم متصل شوند.

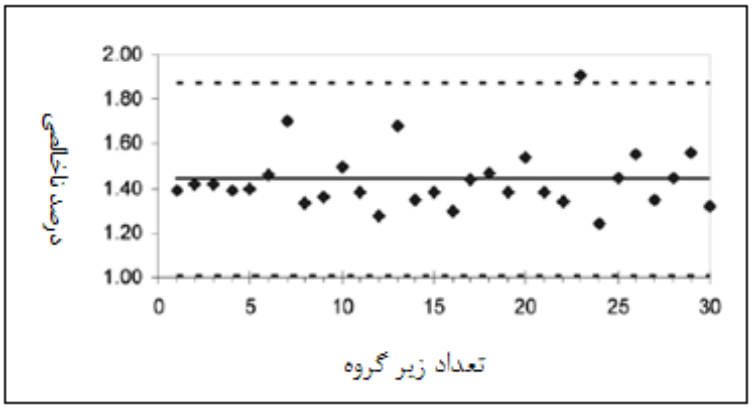
۹-۲-۲میانگین سهم رخدادها را برای همه k زیرگروه‌ها محاسبه کنید:

$$\overline{\mathrm{P}} = \frac{\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{k}} \mathrm{P_i}}{\mathrm{k}} = (\mathrm{P_1} + \mathrm{P_2} + \cdots + \mathrm{P_k})/\mathrm{k}$$

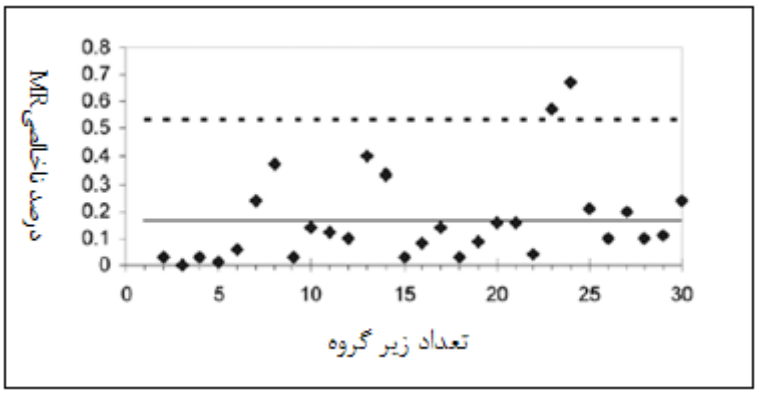
۹-۲-۱-۱ این مقدار برای خط مرکزی نمودار P استفاده می‌شود.

۹-۲-۲-۲ خط مرکزی برای نمودار np، خود np است.

۹-۲-۲-۳ خطوط مرکزی معمولاً به‌صورت خطوط توپر بر روی نمودارهای کنترلی نمایش داده می‌شوند.



شکل۶ – نمودار ناخالصی‌های بچ



شکل۷ – نمودار MR برای ٪ ناخالصی‌های

۹-۲-۲-۴ خطای استاندارد را برای P محاسبه کنید:

$$\sigma_P = \sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})/n}$$

۹-۲-۳ حدود کنترلی UCL و LCL را برای دو نمودار محاسبه کنید.

۹-۲-۳-۱ برای نمودار P

$$LCL = \bar{p} - 3\sigma_P = \bar{P} - 3\sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})/n}$$

$$UCL = \bar{p} + 3\sigma_P = \bar{P} + 3\sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})/n}$$

اگر LCL محاسبه‌شده منفی باشد، این حد بر روی صفر تنظیم می‌شود.

۹-۲-۳-۲ حدود کنترلی معمولاً به‌صورت نقطه‌چین بر روی نمودارهای کنترلی نشان داده می‌شوند.

۹-۲-۳-۳ نمودار P را می‌توان برای متغیرn به کاربرد، اما حدود باید برای هر مقدار n محاسبه‌شده و رسم شوند، که این امر منتج به یک نمایش ناهموار(بالا و پایین) خواهد شد.

۹-۲-۴خط مرکزی در نمودار np همان np بوده و حدود کنترلی به‌صورت زیر می‌باشد:

۹-۲-۴-۱ برای نمودار np:

$$LCL = \overline{np} - 3\sqrt{\overline{np}(1-\bar{p})/n}$$
$$UCL = \overline{np} + 3\sqrt{\overline{np}(1-\bar{p})/n}$$

اگر LCL محاسبه‌شده منفی باشد، این حد بر روی صفر تنظیم می‌گردد.

یادآوری۹- نمودار np فقط وقتی می‌تواند استفاده شود که اندازه نمونه برای هر زیرگروه ثابت باشد.

۹-۲-۵ ارقام زیرگروه خارج افتاده از حدود کنترلی بر روی نمودار p یا نمودار np وجود یک علت معین را نشان می-دهد.

۹-۳ مثال- کارتن‌ها هر نوبت در نمونه‌های ۲۰۰تایی برای کنترل نواقص جزئی (مثل پارگی، تورفتگی و یا مارک) بازرسی می‌شوند. در جدول ۵ تعداد عدم انطباق‌های کارتن‌ها (X) و کسر معیوب (P) برای ۳۰ بازرسی فهرست شده است. نمودار P در شکل 5a و نمودار np در شکل 5b نشان داده‌شده‌اند. نمودار np مشابه نمودار p می‌باشد، اما با این تفاوت که محور عمودی در n ضرب شده است. تغییر براثر علت معین برای زیرگروه‌های ۱۵ و ۲۲ نشان داده‌شده است.

جدول ۵– مثال نمودار p برای عدم انطباق کارتن‌ها در نمونه ۲۰۰تایی

زیرگروه	X	p	زیرگروه	X	p
۱	۱۲	۰/۰۶۰	۲۱	۲۰	۰/۱۰۰
۲	۱۵	۰/۰۷۵	۲۲	۱۸	۰/۰۹۰
۳	۸	۰/۰۴۰	۲۳	۲۴	۰/۱۲۰
۴	۱۰	۰/۰۵۰	۲۴	۱۵	۰/۰۷۵
۵	۴	۰/۰۲۰	۲۵	۹	۰/۰۴۵
	۷	۰/۰۳۵	۲۶	۱۲	۰/۰۶۰
۶	۱۶	۰/۰۸۰	۲۷	۷	۰/۰۳۵
۷	۹	۰/۰۴۵	۲۸	۱۳	۰/۰۶۵
۸	۱۴	۰/۰۷۰	۲۹	۹	۰/۰۴۵
۹	۱۰	۰/۰۵۰	۳۰	۶	۰/۰۳۰
۱۰	۵	۰/۰۲۵	۳۱		
۱۱	۶	۰/۰۳۰	میانگین	۱۱/۶	۰/۰۵۸
۱۲	۱۷	۰/۰۸۵	LCL	۱/۷	۰/۰۰۸
۱۳	۱۲	۰/۰۶۰	UCL	۲۱/۵	۰/۱۰۷
۱۴	۲۲	۰/۱۱۰		NP	P
۱۵	۸	۰/۰۴۰			
۱۶	۱۰	۰/۰۵۰			
۱۷	۵	۰/۰۲۵			
۱۸	۱۳	۰/۰۶۵			
۱۹	۱۱	۰/۰۵۵			

۹-۳-۱ حدود کنترلی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

۹-۳-۱-۱نمودار P

$$LCL = 0.058 - 3\sqrt{\frac{\left(\frac{0}{0.58}\right)\left(1-\frac{0}{0.58}\right)}{200}} = 0.008$$

$$UCL = 0.058 + 3\sqrt{\frac{\left(\frac{0}{0.58}\right)\left(1-\frac{0}{0.58}\right)}{200}} = 0.107$$

۹-۳-۱-۲ نمودار np

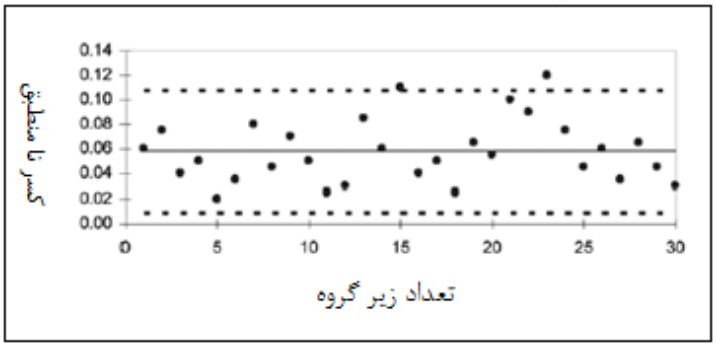
$$LCL = 11.6 - 3\sqrt{(200)\left(\frac{0}{0.58}\right)\left(1-\frac{0}{0.58}\right)} = 1.7$$

$$UCL = 11.6 + 3\sqrt{(200)\left(\frac{0}{0.58}\right)\left(1-\frac{0}{0.58}\right)} = 21.5$$

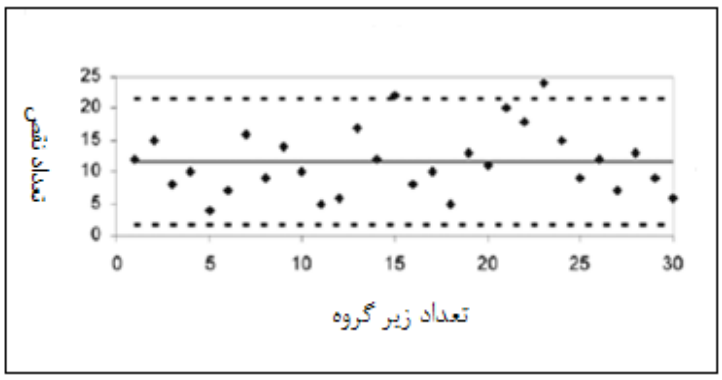
۹-۳-۲ به‌جز یک تغییر در محور عمودی هر دو نمودار مشابه هستند. علامت‌های خارج از کنترل در زیرگروه‌های ۱۵ و ۲۳ نشان داده‌شده‌اند.

۱۰ نمودارهای کنترلی برای شمار رخدادها در یک‌زمان یا مکان مشخص افزایشی (نمودار C)

۱-۱۰ کاربرد نمودار کنترلی- این نمودارهای کنترلی برای زیرگروه‌های شامل شمار رخدادها از یک واقعه در یک‌زمان یا مکان معین که در آن‌ها فرصت‌های چندگانه برای وقوع وجود دارد، استفاده می‌شوند. برای مثال، رخدادها می‌تواند تعداد گره‌ها در یک قطر مشخص بر روی یک سطح چوبی یا تعداد آسیب‌های جزئی در هر ۱۰۰۰۰ساعت کار در یک واحد تولیدی باشد.



شکل۸ – نمودار p برای عدم انطباق کارتن‌ها



شکل۹ – نمودار np برای عدم انطباق کارتن‌ها

۲-۱۰

مقدمات و محاسبات نمودارهای کنترلی

۱-۲-۱۰ تعداد رخدادها در زیرگروه را مشخص نمایید، مثلاً C_i برای زیرگروه iام. شمارش میانگین را برای همه kزیرگروه‌ها، محاسبه کنید.

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^{k} C_i}{k} = (C_1 + C_2 + \cdots + C_k)/k$$

۱-۱-۲-۱۰ این مقدار برای خط مرکزی در نمودار C استفاده می‌شود. خطوط مرکزی معمولاً به‌صورت خطوط توپر بر روی نمودار کنترلی نشان داده می‌شود.

۲-۱-۲-۱۰ خطای استاندارد c را محاسبه کنید.

$$\sigma_c = \sqrt{\bar{C}}$$

۱۰-۲-۲ LCL و UCL را برای نمودار محاسبه نمایید.

۱۰-۲-۲-۱ برای نمودار C

$$LCL = \bar{C} - 3\sigma = \bar{C} - 3\sqrt{\bar{C}}$$
$$UCL = \bar{C} + 3\sigma = \bar{C} + 3\sqrt{\bar{C}}$$

اگر LCL محاسبه‌شده منفی باشد سپس این حد بر صفر تنظیم می‌شود.

۱۰-۲-۲-۲ حدود کنترلی معمولاً به‌صورت خطوط نقطه‌چین بر روی نمودارهای کنترلی نشان داده می‌شوند.

۱۰-۲-۳ ارقام زیرگروه خارج افتاده از حدود کنترلی بر روی نمودار C نشان‌دهنده وجود علت معین می‌باشد.

۱۰-۳ مثال- تعداد نقص‌های جزئی در هرماه برای یک واحد تولید با نیروی کار ثابت برای یک دوره دوساله بررسی شد. نمودار C (به شکل ۶ مراجعه شود) نشان می‌دهد که نقص‌ها از یک سیستم تصادفی ناشی شده است. اگرچه هشت نقص جزئی در خلال ماه ۱۰، از حالت معمول زیادتر به نظر می‌آید، ولی در دامنه تغییر عادی قرار دارد و ممکن است بازرسی برای یک علت معین مفید نباشد.

جدول ۶ – مثال نمودار c

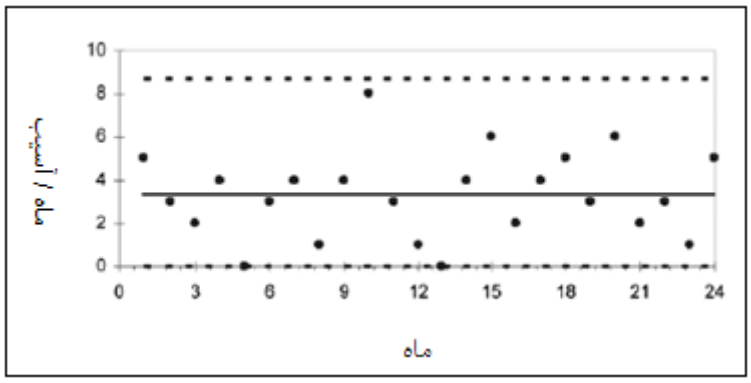
ماه	C	ماه	C
۱	۵	۱۳	۰
۲	۳	۱۴	۴
۳	۲	۱۵	۶
۴	۴	۱۶	۲
۵	۰	۱۷	۴
۶	۳	۱۸	۵
۷	۴	۱۹	۳
۸	۱	۲۰	۶
۹	۴	۲۱	۲
۱۰	۸	۲۲	۳
۱۱	۳	۲۳	۱
۱۲	۱	۲۴	۵
میانگین		۳/۳	
LCL		-۲/۲	
UCL		۸/۷	

۱۰-۳-۱ حدود کنترلی به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

۱۰-۳-۱-۱ برای نمودار C

$$\mathrm{LCL} = 3.3 - 3\sqrt{3.3} = -2.2$$

$$\mathrm{UCL} = 3.3 + 3\sqrt{\frac{3}{3}} = 8.7$$



شکل۱۰ – نمودار c برای نقص‌های جزئی ماهانه

کتاب نامه

(1) Shewhart, W. A., Economic Control of Quality of ManufacturedProduct, D. Van Nostrand Company, Inc., 1931.
(2) Western Electric Company, Inc., Statistical Quality Control Handbook,The Mack Printing Company, Easton, PA, 1956.
(3) Montgomery, D. C, Introduction to Statistical Quality Control, Fifthedition, John Wiley and Sons, Inc., New York, 200x.
(4) Duncan, A. J., Quality Control and Industrial Statistics, Fifth Edition,Irwin, Homewood, IL, 1986.
(5) Grant. E. L. and Leavenworth, R. S., Statistical Quality Control,Seventh edition, The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996.
(6) Ryan, T. P., Statistical Methods for Quality Improvement, Secondedition, John Wiley and Sons, Inc., New York, 2000.
(7) Ott, E. R., Schilling, E.G., and Neubauer, D. V, Process QualityControl, Fourth edition, ASQ Quality Press, Milwaukee, WI, 2005.
(8) Box, G. E. P. and Luceño, A., Statistical Control by Monitoring andFeedback Adjustment, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1997.
(9) Champ, C. W. and Woodall, W. H., "Exact Results for ShewhartControl Charts with Supplementary Runs Rules," Technometrics, Vol.29, No. 4, pp. 393-399.
(10) Woodall, W. H., "Controversies and Contradictions in StatisticalProcess Control–with Discussions," Journal of Quality Technology,Vol. 32, No. 4, Oct. 2000, pp. 341-378.
(11) MNL 7a, Manual on Presentation of Data and Control Chart*Analysis*, Seventh edition, ASTM International, West Conshohocken,PA, 2002.
(12) Sandorf, J. P. and Bassett, A. T., "The OCAP: PredeterminedResponses to Out-of-Control Conditions," *Quality Progress*, Vol. 26,No. 5, pp. 91-95.
(13) Reynolds, M. R. and Stoumbos, Z. G., "Monitoring Using IndividualObservations and Variable Sampling Intervals," Journal of QualityTechnology, Vol. 33, No. 2, April, 2001, pp.